ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ

ΣΧΟΛΗ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΤΗΣ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΡΥΘΜΟΥ ΕΠΙΣΚΕΨΙΜΟΤΗΤΑΣ ΣΕ ΔΙΚΤΥΟ ΔΙΑΝΟΜΗΣ ΠΡΟΙΟΝΤΩΝ ΛΙΑΝΙΚΗΣ

Ασημακόπουλος Αλέξιος

Τριμελής Επιτροπή: **Ιωάννης Μίνης, Καθηγητής, Επιβλέπων**

Γεώργιος Δούνιας, Αναπληρωτής Καθηγητής, Μέλος

Αγάπιος Πλατής, Επίκουρος Καθηγητής, Μέλος

ΧΙΟΣ 2006

ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΡΥΘΜΟΥ ΕΠΙΣΚΕΨΙΜΟΤΗΤΑΣ ΣΕ ΔΙΚΤΥΟ ΔΙΑΝΟΜΗΣ ΠΡΟΙΟΝΤΩΝ ΛΙΑΝΙΚΗΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Ασημακόπουλος Αλέξιος

Επιβλέπων: Μίνης Ιωάννης

Σεπτέμβριος 2006

ΧΙΟΣ

Στην οικογένειά μου

και στους φίλους μου

<u>ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ</u>

Αισθάνομαι την υποχρέωση να εκφράσω τις ευχαριστίες μου σε ορισμένα άτομα των οποίων οι συμβουλές υπήρξαν καθοριστικές στην ολοκλήρωση της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας.

Πρώτα απ’ όλους θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Καθηγητή μου κ. Ιωάννη Μίνη, για την εμπιστοσύνη που μου επέδειξε αναθέτοντας μου αυτή την εργασία, τον χρόνο που διέθεσε για την ανάπτυξη των ιδεών και την πολύτιμη καθοδήγηση του. Η συμβολή του και η πείρα του υπήρξε καταλυτική στην διερεύνηση δύσκολων προβλημάτων.

Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τον υποψήφιο διδάκτορα κ. Κων/νο Μαμάση για τη βοήθεια που μου παρείχε, τον χρόνο που διέθεσε και την καθοριστική του συμβολή στην επίλυση διαφόρων αποριών.

Παράλληλα η συνεργασία τόσο μαζί τους όσο και με τα υπόλοιπα μέλη της ερευνητικής ομάδας του ΣυΣΠαΛ, υπήρξε μια σπάνια εμπειρία και τα οφέλη που αποκόμισα είναι αναρίθμητα. Θα ήθελα να ευχαριστήσω προσωπικά τον υποψήφιο διδάκτορα κ. Ταξιάρχη Κουρούνη, την κ. Λεμονιά Αμυγδάλου, τον Πολύβιο Τσίριμπα, τον Κων/νο Κεραμιώτη, την Κατερίνα Ανδρίτσου, την Νανά Νεαμονίτου, την Ελένη Λημναίου, την Καλλιόπη Κύρου, την Βασιλική Παπά και τον Γεώργιο Νινίκα.

Τέλος, ως ελάχιστη ένδειξη ευγνωμοσύνης, θα ήθελα να αφιερώσω την προσπάθεια αυτή στην μητέρα μου Βασιλική Ασημακοπούλου, στον πατέρα μου Γρηγόριο Ασημακόπουλο και στον αδερφό μου Γεώργιο Ασημακόπουλο για την στήριξη και την συμπαράσταση που μου παρείχαν όλα αυτά τα χρόνια.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα διπλωματική εργασία εισάγεται, μοντελοποιείται, αναλύεται και επιλύεται το πρόβλημα του Καθορισμού της Επισκεψιμότητας σε Δίκτυο Διανομής για την μεγιστοποίηση του κέρδους σε συγκεκριμένο χρονικό ορίζοντα. Το πρόβλημα περιγράφεται από μοντέλο ακέραιου προγραμματισμού και επιλύεται με δύο τρόπους : α) με τον αλγόριθμο διαδοχικών ορίων (Branch and Bound) για την εύρεση των βέλτιστων λύσεων και β) με προτεινόμενο ευρετικό αλγόριθμο για την επίλυση προβλημάτων πρακτικού μεγέθους. Για την ανάλυση των αλγορίθμων δημιουργήθηκαν κατάλληλα προβλήματα, τα οποία επιλύθηκαν και με τους δύο αλγορίθμους. Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα που προέκυψαν συμπεραίνεται ότι ο προτεινόμενος ευρετικός αλγόριθμος προσδιορίζει λύσεις πλησίον των βέλτιστων (near optimal) σε αποτελεσματικό χρόνο επίλυσης για προβλήματα πρακτικών δικτύων διανομών.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η διανομή προϊόντων αποτελεί τομέα με σημαντικές προκλήσεις στην προσφορά υπηρεσιών logistics (Balou, 1999). Η διανομή έχει άμεσο αντίκτυπο στην εξυπηρέτηση πελατών (customer service) καθώς και στο κόστος της συνολικής εφοδιαστικής αλυσίδας.

Από την άλλη πλευρά η προσπάθεια βελτίωσης των συστημάτων διανομής οδηγεί σε δυσεπίλυτα προβλήματα και σε μαθηματικά μοντέλα υψηλής πολυπλοκότητας (συνήθως NP-hard). Συγκεκριμένες παράμετροι που καθορίζουν την πολυπλοκότητα αυτή παρουσιάζονται στον πίνακα 1.1.

Πίνακας 1.1. Χαρακτηριστικά προβλημάτων διανομής (Prastacos, 2003)

Χαρακτηριστικά	**Επιλογές**
Μέγεθος του στόλου (Αριθμός Οχημάτων)	Ένα ή πολλαπλά (οχήματα)
Βάση (έδρα) του στόλου	Μία βάση ή πολλαπλές βάσεις
Είδος δικτύου	Με κατευθύνσεις στα τόξα, ή χωρίς, ή μικτό
Χωρητικότητα οχημάτων	Όλες ίδιες, διαφορετικές, ή απεριόριστη
Χρονικό παράθυρο στις εργασίες	Με παράθυρο, ή χωρίς, ή μικτό
Είδος εκτελούμενων εργασιών	Παράδοση, ή παραλαβή, ή και τα δύο
Αριθμός προϊόντων (είδη)	Ένα ή περισσότερα (προϊόντα)
Στόχοι	Ελαχιστοποίηση συνολικού κόστους διαδρομών, ελαχιστοποίηση σταθερού και μεταβλητού κόστους, ελαχιστοποίηση χρόνου ανταπόκρισης, μεγιστοποίηση κέρδους.

Μία επιπρόσθετη παράμετρος που επηρεάζει σημαντικά την μορφή των προβλημάτων δρομολόγησης είναι η ζήτηση, η οποία μπορεί να είναι:

- γνωστή εκ των προτέρων (συνήθως προκύπτει από καταχωρημένες παραγγελίες πελατών)
- γίνεται γνωστή κατά την επίσκεψη του οχήματος στον πελάτη (στις περιπτώσεις πωλήσεων ex van).

Επισημαίνεται επίσης ότι ένα πλήθος αστάθμητων γεγονότων, όπως καιρικά φαινόμενα, έλλειψη χώρου στάθμευσης, βλάβες οχημάτων, καθυστερήσεις στην παράδοση κ.α. μπορούν να αλλοιώσουν την ποιότητα ακόμα και ενός βέλτιστου ή σχεδόν βέλτιστου δρομολογίου.

Πλήθος προβλημάτων διανομής έχουν μοντελοποιηθεί και επιλυθεί κατά την διάρκεια των τελευταίων 40 ετών μέσω μεθόδων Επιχειρησιακής Έρευνας [βλ. π.χ. Assad (1988), Laporte και Osman (1995)].

Τα τελευταία 15 έτη οι εταιρείες διανομών δίνουν μεγάλη έμφαση στην εξυπηρέτηση του πελάτη (customer service), καθότι η τελευταία αποτελεί κρίσιμο παράγοντα ενίσχυσης της ανταγωνιστικότητας. Οι πελάτες της διανομής προβάλλουν ιδιαίτερες απαιτήσεις όσο αφορά τις ημέρες, τη συχνότητα των επισκέψεων, και τις ώρες παράδοσης των προϊόντων. Επιπρόσθετα, οι απαιτήσεις τους πρέπει να ικανοποιούνται κατά προτεραιότητα ανάλογα με την εταιρική στρατηγική και τις εκάστοτε εμπορικές πολιτικές. Οι απαιτήσεις αυτές εγείρουν προκλήσεις και νέα προβλήματα, πέραν του προγραμματισμού δρομολόγησης οχημάτων. Ένα από τα σημαντικά προβλήματα της περιοχής αυτής εγείρεται από την ανάγκη καθορισμού της βέλτιστης επισκεψιμότητας σε ένα δίκτυο πελατών. Το πρόβλημα αυτό προτείνεται και εξετάζεται στην παρούσα διπλωματική εργασία.

Για την περιγραφή του προβλήματος καθορισμού επισκεψιμότητας θεωρούμε ένα όχημα που εξυπηρετεί τους πελάτες συγκεκριμένου δικτύου διανομής. Η ζήτηση των προϊόντων εξαρτάται άμεσα από την εξυπηρέτηση του πελάτη, και σχετίζεται με το πλήθος των επισκέψεων του διανομέα εντός προκαθορισμένης χρονικής περιόδου. Για την αποτελεσματική εξυπηρέτηση του δικτύου, το όχημα πρέπει να εκτελεί ένα ελάχιστο αριθμό επισκέψεων σε κάθε πελάτη εντός της συγκεκριμένης περιόδου. Σκοπός του προβλήματος είναι να προσδιοριστεί το βέλτιστο πλήθος επισκέψεων του οχήματος στους πελάτες, ώστε να μεγιστοποιηθεί το κέρδος του διανομέα εντός συγκεκριμένης χρονικής περιόδου.

Το πρόβλημα αυτό, παρότι μεγάλης πρακτικής σημασίας, δεν έχει αντιμετωπισθεί από την υφιστάμενη βιβλιογραφία στον ευρύτερο χώρο της βελτιστοποίησης των διανομών. Στην παρούσα εργασία προτείνεται νέο μαθηματικό μοντέλο καθώς και νέος ευρετικός αλγόριθμος επίλυσης του. Για την ανάλυση αποτελεσματικότητας του προτεινόμενου αλγορίθμου έχει αναπτυχθεί μέθοδος εύρεσης της βέλτιστης λύσης για περιορισμένο μέγεθος προβλημάτων. Τα αποτελέσματα των δύο μεθόδων συγκρίνονται σε πλήθος προβλημάτων. Τέλος ο προτεινόμενος ευρετικός αλγόριθμος εφαρμόζεται σε προβλήματα υψηλής πολυπλοκότητας που δεν μπορούν να επιλυθούν από τη βέλτιστη μέθοδο.

Η δομή της διπλωματικής εργασίας έχει ως εξής: Στο Κεφάλαιο 2 παρουσιάζεται το γνωστικό υπόβαθρο σημαντικών προβλημάτων διανομής καθώς και των μεθόδων επίλυσης τους. Στο Κεφάλαιο 3 περιγράφεται το πρόβλημα του καθορισμού της επισκεψιμότητας και παρουσιάζεται το μαθηματικό μοντέλο για την επίλυση του. Επίσης περιγράφεται ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης των διαδοχικών ορίων. Στο Κεφάλαιο 4 περιγράφεται ο προτεινόμενος ευρετικός αλγόριθμος για την επίλυση του προβλήματος. Στο Κεφάλαιο 5 γίνεται η σύγκριση των αποτελεσμάτων των δύο αλγορίθμων σε μια σειρά προβλημάτων που δημιουργήθηκαν για το σκοπό αυτό. Τέλος στο Κεφάλαιο 6 παρουσιάζονται τα συμπεράσματα από την σύγκριση των δύο μεθόδων και οι προτάσεις για μελλοντική έρευνα στον τομέα αυτό.

2. ΓΝΩΣΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ

2.1 Εισαγωγή

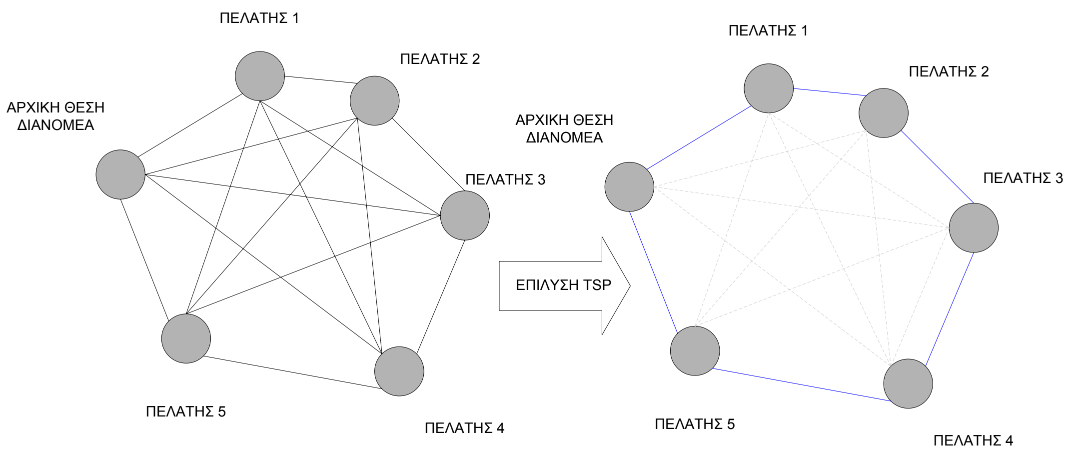
Στο παρόν κεφάλαιο συνοψίζονται τα δύο βασικά προβλήματα διανομής: Το Πρόβλημα του Περιοδεύοντος Πωλητή *(Traveling Salesman Problem, TSP)* και το Πρόβλημα της Δρομολόγησης Οχημάτων *(Vehicle Routing Problem, VRP)*. Επίσης, παρουσιάζεται το Πρόβλημα του Προσανατολισμού *(Orienteering Problem, OP)*, το οποίο αποτελεί ειδική περίπτωση του προβλήματος του Περιοδεύοντος Πωλητή, και αποτελεί τη βάση ανάπτυξης της προτεινόμενης ευρετικής μεθόδου.

2.2 Το Πρόβλημα του Περιοδεύοντος Πωλητή (Traveling Salesman Problem)

Η πιο απλή μορφή των προβλημάτων διανομής είναι το πρόβλημα του περιοδεύοντος πωλητή (Traveling Salesman Problem, TSP). Στο πρόβλημα αυτό ένας πωλητής πρέπει να επισκεφθεί ένα σύνολο Ν πελατών (από μια επίσκεψη σε κάθε πελάτη) διανύοντας τη μικρότερη δυνατή απόσταση και να επιστρέψει στο σημείο εκκίνησης (βλ. Σχήμα 2.1). Η πρώτη αναφορά στο πρόβλημα του περιοδεύοντος πωλητή τοποθετείται το 1831 (σύμφωνα με ένα άρθρο του Voigt, 1981), αλλά η διατύπωσή του με τον όρο «Το Πρόβλημα του Περιοδεύοντος Πωλητή» εντοπίστηκε σε ένα άρθρο του Menger το 1932. Το TSP είναι ένα NP-hard πρόβλημα: η πολυπλοκότητα του αυξάνεται εκθετικά όσο αυξάνεται το πλήθος των σημείων.

Έστω ένα δίκτυο με κόμβους $0, 1, 2, \ldots, N$ με τόξα (i, j) όπου $i \neq j$ και μήκος τόξου c_{ij}. Ο κόμβος 0 αντιπροσωπεύει την πόλη αφετηρίας του πωλητή και το σημείο τερματισμού του. Το πρόβλημα έγκειται στην εύρεση της ελάχιστης διαδρομής, προκειμένου να επισκεφθεί ο πωλητής όλες τις πόλεις και να επιστρέψει στην αφετηρία. Το παραπάνω πρόβλημα είναι ισοδύναμο με το πρόβλημα της δρομολόγησης ενός οχήματος έτσι ώστε να επισκεφθεί N κόμβους (πελάτες) και να επιστρέψει στη βάση του. Ο χρόνος που έχει στην διάθεση του ο πωλητής είναι απεριόριστος (Boldin *et al.*, 1983).

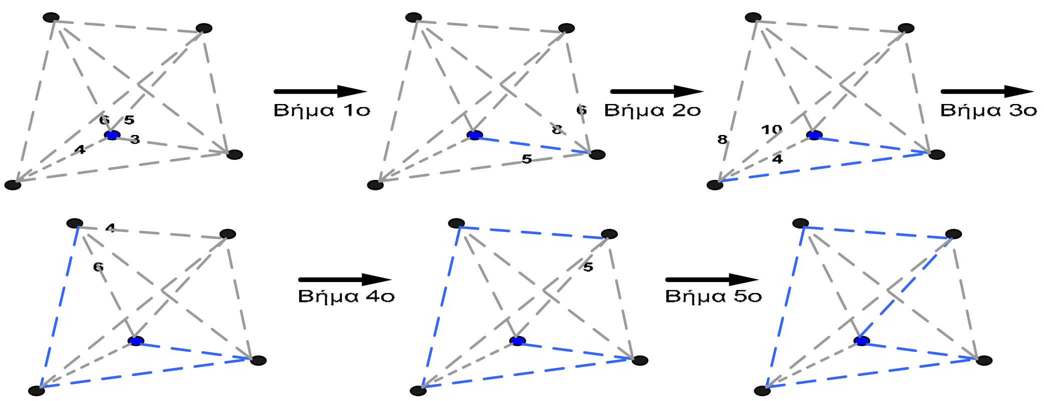
Στην πιο απλή εκδοχή αυτού του προβλήματος δεν υπάρχει διαφορά στη ζήτηση μεταξύ των κόμβων, δεν υπάρχουν περιορισμοί όσον αφορά τη σειρά που πρέπει να ακολουθήσει το όχημα προκειμένου να επισκεφθεί τα σημεία πώλησης (κόμβους), δεν υπάρχουν περιορισμοί σχετικά με την ώρα άφιξης του οχήματος σε κάθε σημείο και δεν υπάρχουν περιορισμοί χωρητικότητας οχήματος.



Σχήμα 2. 1 Απλό παράδειγμα TSP

Οι αλγόριθμοι επίλυσης του TSP κατατάσσονται σε τρεις βασικές κατηγορίες: α) Μέθοδοι Τοπικής Αναζήτησης (Local Search) (Johnson *et al.*,1997), β) Μέθοδοι Κατασκευής Δρομολογίων (Tour Construction Heuristics)(Golden & Assad,1988) και γ) Μεταευρετικές μέθοδοι (metaheuristics). Επίσης, στη λύση οποιασδήποτε μεθόδου δύναται να εφαρμοστούν οι αλγόριθμοι βελτίωσης των δρομολογίων (Tour Improvement). Παρακάτω παρουσιάζονται σύντομα μερικοί από τους πιο διαδεδομένους ευρετικούς αλγορίθμους.

Ο απλούστερος και πιο διαδεδομένος αλγόριθμος επίλυσης ενός TSP, θεωρείται ο αλγόριθμος του **Πλησιέστερου Γείτονα** (Nearest Neighbor). Είναι "μυωπικός" αλγόριθμος, σύμφωνα με τον οποίο από κάθε κόμβο (συμπεριλαμβανόμενου και του αρχικού) επιλέγεται ως επόμενος προς επίσκεψη ο πλησιέστερος κόμβος (φυσικά από εκείνους που δεν έχουν εξυπηρετηθεί από το όχημα). Η διαδικασία αυτή συνεχίζεται μέχρι το όχημα να επιστρέψει και πάλι στον σημείο τερματισμού, έχοντας επισκεφτεί όλους τους κόμβους. Σχετικές αναλύσεις του συγκεκριμένου αλγορίθμου έχουν γίνει από τους Rosenkrantz *et al.* (1977), Bentley (1990), Frieze (1979) και Golden & Stewart (1981).

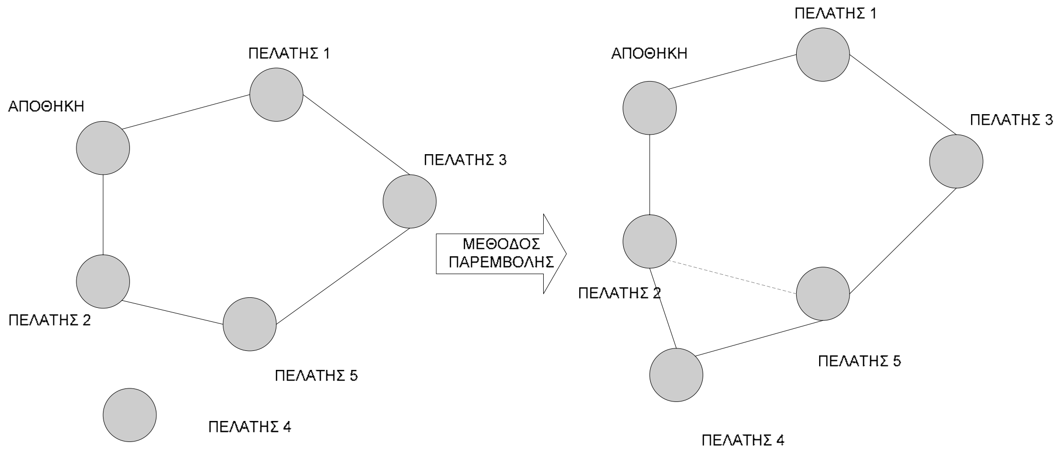


Σχήμα 2. 2 Μέθοδος Πλησιέστερου Γείτονα (Τσίριμπας 2006)

Περισσότερο σύνθετη είναι η **Μέθοδος Παρεμβολής** (Insertion Method), σύμφωνα με την οποία η επιλογή της θέσης εισαγωγής του κόμβου στο δρομολόγιο εξαρτάται από το πόσο αυξάνεται το κόστος της διαδρομής. Η διαδικασία επίλυσης στηρίζεται στην διαδοχική εισαγωγή κόμβων σε μια αρχική διαδρομή. Η προσθήκη του νέου σημείου στο δρομολόγιο δεν πρέπει να δημιουργεί κυκλικά δρομολόγια. Το μέτρο κόστους για την εισαγωγή του κόμβου u μεταξύ των κόμβων i και j**,** δίνεται από

$$I_{iuj} = C_{iu} + C_{uj} - C_{ij} , \qquad (2.1)$$

όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2.3. Η μέθοδος αυτή επαναλαμβάνεται μέχρι να μην είναι δυνατή περαιτέρω συνέχιση της διαδικασίας. Σημειώνεται ότι, ο συγκεκριμένος αλγόριθμος χρησιμοποιείται και ως αλγόριθμος βελτίωσης δρομολογίων. Αναλύσεις του συγκεκριμένου αλγορίθμου έχουν γίνει από τους Rosenkrantz *et al.* (1977), Bentley (1990), Frieze (1979), και Golden & Stewart (1981).



Σχήμα 2. 3 Μέθοδος Παρεμβολής

Εξίσου διαδεδομένη είναι η **Μέθοδος Εξοικονόμησης Απόστασης των Clark & Wright** (Clark & Wright Savings, 1964).

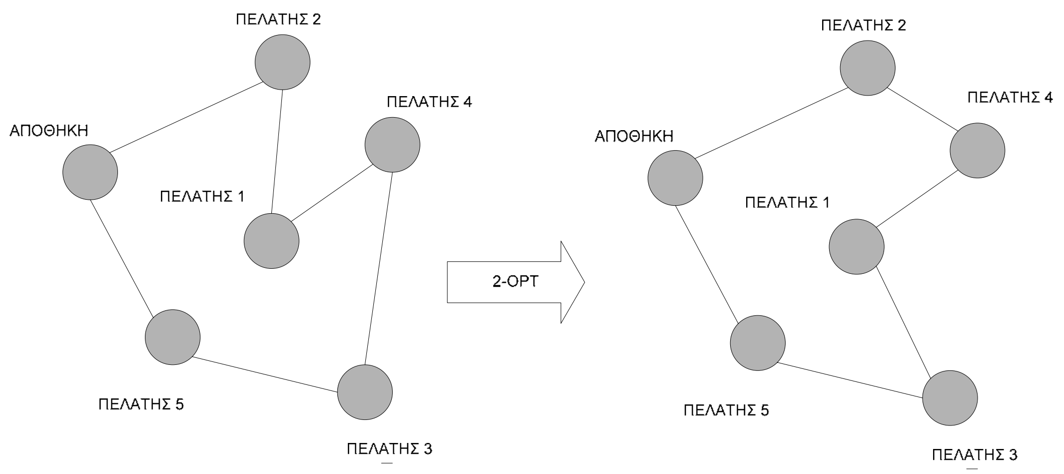
Στη μέθοδο αυτή αρχικά, επιλέγεται τυχαία από το σύνολο n πελατών ένα σημείο που θα έχει τον ρόλο της αφετηρίας και του τερματισμού και χαρακτηρίζεται με την τιμή 1. Σε δεύτερη φάση, ο αλγόριθμος δημιουργεί n-1 διαδρομές (1-i-1) με i=2,…,n. Για τα ζεύγη σημείων (i, j) με i,j= 2,3,…,n $(i \neq j)$ υπολογίζεται μια μετρική «κέρδους»

(s_{ij}) μετάβασης από το $i \to j$ ως η διαφορά του κόστους μετάβασης από το σημείο i στο σημείο j εάν μεταξύ των δυο σημείων παρεμβάλλεται η αφετηρία/ τερματισμός μείον το κόστος απευθείας μετάβασης, c_{ij}, από το i στο j.

Η μετρική κέρδους s_{ij} συνεπώς είναι $s_{ij} = c_{1i} + c_{j1} - c_{ij}$. Οι τιμές των μετρικών «κέρδους» μετάβασης κατατάσσονται με φθίνουσα σειρά. Στη συνέχεια από την σχετική λίστα των κερδών επιλέγεται ζεύγος σημείων με το μέγιστο κέρδος και τα σημεία αυτά προστίθενται στο δρομολόγιο. Το προηγούμενο βήμα επαναλαμβάνεται διαδοχικά για τους πελάτες στη λίστα, μέχρι να ενταχθούν όλοι οι πελάτες σε μία διαδρομή. Όπως και προηγουμένως, στην συγκεκριμένη περίπτωση δεν πρέπει να δημιουργούνται κυκλικά δρομολόγια (Boldin *et al.*, 1983). Η μέθοδος παρουσιάζεται στους Clarke και Wright (1964), Golden & Assad (1988), Ong (1981), Golden και Stewart (1981) και Johnson *et al.* (1997).

Η ευρετική τεχνική που προτάθηκε από τον Christofides (1976, 1979) υπολογίζει μία πολύ καλή λύση μέσα από αλληλουχία βημάτων. Στο πρώτο βήμα, έχοντας ως δεδομένο ένα σύνολο n πελατών, κατασκευάζεται ένα ελάχιστο ζευγνύον δένδρο T. Στο δεύτερο βήμα επιλέγονται οι κόμβοι εκείνοι που συνδέουν περιττό αριθμών κλάδων και δημιουργείται το λεγόμενο perfect matching M. Στο τρίτο βήμα οι κλάδοι των T και M συνδυάζονται με τέτοιο τρόπο ώστε να δημιουργείται ένα πολλαπλό γράφημα (multigraph) G. Τέλος, στο τέταρτο βήμα από το πολλαπλό γράφημα G επιλέγονται εκείνες οι πλευρές που δημιουργούν έναν κύκλο του Euler (Johnson *et al.,*1997).

Επιπλέον των παραπάνω, έχουν αναπτυχθεί μέθοδοι που στοχεύουν στη βελτίωση μιας υφιστάμενης λύσης, βασιζόμενες στην ιδέα της αντικατάστασης των εσωτερικών διαδρόμων ενός δρομολογίου με άλλες, προκείμενου να ελαχιστοποιηθεί το συνολικό μήκος του δρομολογίου. Οι μέθοδοι αυτές, αντικαθιστούν κάθε φορά k τόξα, ώστε το εφικτό δρομολόγιο που θα προκύψει να είναι καλύτερο από το προηγούμενο (Lin, S., (1965); Lin και Kernighan (1973). Συνήθως το k = 2 ή 3. Η πιο διαδεδομένη μέθοδος είναι όταν k = 2 και ονομάζεται **2–opt.** Η μέθοδος αυτή εξετάζει την αντικατάσταση ενός ζεύγους τόξων με δύο άλλα τόξα έτσι ώστε να επιτευχθεί καλύτερο αποτέλεσμα (βλ. Σχήμα 2.5). Η διαδικασία συνεχίζεται έως ότου το συνολικό κόστος του δρομολογίου να μη μειώνεται με αλλαγές ζευγών τόξων.



Σχήμα 2. 4 Μέθοδος 2-opt

Τέλος για την επίλυση του TSP και γενικότερα των προβλημάτων διανομής αναπτύχθηκαν και εφαρμόστηκαν μετα-ευρετικοί (metaheuristics) αλγόριθμοι (Osman and Laporte, 1995). Οι αλγόριθμοι αυτοί είναι συνήθως υψηλού επιπέδου στρατηγικές οι οποίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την ανάπτυξη ευρετικών μεθόδων σε μία ευρεία ομάδα προβλημάτων. Ο βασικός στόχος των μεταευρετικών αλγορίθμων είναι η αποφυγή των μειονεκτημάτων που προέρχονται από τις επαναληπτικές βελτιώσεις μιας υπάρχουσας λύσης, επιτρέποντας στη λύση να μην παγιδευτεί σε κάποιο τοπικό βέλτιστο (Osman and Laporte, 1996). Αυτό γίνεται εφικτό είτε επιτρέποντας την επιλογή χειρότερων λύσεων, είτε δημιουργώντας νέες βέλτιστες λύσεις. Ακολούθως αναφέρονται μερικοί από τους πιο σημαντικούς μετα-ευρετικούς αλγορίθμους.

Η μέθοδος **Simulated Annealing** (SA) έχει προταθεί για την επίλυση του TSP από τους Kirkpatrick *et al.*(1983) και τον Cerny (1985). Η βασική ιδέα αυτής της μεθόδου, είναι ότι επιτρέπει τη μετακίνηση σε λύσεις όπου οι αντικειμενικές τους τιμές είναι χειρότερες από τις υπάρχουσες λύσεις.

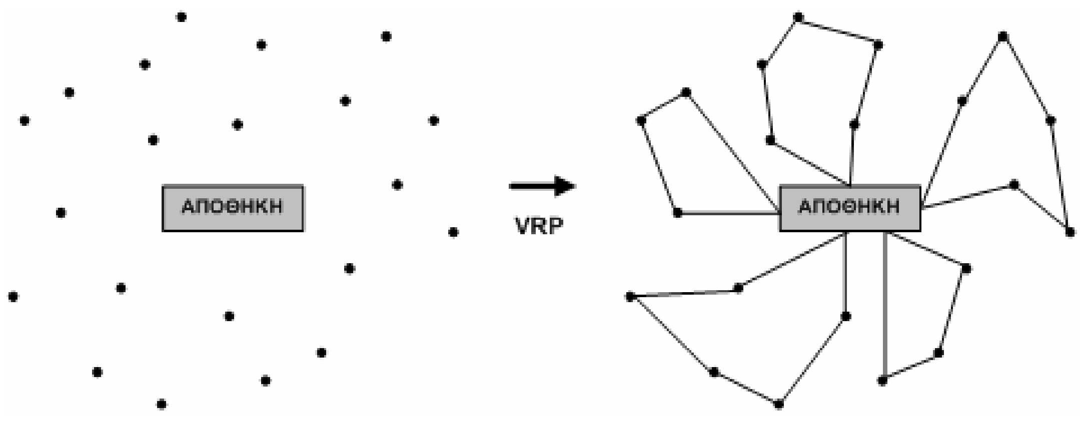
Η μέθοδος **Tabu Search** (TS) έχει χρησιμοποιηθεί ως τεχνική επίλυσης του προβλήματος από τους Glover (1989,1990,1991), Lin και Kernighan (1973), Rossier *et al.* (1986), Malek *et al.* (1989), Knox και Glover (1989) και Knox (1994). Η μέθοδος TS είναι μετα-ευρετική και μοιράζεται με την SA την ικανότητα να αποφεύγει τα μη αποδεκτά τοπικά βέλτιστα. Η TS χρησιμοποιεί ντετερμινιστικά παρά στοχαστικά κριτήρια αποδοχής.

Τέλος, όσον αφορά τη κατηγορία των **Γενετικών Αλγόριθμων (Genetic Algorithms)**, σχετικές αναφορές για την επίλυση του TSP με την συγκεκριμένη τεχνική εμφανίζονται στους Goldberg (1989), Holland (1975),Valenzuela *et al.*(1994) και Muhlenbein & Voigt, (1995). Η βασική ιδέα των ΓΑ είναι η διατήρηση ενός πληθυσμού υποψήφιων λύσεων, ο οποίος εξελίσσεται μέσω μιας επιλεκτικής διαδικασίας που ευνοεί την επιβίωση των πιο κατάλληλων λύσεων.

2.3 Το Πρόβλημα της Δρομολόγησης Οχημάτων (Vehicle Routing Problem)

Από τα μέσα του 20^{ου} αιώνα οι Dantzig και Ramser (1959), είχαν περιγράψει το Πρόβλημα της Αποστολής Φορτηγών (Truck Dispatching Problem) το οποίο δεν είναι άλλο από το Πρόβλημα της Δρομολόγησης Οχημάτων (VRP) όπως είναι γνωστό σήμερα. Το VRP θα μπορούσε να περιγραφεί σαν μια γενίκευση του TSP. Η διαφορά έγκειται στο ότι στην περίπτωση του VRP η δρομολόγηση αφορά στόλο οχημάτων διανομής (Toth και Vigo, 2002).

Όπως και στην περίπτωση του TSP, έτσι και στο VRP κάθε πελάτης αποτελεί τον κόμβο ενός δικτύου. Το ευρύτερο σύνολο των πελατών χωρίζεται σε υποσύνολα κάθε ένα από τα οποία εξυπηρετείται από ένα όχημα του στόλου. Ο ίδιος πελάτης δεν μπορεί να εξυπηρετηθεί από περισσότερα του ενός οχήματα. Κάθε όχημα έχει συγκεκριμένη χωρητικότητα και πραγματοποιεί μια διαδρομή ξεκινώντας και καταλήγοντας στην αποθήκη (βλ. Σχήμα 2.4).



Σχήμα 2. 5 Παράδειγμα VRP

Η συνολική ζήτηση των πελατών που εξυπηρετούνται ανά διαδρομή δεν ξεπερνά την χωρητικότητα του αντίστοιχου οχήματος. Σε κάθε τόξο (i, j) του δικτύου αντιστοιχεί μία μετρική κόστους c_{ij} που μπορεί να εκφράζει τον χρόνο μετάβασης του οχήματος από τον τρέχοντα πελάτη i στον πελάτη j επαυξημένο με τον χρόνο εξυπηρέτησης του j. Στόχος του προβλήματος είναι η μείωση του συνολικού κόστους όλων των διαδρομών που πραγματοποιούνται από όλα τα οχήματα του στόλου.

Υπάρχουν αρκετές παραλλαγές του βασικού προβλήματος VRP που προκύπτουν από την προσθήκη επιπλέον περιορισμών στο βασικό μαθηματικό μοντέλο. Ορισμένες από αυτές αναφέρονται στον περιορισμό της χωρητικότητας των οχημάτων (Capacitated VRP), στην απόσταση που θα διανυθεί (Distance Constrained VRP), στην ύπαρξη χρονικών παραθύρων (VRP with Time Windows) και στην περίπτωση όπου τα οχήματα παραλαμβάνουν προϊόντα προς επιστροφή (VRP with Pickup and Delivery).

Η ζήτηση και ο αριθμός των πελατών στα παραπάνω προβλήματα θεωρείται γνωστή εκ των προτέρων. Μια μεταβολή της ζήτησης ή των πελατών ή και των δύο μαζί, από γνωστή παράμετρο του προβλήματος σε τυχαία μεταβλητή, μετατρέπει ουσιαστικά τα προαναφερθέντα προβλήματα σε νέα προβλήματα. Πρόκειται για τα Στοχαστικά VRP (Stochastic VRP - SVRP), (Bertsimas, 1992 και Gendreau, 1995).

Το VRP αποτελεί ένα δύσκολο συνδυαστικό πρόβλημα. Μέχρι σήμερα, οι ευρετικοί και μετα-ευρετικοί αλγόριθμοι παραμένουν η μόνη αξιόπιστη προσέγγιση για την επίλυση πρακτικών προβλημάτων (Toth και Vigo, 2002).

2.4 Το Πρόβλημα του Προσανατολισμού (Orienteering Problem)

Το Πρόβλημα του Προσανατολισμού (Orienteering Problem/ OP) έχει τις ρίζες του σε άθλημα στο οποίο οι συμμετέχοντες, εφοδιασμένοι με χάρτη και πυξίδα, ξεκινούν από καθορισμένο σημείο, προσπαθούν να επισκεφτούν όσα το δυνατόν περισσότερα σημεία ελέγχου εντός προκαθορισμένου χρονικού ορίζοντα και επιστρέφουν σε επίσης καθορισμένο σημείο τερματισμού. Κάθε σημείο ελέγχου σχετίζονταν με κάποια τιμή κέρδους. Ο στόχος του παιχνιδιού ήταν η μεγιστοποίηση του συνολικού κέρδους εντός του προκαθορισμένου χρονικού ορίζοντα.

Το Πρόβλημα του Προσανατολισμού, αποτελεί μια ειδική μορφή του TSP. Όπως και στο TSP, το OP ορίζεται επί δικτύου με α) κόμβους τους πελάτες και β) τόξα όλες τις πιθανές διαδρομές μεταξύ των κόμβων (πελατών). Κάθε ένα από αυτά τα τόξα σχετίζεται με ένα κόστος c_{ij} το οποίο αποτελεί τον χρόνο μετάβασης από τον πελάτη i στον πελάτη j. Κάθε πελάτης σχετίζεται με τιμή μιας μετρικής κέρδους (σημαντικότητα ή χρηματικό έπαθλο). Το πρόβλημα έγκειται στην εύρεση ενός δρομολογίου που μεγιστοποιεί το κέρδος του οχήματος και που δεν παραβιάζει τον χρονικό ορίζοντα που έχει στην διάθεση του το όχημα (Tsiligirides, 1984). Λόγω του χρονικού περιορισμού συνήθως δεν είναι δυνατή η επίσκεψη στο σύνολο των πελατών σε αντίθεση με το TSP στο οποίο ο πωλητής πρέπει να επισκεφτεί όλους τους κόμβους. Τέλος, σε ένα Πρόβλημα Προσανατολισμού, το σημείο εκκίνησης και το σημείο τερματισμού δεν είναι απαραίτητο να συμπίπτουν.

Το OP έχει αντιμετωπιστεί σαν ειδική περίπτωση προβλήματος TSP σε ενδεικτικές έρευνες όπως το Prize Collecting TSP (Balas 1989,2002), το Cost- constrained TSP (Sokkappa 1990), το Selective TSP (Laporte & Martello 1990) κ.α.

Οι σημαντικότερες ερευνητικές προσεγγίσεις σχετικά με OP εμπίπτουν σε δύο κατηγορίες: Προσεγγιστικές λύσεις με την βοήθεια ευρετικών μεθόδων και ακριβείς μέθοδοι επίλυσης. Πρώτος, ο Tsiligirides (1984) εισήγαγε δυο ευρετικές μεθόδους προς επίλυση του OP. Η πρώτη προσέγγιση, ο *Στοχαστικός αλγόριθμος (Stochastic algorithm,* ***S - algorithm****)* βασίζεται στη μέθοδο Monte Carlo στην οποία ένας μεγάλος αριθμός λύσεων (διαδρομών) παράγεται με σκοπό να επιλεχτεί η καλύτερη ανάμεσα τους. Κάθε διαδρομή κατασκευάζεται με τρόπο ώστε σε κάθε κόμβο που δεν έχει εισαχθεί στη διαδρομή ανατίθεται ένα μέτρο επιθυμίας (*desirability measure*) A_{ij}, το οποίο δίνεται από τη σχέση:

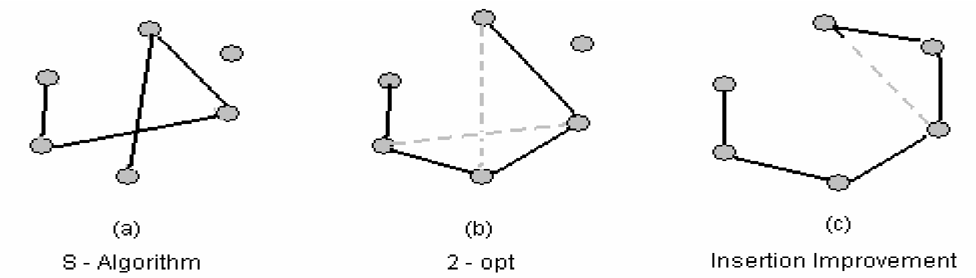
$$A_{ij} = \left(\frac{p_j}{c_{ij}}\right)^4 \quad , \qquad (2.2)$$

όπου *i* ο τελευταίος κόμβος που είχε εισαχθεί στη διαδρομή, p_j αντιπροσωπεύει το αντίστοιχο κέρδος του υποψήφιου σημείου *j* και c_{ij} η απόσταση ανάμεσα στον κόμβο i και στον κόμβο j. Οι τέσσερις κόμβοι με τις μεγαλύτερες τιμές A_{ij} επιλέγονται και υπολογίζονται οι πιθανότητες :

$$S_{ij} = \frac{A_{ij}}{\sum_{\kappa=1}^{4} A_{ij}} \quad , \ j = 1,\ldots, 4 \qquad (2.3)$$

Το προς ένταξη σημείο j επιλέγεται τυχαία με βάση τις πιθανότητες S_{ij}. Αυτή η διαδικασία εισαγωγής επαναλαμβάνεται έως ότου δεν υπάρχει σημείο που να μπορεί να ενταχθεί στη διαδρομή χωρίς να παραβιάζεται ο περιορισμός του συνολικού χρονικού ορίζοντα. Με αυτή την τεχνική παράγονται N διαδρομές (π.χ. N = 3000) και ως τελική λύση επιλέγεται εκείνη που αντιστοιχεί με το μέγιστο συνολικό κέρδος (βλ. Σχήμα 2.6. (a)).

O Tsiligirides προτείνει μια σειρά από βελτιώσεις της προκύπτουσας διαδρομής που διακρίνονται σε δυο φάσεις. Στην πρώτη φάση, χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος 2–opt, (βλ Σχήμα 2.6.b). Με αυτόν τον τρόπο, εξασφαλίζεται η μείωση του συνολικού χρόνου της διαδρομής. Στη δεύτερη φάση, χρησιμοποιείται η μέθοδος παρεμβολής (Insertion Method), για να εισαχθούν νέοι πελάτες στη διαδρομή έως ότου εξαντληθεί το σύνολο του εναπομείναντος χρόνου (βλ. Σχήμα 2.6. (c)).



Σχήμα 2. 6 Αλγόριθμος S (Tsiligirides, 1984)

Για την επίλυση του OP, οι Golden *et al.* (1987), παρουσίασαν έναν ευρετικό αλγόριθμο ο οποίος αποτελείται από τρία σταδία:

a) από την κατασκευή μιας διαδρομής,

b) την βελτίωση της διαδρομής και

c) την βελτίωση της θέσης του κέντρου βάρους νοητής έλλειψης (κατασκευάζεται από το σύνολο των σημείων που ανήκουν στην διαδρομή των βημάτων a) και b)).

Η κατασκευή της διαδρομής πραγματοποιείται με την μέθοδο 'bang to buck' insertion heuristic. Δηλαδή, από τα σημεία της αρχικής διαδρομής κατασκευάζεται μια έλλειψη της οποίας οι εστίες είναι το σημείο εκκίνησης και τερματισμού και ο μεγάλος άξονας ισούται με τον χρονικό ορίζοντα. Για κάθε σημείο που δεν ανήκει στην διαδρομή, υπολογίζεται ένα μέτρο βαρύτητας που θα καθορίσει το επόμενο προς εισαγωγή σημείο. Το μέτρο αυτό δίνεται από τον τύπο:

$$W_j = \alpha * S_i + \beta * C_i + \gamma * E_i \qquad (2.4)$$

όπου α + β + γ = 1, s_i είναι το κέρδος του σημείου i, C_i είναι η απόσταση από το κέντρο βάρους της έλλειψης και E_i το άθροισμα των αποστάσεων του σημείου από το σημείο εκκίνησης και από το σημείο τερματισμού. Σε ποιον από τους παράγοντες s_i , C_i, E_i θα δοθεί μεγαλύτερη βαρύτητα εξαρτάται από τις τιμές των αντίστοιχων σταθερών *a, b, c*. Στο δεύτερο βήμα εφαρμόζεται η μέθοδος 2-opt για την βελτίωση της λύσης που προέκυψε από το προηγούμενο βήμα του αλγορίθμου και στη συνέχεια από έναν αλγόριθμο παρεμβολής (Insertion). Στο τρίτο βήμα, υπολογίζεται το κέντρο βάρους μιας καινούργιας έλλειψης βάσει της λύσης του δεύτερου βήματος και τα τρία στάδια επαναλαμβάνονται συνεχώς μέχρι δυο διαδοχικές διαδρομές να είναι πανομοιότυπες η μία με την άλλη. Πολλές διαδρομές κατασκευάζονται με τον τρόπο αυτό και ως τελική θεωρείται αυτή με το μεγαλύτερο κέρδος.

Άλλοι συγγραφείς που ασχολήθηκαν με το OP περιλαμβάνουν τους Chao *et al.* (1996), Golden, Wang και Liu, Keller (1989), Ramesh και Brown, Golden *et al.* (1987), Leifer και Rosenwein (1994) και Ramesh *et al.* (1992). Πρέπει να σημειωθεί ότι το Πρόβλημα του Προσανατολισμού βρίσκει εφαρμογή και σε προβλήματα VRP, με τη μορφή του *Ομαδικού Προβλήματος Προσανατολισμού (Team Orienteering Problem, TOP)* (Chao *et al.* 1996). Το πρόβλημα αυτό περιλαμβάνει πολλαπλά οχήματα. Για κάθε όχημα ισχύουν οι περιορισμοί που προαναφέρθηκαν για το OP.

Το Πρόβλημα του Προσανατολισμού αποτελεί την βάση για την επίλυση του προβλήματος της παρούσας εργασίας (Tsiligirides, 1984).

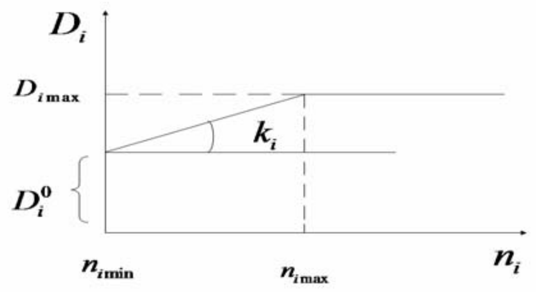
3. ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΥ ΕΠΙΣΚΕΨΙΜΟΤΗΤΑΣ

3.1 Περιγραφή του Προβλήματος

Για τον ορισμό του προβλήματος καθορισμού επισκεψιμότητας θεωρούμε το παρακάτω σενάριο. Έστω ένα όχημα που εξυπηρετεί τους πελάτες συγκεκριμένου δικτύου διανομής. Η ζήτηση των προϊόντων εξαρτάται άμεσα από την εξυπηρέτηση του πελάτη (customer service), και είναι ανάλογη του πλήθους των επισκέψεων του διανομέα εντός προκαθορισμένης χρονικής περιόδου. Ωστόσο, η αύξηση της ζήτησης ενός πελάτη δεν είναι απεριόριστη, λόγω περιορισμών κυρίως στην δυνατότητα πώλησης προϊόντων, πέραν ορισμένου μέγιστου αριθμού. Στην απλή μορφή του το πρόβλημα αφορά ένα προϊόν. Για την αποτελεσματική εξυπηρέτηση του δικτύου, το όχημα πρέπει να εκτελεί ένα ελάχιστο αριθμό επισκέψεων σε κάθε πελάτη εντός της συγκεκριμένης περιόδου. Σκοπός του προβλήματος είναι να προσδιοριστεί το πλήθος των επισκέψεων του οχήματος στους πελάτες, ώστε να μεγιστοποιηθεί το κέρδος του διανομέα εντός συγκεκριμένης χρονικής περιόδου.

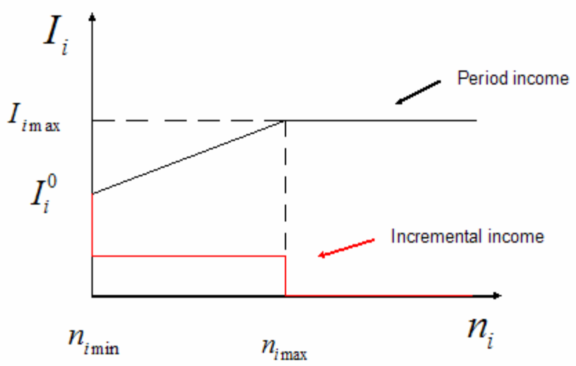
Στο Σχήμα 3.1 απεικονίζεται η σχέση μεταξύ της ζήτησης ενός πελάτη για το προϊόν και του πλήθους των επισκέψεων του οχήματος σε αυτόν. Αν το όχημα επισκεφτεί τον πελάτη i τον ελάχιστο δυνατό αριθμό ($n_{i\min}$ φορές), τότε η παραδοτέα ποσότητα ταυτίζεται με την αρχική ζήτηση (D_i^0) της περιόδου αναφοράς. Σε κάθε επιπλέον επίσκεψη, η ζητούμενη ποσότητα της περιόδου (D_i) αυξάνεται με σταθερό ρυθμό (k_i). Όταν το πλήθος των επισκέψεων φτάσει ένα μέγιστο αριθμό ($n_{i\max}$), τότε η παραδοτέα ποσότητα είναι η μέγιστη δυνατή με βάση τις ανάγκες του πελάτη $(D_{i\max})$.

Κάθε επιπλέον επίσκεψη δεν επιφέρει επιπλέον αύξηση της ζήτησης.



Σχήμα 3. 1 Μεταβολή ζήτησης D_i πελάτη i

Στον Σχήμα 3.2 παρουσιάζεται ο τρόπος που μεταβάλλονται τα συνολικά έσοδα (period income) και βηματικά έσοδα (incremental income) ενός πελάτη i σε σχέση με τον αριθμό των επισκέψεων n_i του οχήματος σε αυτόν. Τα συνολικά έσοδα I_i είναι ποσότητα ανάλογη της ποσότητας D_i, με συντελεστή αναλογίας την παράμετρο p. Τα βηματικά έσοδα έχουν αρχική τιμή την $I_i^0 = D_i^0 p$ και για κάθε επίσκεψη έως το ανώτατο όριο $n_{i\max}$ έχουν τιμή ίση με $k_i p$.



Σχήμα 3. 2 Μεταβολή εσόδων I_i πελάτη i

3.1 Διατύπωση Μαθηματικού Μοντέλου

Έστω ένα δίκτυο N αποτελούμενο από σύνολο κόμβων $V = \{0,1,\ldots,n\}$ και σύνολο τόξων A που συνδέουν τους κόμβους, όπου 1,…,n θεωρούνται οι προς επίσκεψη πελάτες και 0 το σημείο έναρξης και τερματισμού του οχήματος (αποθήκη). Καθένα από τα τόξα $(i, j) \in A$ σχετίζεται με κόστος c_{ij} που αντιπροσωπεύει την απόσταση μετάβασης από τον κόμβο i στον κόμβο j , $\forall i, j \in V$ και $c_{ii} = 0$. Επίσης ορίζεται η περίοδος αναφοράς T που αποτελείται από n_d υποπεριόδους. Η διάρκεια κάθε υποπεριόδου ορίζει την μέγιστη δυνατή απόσταση C που το όχημα μπορεί να διανύσει εντός της υποπεριόδου αυτής. Για παράδειγμα έστω ότι η περίοδος αναφοράς είναι μία εβδομάδα που αποτελείται από πέντε εργάσιμες ημέρες (d=1,…,5) με n_d=5. Η ημερήσια διαδρομή αποτελείται από μια ακολουθία τόξων, στην οποία κινείται το όχημα ξεκινώντας από την αποθήκη (depot) και καταλήγοντας σε αυτή.

Για την διατύπωση του μαθηματικού μοντέλου του προβλήματος ορίζονται οι εξής συμβολισμοί:

- Ο γράφος G = (V,A)
- $V_u = V \setminus \{0\}$

Ορίζονται επίσης οι εξής μεταβλητές :

- T : περίοδος αναφοράς του προβλήματος
- d$\in$ {1,2,…,n_d} η υποπερίοδος της περιόδου αναφοράς. Το κάθε δρομολόγιο εκτελείται εξολοκλήρου εντός μίας υποπεριόδου
- i : το σημείο πώλησης $(i \in V_u)$
- p: μοναδιαίο κέρδος από κάθε μονάδα προϊόντος

- c_{ij} : το κόστος (απόσταση) μετάβασης από i→j
- n_i: η επισκεψιμότητα στον πελάτη i, δηλαδή το πλήθος των επισκέψεων στον πελάτη i εντός της περιόδου αναφοράς T
- n_{imax}: το μέγιστο πλήθος επισκέψεων στον πελάτη i, πέραν του οποίου δεν πραγματοποιούνται πωλήσεις (βλ. Σχήμα 3.1)
- n_{imin}:ο ελάχιστος αριθμός επισκέψεων στον πελάτη i εντός της περιόδου αναφοράς, $1 \leq n_{i\min} \leq n_{i\max}$
- D_i^0: η ζήτηση στον πελάτη i που αντιστοιχεί σε n_{imin} επισκέψεις
- D_i^d: η ζήτηση στον πελάτη i την υποπερίοδο d της περιόδου αναφοράς
- k_i : ρυθμός αύξησης της ζήτησης στον πελάτη i, σε σχέση με το πλήθος των επισκέψεων
- C: η μέγιστη συνολική απόσταση (κόστος) που μπορεί να διανυθεί από το όχημα εντός κάθε υποπεριόδου
- Q: η χωρητικότητα του οχήματος (capacity)

$$x_{ij}^d = \begin{cases} 1 & \text{, αν το τόξο i→j εντάσσεται στο δρομολόγιο του οχήματος τη υποπερίοδο d} \\ 0 & \text{, διαφορετικά} \end{cases}$$

$$y_i^d = \begin{cases} 1 & \text{, αν ο πελάτης εξυπηρετείται τη υποπερίοδο d} \\ 0 & \text{, διαφορετικά} \end{cases}$$

Η αντικειμενική συνάρτηση στοχεύει στην βελτιστοποίηση (μεγιστοποίηση) του συνολικού κέρδους από την εξυπηρέτηση πελατών του δικτύου εντός της περιόδου αναφοράς. Δηλαδή :

$$Max\left[\sum_{i\in V_u}\left[D_i^0+\left(\sum_{d=1}^{n_d} y_i^d - n_{i\min}\right)k_i\right]p-\sum_{d=1}^{n_d}\sum_{i\in V}\sum_{j\in V,\, j\neq i} c_{ij}x_{ij}^d\right] \tag{3.1}$$

Υπό τους παρακάτω περιορισμούς (constraints) :

$$\sum_{j\in V_u, i\neq j} \mathrm{x}_{\mathrm{ji}}^{\mathrm{d}} = y_i^d \qquad \forall i\in V_u, \forall d\in\{1,...,n_d\} \tag{3.2}$$

$$\sum_{j\in V_u, i\neq j} \mathrm{x}_{\mathrm{ij}}^{\mathrm{d}} = y_i^d \qquad \forall i\in V_u, \forall d\in\{1,...,n_d\} \tag{3.3}$$

$$\sum_{j\in V} \mathrm{x}_{\mathrm{0j}}^{\mathrm{d}} = 1 \qquad \forall d\in\{1,...,n_d\} \tag{3.4}$$

$$\sum_{j\in V} \mathrm{x}_{\mathrm{j0}}^{\mathrm{d}} = 1 \qquad \forall d\in\{1,...,n_d\} \tag{3.5}$$

$$\sum_{i\in S}\sum_{j\in S} x_{ij}^d \leq \sum_{i\in S} y_i^d - 1 \qquad \forall S\subseteq V_u, \forall d\in\{1,...,n_d\} \tag{3.6}$$

$$\sum_{i\in V}\sum_{j\in V, i\neq j} c_{ij}x_{ij}^d \leq C \qquad \forall d\in\{1,...,n_d\} \tag{3.7}$$

$$n_{i\min} \leq \sum_{d=1}^{n_d} y_i^d \leq n_{i\max} \qquad \forall i\in V_u \tag{3.8}$$

$$\sum_{i\in V_u} \mathrm{D}_{\mathrm{i}}^{d}\mathrm{y}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{d}} \leq Q \qquad \forall d\in\{1,...,n_d\} \tag{3.9}$$

$$x_{ij}^d = \{0,\ 1\} \tag{3.10}$$

$$y_i^d = \{0,\ 1\} \tag{3.11}$$

Η αντικειμενική συνάρτηση αποτελείται από δύο τμήματα: Το πρώτο τμήμα περιλαμβάνει τα συνολικά έσοδα για το προϊόν που διανέμεται σε κάθε πελάτη στο σύνολο της χρονικής περιόδου. Η τιμή των εσόδων δίνεται από την συνολική ζήτηση για το προϊόν επί την τιμή ανά μονάδα προϊόντος. Το δεύτερο τμήμα περιλαμβάνει το συνολικό κόστος κίνησης του διανομέα για το σύνολο της χρονικής περιόδου.

Όσον αφορά τους περιορισμούς (3.2) έως (3.11) επισημαίνονται τα εξής:

- Με τον περιορισμό (3.2) εξασφαλίζεται ότι αν το όχημα εξυπηρετήσει τον πελάτη i την ημέρα d, τότε μόνο ένα τόξο της διαδρομής καταλήγει στον κόμβο i.
- Με τον περιορισμό (3.3) εξασφαλίζεται ότι αν το όχημα εξυπηρετήσει τον πελάτη i την ημέρα d, τότε μόνο ένα τόξο της διαδρομής εκκινεί από τον πελάτη i.
- Με τον περιορισμό (3.4) εξασφαλίζεται ότι μόνο ένα τόξο της διαδρομής εκκινεί από την αποθήκη την ημέρα d.
- Με τον περιορισμό (3.5) εξασφαλίζεται ότι μόνο ένα τόξο της διαδρομής καταλήγει στην αποθήκη την ημέρα d.
- Με τον περιορισμό (3.6) εξασφαλίζεται ότι δεν υπάρχουν κυκλικά δρομολόγια κατά μήκος της διαδρομής, και εξασφαλίζεται η συνεκτικότητα του δρομολογίου. Το σύνολο S μπορεί να είναι οποιοδήποτε υποσύνολο του V_u.
- Με τον περιορισμό (3.7) εξασφαλίζεται ότι το συνολικό κόστος για την πραγματοποίηση του δρομολογίου της μέρας d, δεν μπορεί να ξεπερνάει το μέγιστο συνολικό κόστος που μπορεί να διανυθεί από το όχημα εντός κάθε ημέρας.

- Με τον περιορισμό (3.8) εξασφαλίζεται ότι ο διανομέας θα επισκεφτεί τον πελάτη i τουλάχιστον n_{imin} φορές και το πολύ n_{imax} φορές εντός του χρονικού ορίζοντα αναφοράς.
- Με τον περιορισμό (3.9) εξασφαλίζεται ότι το φορτίο του οχήματος την ημέρα d, δεν υπερβαίνει την χωρητικότητά του (Q). Όπου D_i^d :

$$D_i^d = \begin{cases} D_i^0 / n_{i\min} & , \quad n_i \le n_{\min} \\ D_i^0 + \left(\sum_{d=1}^{d} y_i^d - n_{i\min} \right) k_i & , \quad n_{\min} < n_i \le n_{i\max} \end{cases}$$

- Με τον περιορισμό (3.10) εξασφαλίζεται ότι η μεταβλητή $x_{ij}{}^d$ λαμβάνει τιμές 0 ή 1.
- Με τον περιορισμό (3.11) εξασφαλίζεται ότι η μεταβλητή $y_i{}^d$ λαμβάνει τιμές 0 ή 1.

Στην παρούσα εργασία επιλύεται το πρόβλημα χωρίς τον μη γραμμικό περιορισμό (3.9). Το τροποποιημένο πρόβλημα αναφέρεται σε διανομή προϊόντων, για τα οποία δεν υπάρχει περιορισμός χωρητικότητας. Τέτοια παραδείγματα μπορεί να αναφέρονται σε μεταφορά γραμμάτων/μικροδεμάτων από εταιρεία ταχυμεταφορών (courier) ή άλλων των οποίων ο όγκος ή το βάρος δεν αποτελεί περιορισμό.

3.2 Επίλυση με την Μέθοδο Διαδοχικών Ορίων

Η Μέθοδος Διαδοχικών Ορίων (Branch & Bound), αποτελεί τεχνική επίλυσης ακέραιων και διακριτών προβλημάτων προγραμματισμού (Lee & Mitchell, 1998) και βασίζεται στην παρατήρηση των ακέραιων λύσεων ενός δένδρου λύσεων. Η κεντρική ιδέα στη μέθοδο Branch & Bound για την επίλυση ενός προβλήματος Ακέραιου Προγραμματισμού (ΑΠ) είναι η δημιουργία και επίλυση μιας σειράς από προβλήματα Γραμμικού Προγραμματισμού (ΓΠ), το καθένα από τα οποία προσεγγίζει όλο και περισσότερο και θέτει ένα όλο και πιο στενό όριο στον προσδιορισμό της άριστης λύσης.

Τα βήματα της μεθόδου μπορούν να συνοψισθούν ως εξής:

1. **Εύρεση αρχικής λύσης**. Λύνεται το αντίστοιχο πρόβλημα Γραμμικού Προγραμματισμού (Π_0) αντικαθιστώντας τους περιορισμούς του προβλήματος του Κεφαλαίου 3 με τους περιορισμούς $0 \le x_{ij}^d, y_i^d \le 1$. Αν η λύση είναι ακέραια, σταματάει ο αλγόριθμος. Διαφορετικά, τίθεται η άριστη τιμή Z_0 του Π_0 ως το ανώτερο όριο Z^*. Το πρόβλημα (Π_0) αποτελεί το ανώτερο επίπεδο στο δέντρο της λύσης.

2. **Διαίρεση του πεδίου τιμών μιας δεκαδικής μεταβλητής**. Διαλέγεται το κλαδί με το μεγαλύτερο ανώτερο όριο. Σε αυτό το κλαδί επιλέγεται μία μεταβλητή έστω x_{ij} και δημιουργούνται δύο νέοι περιορισμοί $x_{ij} = 0$ και $x_{ij} = 1$.

3. **Δημιουργία δύο θυγατρικών προβλημάτων-κλάδων.** Στο κλαδί που θα εξεταστεί δημιουργούνται δύο νέα (θυγατρικά) προβλήματα-κλαδιά στο καθένα από τα οποία έχει επιβληθεί και ένας από τους δύο παραπάνω πρόσθετους περιορισμούς. Επιλύονται τα προβλήματα και υπολογίζονται οι τιμές των μεταβλητών και της αντικειμενικής συνάρτησης Z_i. Η τιμή Z_i του κάθε προβλήματος είναι το ανώτερο όριο όλων των προβλημάτων που μπορούν να ακολουθήσουν από αυτό το κλαδί. Αν οι μεταβλητές έχουν ακέραια τιμή και η τιμή Z_i είναι η μεγαλύτερη από όλες τις προηγούμενες λύσεις με ακέραιες μεταβλητές, τότε τίθεται η τιμή Z_i ως το κατώτερο όριο της Z^* και διατηρείται αυτή η λύση ως η καλύτερη μέχρι το σημείο αυτό.

4. **Εγκατάλειψη κλαδιών, όπου είναι δυνατόν.** Εξετάζονται όλα τα «ακραία» κλαδιά τα οποία δεν έχουν εγκαταλειφθεί, με σκοπό να εγκαταλειφθούν όσο το δυνατόν περισσότερα. Εγκατάλειψη ενός κλαδιού γίνεται:
   4.1. αν η τιμή Z_i στο συγκεκριμένο κλαδί είναι μικρότερη από το κατώτερο όριο της Z^*.
   4.2. αν το συγκεκριμένο κλαδί δεν έχει λύση (είναι αδύνατο)
   4.3. αν ευρεθεί ακέραιη λύση η οποία είναι καλύτερη από το ήδη υπάρχον κατώτερο όριο της Z^*. Στη περίπτωση αυτή αναθεωρείται το κατώτερο όριο και παίρνει τη νέα τιμή, η οποία διατηρείται ως η καλύτερη μέχρι το βήμα αυτό.
5. **Ολοκλήρωση διαδικασίας.** Η διαδικασία ολοκληρώνεται όταν εγκαταλειφθούν όλα τα κλαδιά. Όταν συμβεί αυτό, θεωρείται το κατώτερο όριο της Z^* ως η άριστη λύση. Αν δεν έχουν εγκαταλειφθεί όλα τα κλαδιά, επαναλαμβάνεται η διαδικασία από το βήμα 2.

Είναι φανερό ότι η μέθοδος Branch & Bound αποτελεί μία «έξυπνη» απαρίθμηση των εφικτών (ακέραιων) λύσεων ενός προβλήματος. Ο αριθμός των κλαδιών όμως που δημιουργούνται και πρέπει να εξετασθούν αυξάνει πολύ γρήγορα σε σχέση με τον αριθμό των μεταβλητών του προβλήματος. Γι’ αυτό και η μέθοδος αυτή είναι πρακτικά χρήσιμη μόνο για σχετικά μικρού ή μεσαίου μεγέθους προβλήματα.

Το πρόβλημα της παρούσας εργασίας λύθηκε χρησιμοποιώντας τη ρουτίνα “bintprog” του MATLAB. Διαμορφώθηκαν κατάλληλα η αντικειμενική συνάρτηση και οι περιορισμοί και με την χρήση της ρουτίνας προέκυψαν τα αποτελέσματα που θα παρουσιαστούν στη συνέχεια. Πρέπει να σημειωθεί ότι για το πρόβλημα που επιλύθηκε με την Μέθοδο Branch & Bound δεν λήφθηκε υπόψη ο περιορισμός (3.9), ώστε να διατηρηθεί η γραμμικότητα του προβλήματος.

4. ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΕΥΡΕΤΙΚΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ

4.1 Περιγραφή Προτεινόμενου Ευρετικού Αλγορίθμου

Σε παρόν κεφάλαιο προτείνεται ένας ευρετικός αλγόριθμος για την επίλυση του προβλήματος που παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 3. Είναι σημαντικό να τονιστεί ότι καθοριστικό ρόλο στα αποτελέσματα του αλγορίθμου παίζουν ο ελάχιστος και ο μέγιστος αριθμός επισκέψεων ανά πελάτη καθώς και ο ρυθμός που αυξάνεται η ζήτηση ανά επίσκεψη. Η επιλογή του μέτρου ποσοτικοποίησης της μετρικής «αξίας» του προς επίσκεψη πελάτη, καθώς και η μέθοδος πιθανοθεωρητικής επιλογής των πελατών προς εισαγωγή στα δρομολόγια στην υλοποίηση του OP είναι καθοριστικά για την ποιότητα των λύσεων (Tsiligirides 1984).

Η βασική ιδέα του αλγορίθμου έχει ως εξής: Για την εκτέλεση του αλγορίθμου δημιουργείται πίνακας που για κάθε πελάτη περιέχει τα εξής (βλ. Πίνακα 4.1): α) στην πρώτη γραμμή την ταυτότητά του (ID), β) στην δεύτερη γραμμή τον ελάχιστο απαιτούμενο αριθμό επισκέψεων, γ) στην τρίτη γραμμή τον μέγιστο αριθμό επισκέψεων και δ) στην τέταρτη γραμμή τον τρέχοντα αριθμό επισκέψεων για κάθε επανάληψη της μεθόδου.

Πίνακας 4.1. Παράδειγμα πίνακα επισκεψιμότητας

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΤΙΚΟ ΠΕΛΑΤΗ	1	2	3	4	5
ΕΛΑΧΙΣΤΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ ΕΠΙΣΚΕΨΕΩΝ	1	2	1	3	1
ΜΕΓΙΣΤΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ ΕΠΙΣΚΕΨΕΩΝ	4	3	2	5	3
ΑΡΙΘΜΟΣ ΕΠΙΣΚΕΨΕΩΝ ΟΧΗΜΑΤΟΣ	3	3	2	2	3

Ο προτεινόμενος αλγόριθμος αποτελείται από τρεις ομάδες βημάτων (Ενότητες). Στην πρώτη Ενότητα για κάθε υποπερίοδο του χρονικού ορίζοντα εφαρμόζεται ο αλγόριθμος OP (βλ. Ενότητα 2.4). Επισημαίνεται ότι στον περιορισμό που χρησιμοποιείται για την πιθανή εισαγωγή του πελάτη στο δρομολόγιο [βλ. Εξίσωση (2.2)] της μεθόδου OP χρησιμοποιείται το βηματικό κέρδος P_i^d . Εφαρμόζεται ο αλγόριθμος 2-opt (βλ. Ενότητα 2.2) για κάθε διαδρομή της υποπεριόδου του χρονικού ορίζοντα, βελτιώνεται η διαδρομή και εξοικονομείται κόστος (Δt_d). Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται για κάθε υποπερίοδο d του χρονικού ορίζοντα και ενημερώνεται κατάλληλα ο πίνακας επισκεψιμότητας. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται κατά N (3000) επαναλήψεις για το σύνολο του χρονικού ορίζοντα.

Στη δεύτερη Ενότητα επιλέγονται οι πελάτες εκείνοι με πλήθος επισκέψεων $n_i<n_{imax}$. Για κάθε υποπερίοδο d εφαρμόζεται ο αλγόριθμος βελτίωσης της διαδρομής (Insertion Method, βλ. Ενότητα 2.2) και από τους επιλεγμένους πελάτες εισάγονται εκείνοι με το μικρότερο κόστος εισαγωγής σε κάθε βήμα, χωρίς όμως να ξεπεραστεί το αντίστοιχο εξοικονομηθέν κόστος. Αν στο τέλος της χρονικής περιόδου δεν υπάρχει πελάτης με αριθμό επισκέψεων μικρότερο του ελάχιστου επιτρεπτού τότε τερματίζεται ο αλγόριθμος.

Αν υπάρχει πελάτης με αριθμό επισκέψεων μικρότερο του ελάχιστου επιτρεπτού, στην τρίτη Ενότητα του αλγορίθμου, εφαρμόζεται ο αλγόριθμος SWAP. Επιλέγονται οι πελάτες εκείνοι με πλήθος επισκέψεων $n_i>n_{imax}$. Για κάθε υποπερίοδο d εντοπίζονται οι συμφερότερες ανταλλαγές μεταξύ των πελατών με περίσσεια επισκέψεων με πελάτες με υπολειπόμενες επισκέψεις. Στην ανταλλαγή αυτή τηρούνται οι περιορισμοί έως μιας επίσκεψης πελάτη ανά περίοδο καθώς και μη υπέρβασης του συνολικού διαθέσιμου κόστους. Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να μην υπάρχει πελάτης με αριθμό επισκέψεων μικρότερο του ελάχιστου επιτρεπτού. Αν παραμείνει έστω και ένας πελάτης που δεν ικανοποιεί τον ελάχιστο απαιτούμενο αριθμό επισκέψεων τότε το πρόβλημα δεν έχει επιτρεπτή λύση με βάση τον παραπάνω αλγόριθμο.

4.2 Αναλυτική Παρουσίαση Προτεινόμενου Ευρετικού Αλγορίθμου.

Αρχή αλγορίθμου

Βήμα 1°: Εισαγωγή δεδομένων. Στο βήμα αυτό εισάγονται πληροφορίες για το υπό μελέτη σύνολο των πελατών και για την αποθήκη. Τα δεδομένα αφορούν: Τον αριθμό των υποπεριόδων του χρονικού ορίζοντα, την ταυτότητα κάθε πελάτη i, τις συντεταγμένες του πελάτη, τον πίνακα κόστους c_{ij}, τον ελάχιστο n_{imin} και τον μέγιστο n_{imax} αριθμό επισκέψεων, το μοναδιαίο έσοδο ανά μονάδα προϊόντος, την αρχική ζήτηση D_i^0 σε κάθε πελάτη, τον ρυθμό k_i που αυξάνεται η ζήτηση αυτού και τέλος το μέγιστο επιτρεπτό κόστος του ημερήσιου δρομολογίου. Στο ίδιο βήμα του αλγορίθμου υπολογίζεται ο πίνακας των αποστάσεων μεταξύ όλων των κόμβων του δικτύου. Έστω d=1, $n_i = 0 \forall i$.

Βήμα 2°: Προσδιορισμός συνόλου εφικτών πελατών. Δημιουργείται το σύνολο F_d των υποψήφιων (εφικτών) πελατών προς εισαγωγή στο δρομολόγιο της υποπεριόδου d. Αρχικά το σύνολο αυτό περιλαμβάνει όλους τους πελάτες.

Βήμα 3^o: Εφαρμογή αλγορίθμου OP. Από το σύνολο των εφικτών πελατών (F_d) επιλέγεται ο πελάτης j^* που θα αποτελέσει τον επόμενο κόμβο του δρομολογίου. Η διαδικασία επιλογής βασίζεται στην μέθοδο που προτάθηκε από τον Tsiligirides (βλ. Ενότητα 2.4)

3.1: Για κάθε πελάτη $j \in F_d$ υπολογίζεται η μετρική «αξίας» (της Εξίσωσης 2.2). Οι πελάτες του F_d κατατάσσονται σε φθίνουσα σειρά βάσει της μετρικής αυτής.

3.2: Ο πελάτης j^* επιλέγεται μεταξύ των τεσσάρων πρώτων πελατών της λίστας του βήματος 3.1 με βάση πιθανότητα επιλογής S_{ij} (της Εξίσωσης 2.3).

3.3: Από το σύνολο των εφικτών πελατών F_d αφαιρείται ο πελάτης j^*.

Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται μέχρι να εξαντληθεί ο διαθέσιμος χρονικός ορίζοντας ή μέχρι το σύνολο F_d να είναι κενό. Για τους πελάτες του δρομολογίου και μόνο, το πλήθος επισκέψεων n_i αυξάνεται κατά μία μονάδα.

Βήμα 4^o: Εφαρμογή αλγορίθμου 2-OPT. Στην διαδρομή που προέκυψε από το βήμα 3 εφαρμόζεται ο αλγόριθμος 2-opt, που έχει παρουσιαστεί στην Ενότητα 2.2, με αποτέλεσμα να μειωθεί το συνολικό κόστος του δρομολογίου κατά Δt_d.

Βήμα 5^o: Έλεγχος αριθμού επισκέψεων σε κάθε πελάτη. Ελέγχεται το πλήθος των επισκέψεων ανά πελάτη n_i. Εάν $n_i \geq n_{imax}$ τότε αφαιρείται ο πελάτης i από το σύνολο F_d.

Βήμα 6^o: Τα βήματα 2 ως 5 επαναλαμβάνονται n_d φορές, όσες δηλαδή και οι υποπερίοδοι του χρονικού ορίζοντα.

Βήμα 7^o: Τα βήματα 2 ως 6 επαναλαμβάνονται N φορές (N=3000). Για κάθε επανάληψη υπολογίζεται η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης $O(k)$ με k=1,2,…,N.

Βήμα 8^o: Επιλέγεται σαν βέλτιστη επανάληψη εκείνη που αντιστοιχεί στην μέγιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης $O(k)$. Από την επιλογή αυτή προκύπτει η διαδρομή της κάθε υποπεριόδου, το κόστος της κάθε διαδρομής και ο αριθμός των επισκέψεων σε κάθε πελάτη, κ.λ.π.

Βήμα 9^o: Έλεγχος αριθμού επισκέψεων. Στο βήμα αυτό ελέγχεται αν έχει επιτευχθεί ο ελάχιστος αριθμός επισκέψεων σε κάθε πελάτη, δηλαδή αν $n_i \geq n_{imin}$. Αν η ανισότητα αυτή ισχύει ο αλγόριθμος τερματίζεται. Αν όχι, ο αλγόριθμος συνεχίζεται με το Βήμα 10.

Έστω U το σύνολο των πελατών $i : n_{i\min} > n_i$.

Βήμα 10^o: Βελτίωση διαδρομής (Insertion Improvement). Στο βήμα αυτό για κάθε πελάτη $i \in U$ και για κάθε υποπερίοδο d:

- 10.1: Υπολογίζεται το κόστος εισαγωγής του i σε κάθε σημείο του δρομολογίου της υποπεριόδου d (δηλαδή μεταξύ οπωσδήποτε δύο διαδοχικών κόμβων των δρομολογίων).

- 10.2: Για το μικρότερο κόστος δ_{id} που προκύπτει ελέγχεται αν είναι αρκετός ο διαθέσιμος χρόνος Δt_d.

Αν $\delta_{id} \le \Delta t_d$ τότε ο πελάτης εισάγεται στο δρομολόγιο της υποπεριόδου d, ενημερώνεται ο υπολειπόμενος χρόνος Δt_d και το πλήθος επισκέψεων n_i.

Τα βήματα 10.1 και 10.2 επαναλαμβάνονται μέχρι να εξαντληθούν όλοι οι πελάτες του συνόλου U ή να είναι αδύνατη η περαιτέρω εισαγωγή πελατών. Στην τελευταία περίπτωση ο αλγόριθμος συνεχίζεται στο Βήμα 11, αλλιώς τερματίζεται επιτυχώς.

Βήμα 11^o: Ανταλλαγή πελατών (SWAP). Οι υποψήφιοι πελάτες προς εισαγωγή, για τους οποίους ο αριθμός επισκέψεων του οχήματος είναι μικρότερος του ελάχιστου απαιτούμενου αριθμού επισκέψεων είναι τα στοιχεία του συνόλου U. Εντοπίζονται οι υποψήφιοι πελάτες προς εξαγωγή, για τους οποίους ο αριθμός επισκέψεων του οχήματος είναι μεγαλύτερος κατά τουλάχιστον μία μονάδα από τον ελάχιστο απαιτούμενο αριθμό επισκέψεων. Οι πελάτες αυτοί ανήκουν στο σύνολο Ω.

- 11.1: Οι πελάτες του συνόλου Ω ταξινομούνται με αύξουσα σειρά κέρδους με $k_j, j \in \Omega$. Ο πρώτος πελάτης στη λίστα είναι ο υποψήφιος προς εξαγωγή. Προκύπτει η υποπερίοδος, η διαδρομή και το κόστος της.
- 11.2: Επιλέγεται ο πρώτος πελάτης j^* της παραπάνω λίστας ως υποψήφιος προς εξαγωγή. Για κάθε πελάτη $i \in U$ υπολογίζεται το κόστος δ_{ij^*d} ανταλλαγής με τον πελάτη j^* την υποπερίοδο d. Επιλέγεται ο πελάτης i^* και η υποπερίοδος d^* με το ελάχιστο κόστος $\delta_{i^*j^*d^*}$ και χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος 2-opt για τη βελτίωση του νέου δρομολογίου.
- 11.3: Αν το κόστος της νέας διαδρομής είναι μικρότερο από το όριο C τότε επιτρέπεται η ανταλλαγή και επικαιροποιούνται οι αριθμοί n_i^* και n_j^* και τα

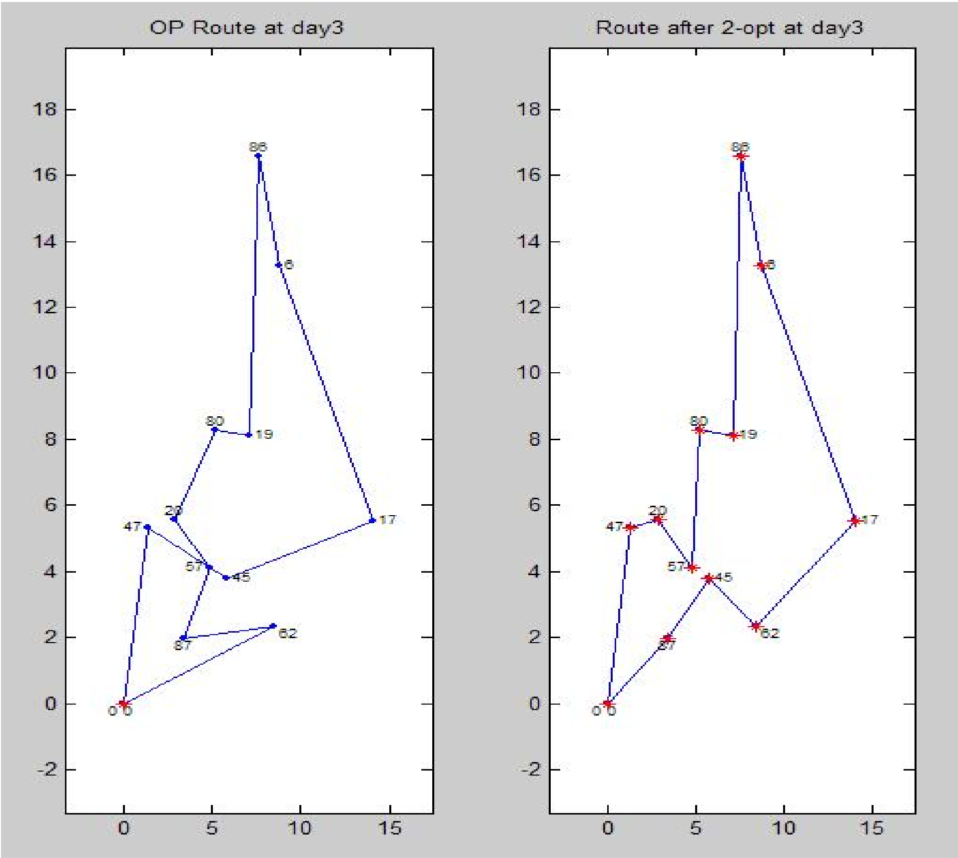
σύνολα U και Ω. Εάν όχι, επιλέγεται ο επόμενος πελάτης του συνόλου Ω, από την λίστα και επαναλαμβάνονται τα Βήματα 11.1 έως 11.3.

Από όλες τις πιθανές αλλαγές που έχουν γίνει επιλέγεται η αλλαγή με την καλύτερη τιμή κόστους.

Βήμα 12^{o}: Το Βήμα 11 επαναλαμβάνεται έως ότου εξαντληθούν όλοι οι πελάτες του συνόλου Ω. Αν εξαντληθούν όλοι οι πελάτες τερματίζεται ο αλγόριθμος. Εάν όχι τότε το πρόβλημα δεν έχει εφικτή λύση.

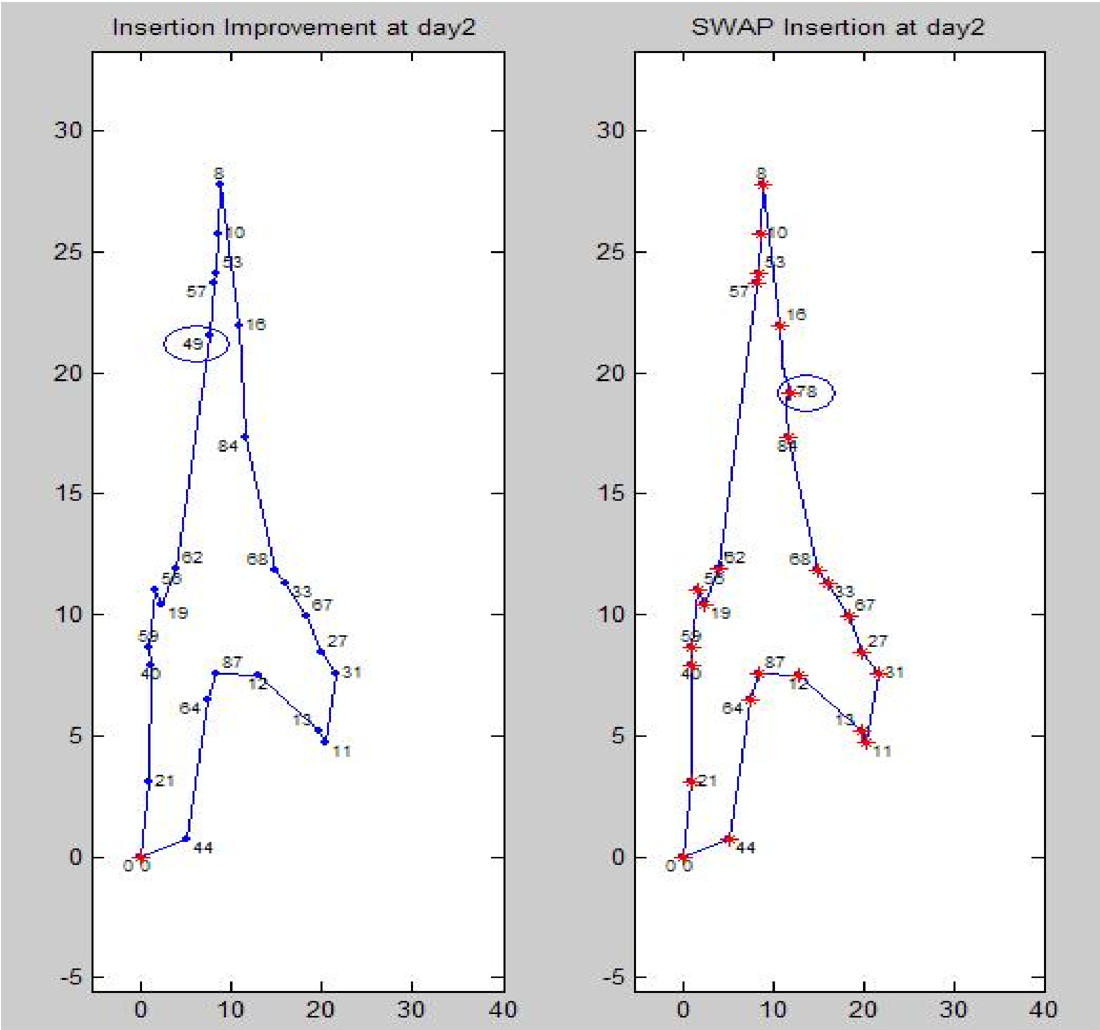
Τέλος αλγορίθμου

Στο Σχήμα 4.1 παρουσιάζεται η βελτίωση της διαδρομής από την εφαρμογή του αλγορίθμου 2-opt (βλ. Βήματα 4 και 11.2). Η βελτίωση αυτή έχει σαν συνέπεια την μείωση του κόστους της διαδρομής και την εξοικονόμηση χρόνου για την πιθανή εισαγωγή επιπλέον πελατών σε επόμενα βήματα.



Σχήμα 4. 1 Παράδειγμα εφαρμογής αλγορίθμου 2-opt

Στο Σχήμα 4.2 παρουσιάζεται η διαδικασία SWAP του Βήματος 11.Στο Σχήμα αυτό παρουσιάζεται η αντικατάσταση του πελάτη με ταυτότητα 49 με τον πελάτη με ταυτότητα 78 στο δρομολόγιο της δεύτερης ημέρας. Το αποτέλεσμα αυτής της αντικατάστασης είναι η ικανοποίηση του κριτηρίου των ελάχιστων επισκέψεων στον πελάτη με ταυτότητα 78.



Σχήμα 4.2 Παράδειγμα ανταλλαγής πελατών

5. ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

Στο παρόν Κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την υλοποίηση των δυο προηγούμενων αλγορίθμων σε μια σειρά προβλημάτων που δημιουργήθηκαν ειδικά για το σκοπό αυτό. Οι προτεινόμενες μέθοδοι εφαρμόστηκαν σε προβλήματα που περιλαμβάνουν περιορισμένο αριθμό πελατών (μέχρι 8 πελάτες) αλλά και σε προβλήματα πρακτικού μεγέθους (π.χ. 30 πελάτες). Αποδεικνύεται ότι η προτεινόμενη ευρετική μέθοδος παρέχει λύσεις καλής ποιότητας σε σχέση με τις βέλτιστες που προκύπτουν από τον αλγόριθμο Branch & Bound.

Η πειραματική διαδικασία περιλαμβάνει τέσσερα στάδια:

a) Δημιουργία προβλημάτων.
b) Επίλυση με τον αλγόριθμο Branch & Bound.
c) Επίλυση με τον Προτεινόμενο Ευρετικό Αλγόριθμο.
d) Σύγκριση των αποτελεσμάτων των δύο αλγορίθμων.

Η δημιουργία των προβλημάτων βασίζεται στον τυχαίο καθορισμό των δεδομένων εισόδου των υπό εξέταση προβλημάτων, όπως το μοναδιαίο κέρδος προϊόντος, οι συντεταγμένες των πελατών, το μέγιστο ημερήσιο κόστος διανομής, η ποσότητα του προϊόντος που λαμβάνει ο κάθε πελάτης αν εξυπηρετηθεί τις ελάχιστες επιτρεπτές φορές, ο ρυθμός αύξησης της ζητούμενης ποσότητας σε κάθε εξυπηρέτηση. Ο ελάχιστος και ο μέγιστος επιτρεπτός αριθμός επισκέψεων σε κάθε πελάτη, το πλήθος πελατών και το μήκος του χρονικού ορίζοντα ορίζονται από τον χρήστη.

Στον Πίνακα 5.1 παρουσιάζονται τα δεδομένα εισόδου ενός τυπικού προβλήματος.

Οι αλγόριθμοι κωδικοποιήθηκαν σε περιβάλλον MATLAB 7.0.1 της Mathworks σε υπολογιστή Pentium Mobile Centrino με ταχύτητα επεξεργαστή 2 GHz και μνήμη RAM 1024MB.

5.1 Συνολικό Κέρδος Πελατών και Υπολογιστικός Χρόνος

Αρχικά δημιουργήθηκαν προβλήματα για κάθε συνδυασμό πελατών και αριθμό ημερών. Επιλύθηκε το πρόβλημα για τις συγκεκριμένες τιμές εισόδου με την Μέθοδο Branch & Bound και στη συνέχεια για τις ίδιες τιμές επιλύθηκε με την προτεινόμενη ευρετική μέθοδο.

Οι τιμές εισόδου των προβλημάτων αυτών είναι οι εξής:

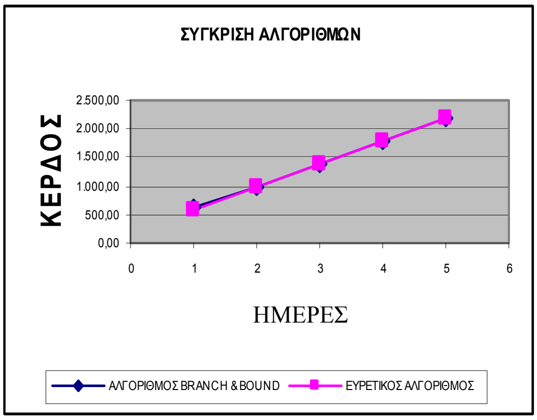
Πίνακας 5.1. Δεδομένα εισόδου για σύγκριση αποτελεσμάτων αλγορίθμων

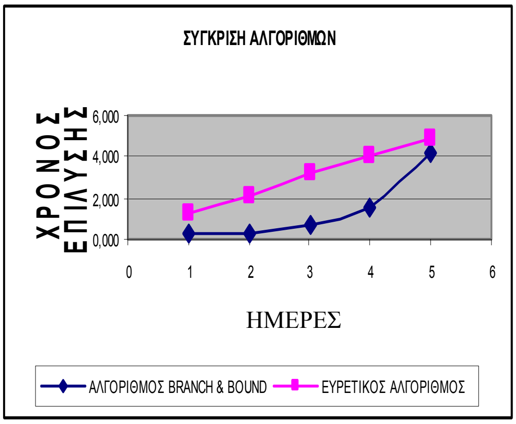
ΑΡΙΘΜΟΣ ΠΕΛΑΤΩΝ	8
ΑΡΙΘΜΟΣ ΗΜΕΡΩΝ	5
ΜΟΝΑΔΙΑΙΟ ΚΕΡΔΟΣ ΠΡΟΙΟΝΤΟΣ	20
ΜΕΓΙΣΤΟ ΕΠΙΤΡΕΠΤΟ ΚΟΣΤΟΣ ΥΠΟΠΕΡΙΟΔΟΥ	1120
ΕΛΑΧΙΣΤΟΣ ΕΠΙΤΡΕΠΤΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ ΕΠΙΣΚΕΨΕΩΝ	[1 2 1 3 1 2 2 1 1]
ΜΕΓΙΣΤΟΣ ΕΠΙΤΡΕΠΤΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ ΕΠΙΣΚΕΨΕΩΝ	[5 4 3 4 5 2 5 2 5]
ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ Χ	[0 0 200 400 400 100 300 100 300]
ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ Υ	[100 200 300 200 100 250 250 100 100
ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ ΑΠΟΘΗΚΗΣ (TMAX)	[200 -200] 1400

Οι συντεταγμένες x,y,depot παίρνουν τυχαίες τιμές.

Πίνακας 5.2. Σύγκριση αποτελεσμάτων για 2 πελάτες σε 0.8 Tmax.

	ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ BRANCH & BOUND		ΕΥΡΕΤΙΚΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ	
ΗΜΕΡΕΣ	ΚΕΡΔΟΣ	ΧΡΟΝΟΣ(sec.)	ΚΕΡΔΟΣ	ΧΡΟΝΟΣ(sec.)
1	621,11	0,210	596,00	1,218
2	996,00	0,219	996,00	2,109
3	1.400,00	0,641	1.396,00	3,187
4	1.800,00	1,594	1.796,00	4,109
5	2.200,00	4,172	2.196,00	4,844



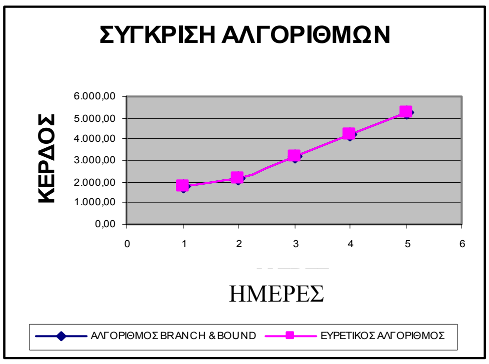


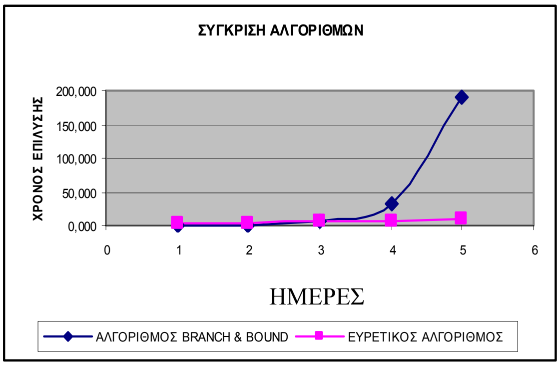
Σχήμα 5.1 Συνολικό κέρδος/ ημέρες (2 πελάτες και 0.8 Tmax)

Σχήμα 5.2 Χρόνου επίλυσης/ μέρες (2 πελάτες και 0.8 Tmax)

Πίνακας 5.3. Σύγκριση αποτελεσμάτων για 3 πελάτες σε 0.8 Tmax.

	ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ BRANCH & BOUND		ΕΥΡΕΤΙΚΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ	
ΗΜΕΡΕΣ	ΚΕΡΔΟΣ	ΧΡΟΝΟΣ(sec.)	ΚΕΡΔΟΣ	ΧΡΟΝΟΣ(sec.)
1	1.800,00	0,421	1.800,00	2,516
2	2.200,00	1,000	2.200,00	3,875
3	3.206,00	5,453	3.206,00	5,000
4	4.212,00	31,468	4.212,00	6,594
5	5.218,00	188,859	5.218,00	8,109





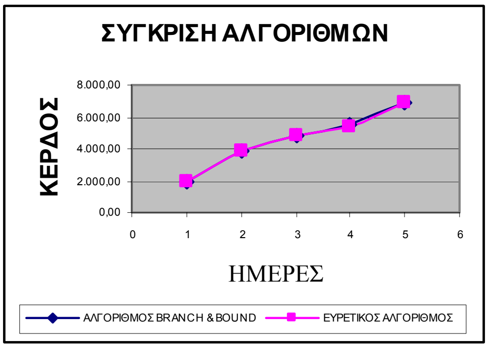
Σχήμα 5.3 Συνολικού κέρδος/ μέρες

Σχήμα 5.4 Χρόνου επίλυσης/ μέρες

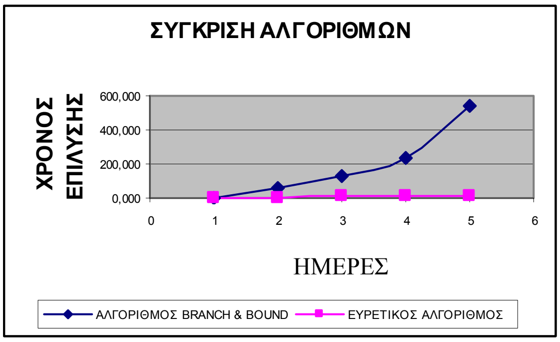
(3 πελάτες και 0.8 Tmax) **(3 πελάτες και 0.8 Tmax)**

Πίνακας 5.4. Σύγκριση αποτελεσμάτων για 4 πελάτες σε 0.8 Tmax.

	ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ BRANCH & BOUND		ΕΥΡΕΤΙΚΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ	
ΗΜΕΡΕΣ	ΚΕΡΔΟΣ	ΧΡΟΝΟΣ(sec.)	ΚΕΡΔΟΣ	ΧΡΟΝΟΣ(sec.)
1	1.996,00	2,468	1.996,00	2,123
2	3.802,00	56,750	3.802,00	4,687
3	4.816,00	124,320	4.816,00	6,063
4	5.434,00	231,321	5.434,00	7,969
5	6.844,00	542,420	6.844,00	9,984



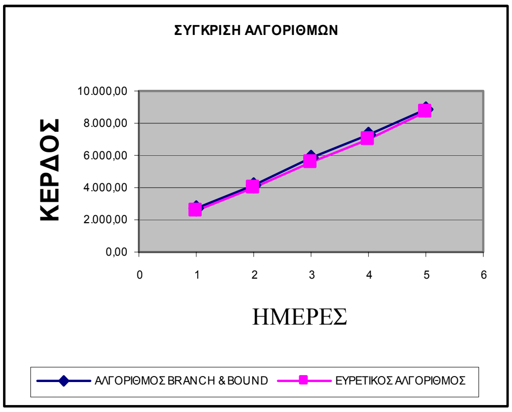
Σχήμα 5.5 Συνολικού κέρδος/ μέρες (4 πελάτες και 0.8 Tmax)



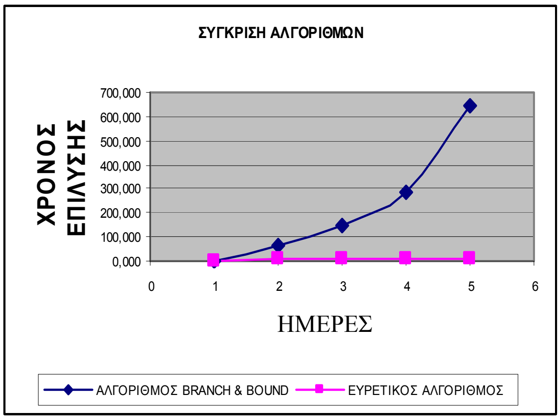
Σχήμα 5.6 Χρόνου επίλυσης/ μέρες (4 πελάτες και 0.8 Tmax)

Πίνακας 5.5. Σύγκριση αποτελεσμάτων για 5 πελάτες σε 0.8 Tmax.

	ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ BRANCH & BOUND		ΕΥΡΕΤΙΚΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ	
ΗΜΕΡΕΣ	ΚΕΡΔΟΣ	ΧΡΟΝΟΣ(sec.)	ΚΕΡΔΟΣ	ΧΡΟΝΟΣ(sec.)
1	2.643,32	3,432	2.596,00	2,484
2	4.145,64	65,540	4.010,00	4,937
3	5.790,52	145,540	5.634,00	6,656
4	7.149,48	287,543	7.052,00	9,046
5	8.796,65	642,860	8.676,00	11,718



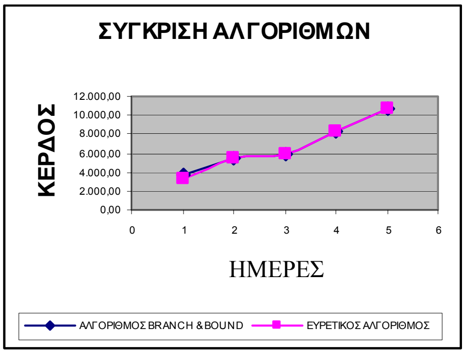
Σχήμα 5.7 Συνολικού κέρδος/ μέρες (5 πελάτες και 0.8 Tmax)



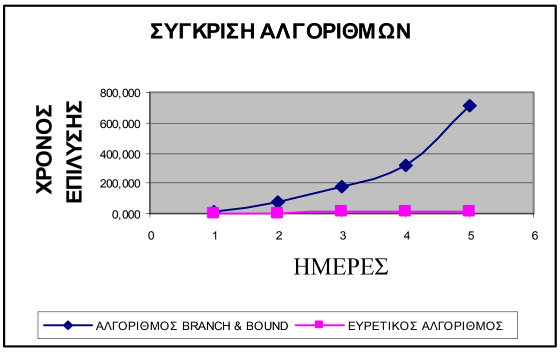
Σχήμα 5.8 Χρόνου επίλυσης/ μέρες (5 πελάτες και 0.8 Tmax)

Πίνακας 5.6. Σύγκριση αποτελεσμάτων για 6 πελάτες σε 0.8 Tmax.

	ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ BRANCH & BOUND		ΕΥΡΕΤΙΚΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ	
ΗΜΕΡΕΣ	ΚΕΡΔΟΣ	ΧΡΟΝΟΣ(sec.)	ΚΕΡΔΟΣ	ΧΡΟΝΟΣ(sec.)
1	3.322,89	14,219	3.182,00	2,734
2	4.822,43	75,432	4.804,00	5,250
3	6.378,32	178,654	6.328,00	7,485
4	8.323,54	312,430	8.256,00	10,281
5	10.723,87	709,330	10.684,00	12,594



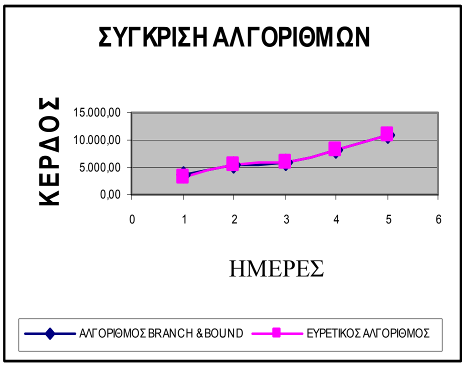
Σχήμα 5.9 Συνολικού κέρδος/ μέρες (6 πελάτες και 0.8 Tmax)

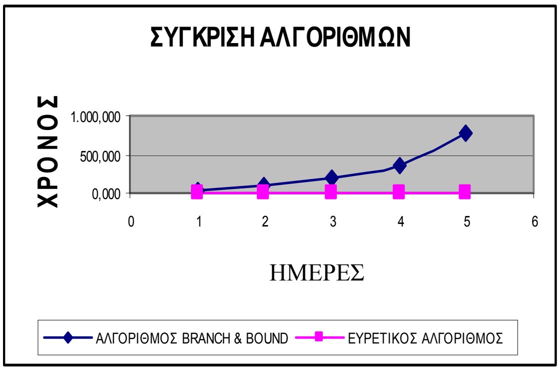


Σχήμα 5.10 Χρόνου επίλυσης/ μέρες (6 πελάτες και 0.8 Tmax)

Πίνακας 5.7. Σύγκριση αποτελεσμάτων για 7 πελάτες σε 0.8 Tmax.

	ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ BRANCH & BOUND		ΕΥΡΕΤΙΚΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ	
ΗΜΕΡΕΣ	ΚΕΡΔΟΣ	ΧΡΟΝΟΣ (sec.)	ΚΕΡΔΟΣ	ΧΡΟΝΟΣ (sec.)
1	3.356,43	25,560	3.186,00	3,542
2	5.612,32	87,640	5.586,00	5,469
3	7.534,78	189,540	7.456,00	8,188
4	9.145,65	349,530	9.092,00	10,360
5	12.126,03	789,540	12.098,00	12,860



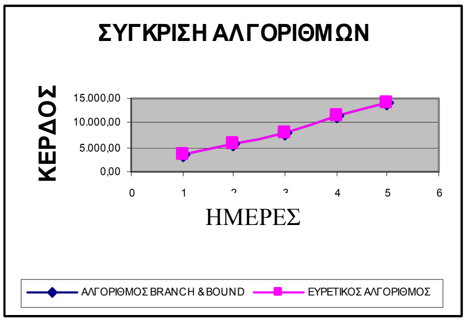


Σχήμα 5.11 Συνολικού κέρδος/ μέρες (7 πελάτες και 0.8 Tmax)

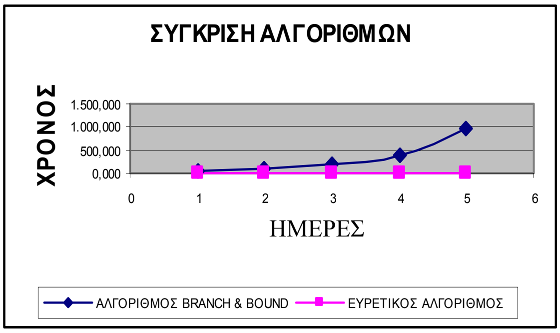
Σχήμα 5.12 Χρόνου επίλυσης/ μέρες (7 πελάτες και 0.8 Tmax)

Πίνακας 5.8. Σύγκριση αποτελεσμάτων για 8 πελάτες σε 0.8 Tmax.

	ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ BRANCH & BOUND		ΕΥΡΕΤΙΚΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ	
ΗΜΕΡΕΣ	ΚΕΡΔΟΣ	ΧΡΟΝΟΣ(sec.)	ΚΕΡΔΟΣ	ΧΡΟΝΟΣ(sec.)
1	3.603,92	30,420	3.586,00	3,532
2	5.698,65	98,620	5.614,00	6,156
3	8.104,87	204,542	8.046,00	8,766
4	11.356,65	379,725	11.298,00	12,016
5	14.108,65	986,424	13.980,00	14,640



Σχήμα 5.13 Συνολικού κέρδος/ μέρες (8 πελάτες και 0.8 Tmax)



Σχήμα 5.14 Χρόνου επίλυσης/ μέρες (8 πελάτες και 0.8 Tmax)

Παρατηρείται ότι για το κάθε πρόβλημα, το συνολικό κέρδος αυξάνεται σταδιακά για κάθε επιπλέον μέρα. Ενώ οι τιμές του κέρδους που προκύπτουν από την επίλυση των δύο αλγορίθμων είναι σχεδόν ταυτόσημες στα μικρά προβλήματα, όσο αυξάνεται το μέγεθος του προβλήματος παρατηρούμε ότι ο προτεινόμενος ευρετικός αλγόριθμος παρουσιάζει περιορισμένη απόκλιση από τις τιμές κέρδους της μεθόδου Branch & Bound. Επίσης, όπως ήταν αναμενόμενο, ο χρόνος επίλυσης των προβλημάτων με τον προτεινόμενο ευρετικό αλγόριθμο είναι σημαντικά μικρότερος από τον αντίστοιχο χρόνο της μεθόδου Branch & Bound. Επομένως ο προτεινόμενος ευρετικός αλγόριθμος είναι κατάλληλος για την επίλυση προβλημάτων περιορισμένου μεγέθους.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του προτεινόμενου ευρετικού αλγορίθμου για πρότυπο πρόβλημα τριάντα πελατών.

Τα δεδομένα εισόδου είναι τα εξής:

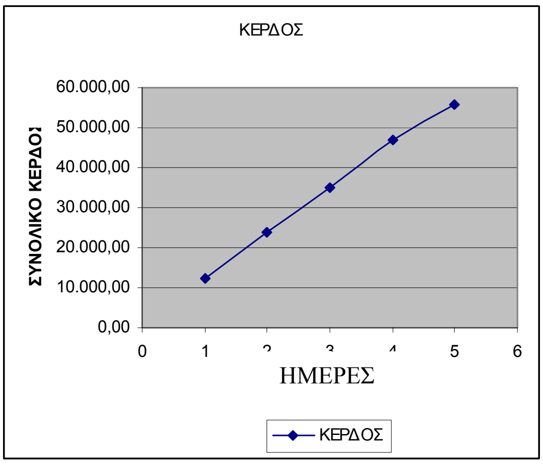
Πίνακας 5.9. Δεδομένα εισόδου για σύγκριση αποτελεσμάτων αλγορίθμων

ΑΡΙΘΜΟΣ ΠΕΛΑΤΩΝ	5
ΑΡΙΘΜΟΣ ΗΜΕΡΩΝ	5
ΜΟΝΑΔΙΑΙΟ ΚΕΡΔΟΣ	25
ΜΕΓΙΣΤΟ ΕΠΙΤΡΕΠΤΟ ΚΟΣΤΟΣ ΥΠΟΠΕΡΙΟΔΟΥ	1920
ΕΛΑΧΙΣΤΟΣ ΕΠΙΤΡΕΠΤΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ ΕΠΙΣΚΕΨΕΩΝ	[1 2 1 3 1 4 1 3 1 1 4 1 1 3 1 1 2 1 1 2 1 3 1 2 1 3 1 4 1 1]
ΜΕΓΙΣΤΟΣ ΕΠΙΤΡΕΠΤΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ ΕΠΙΣΚΕΨΕΩΝ	[5 4 5 4 5 5 3 5 5 3 4 5 4 5 3 5 3 4 5 4 3 4 5 3 4 5 3 5 5 3]
ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ X	[0 0 200 400 400 100 300 100 300 120 230 321 143 123 165 390 430 342 90 321 121 356 389 198 278 173 190 320 159 321]
ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ Y	[100 200 300 200 100 250 250 100 100 100 212 134 231 431 432 112 194 104 189 143 284 311 211 231 150 175 240 120 139 98]
ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ ΑΠΟΘΗΚΗΣ	[200 -200]
(TMAX)	2400

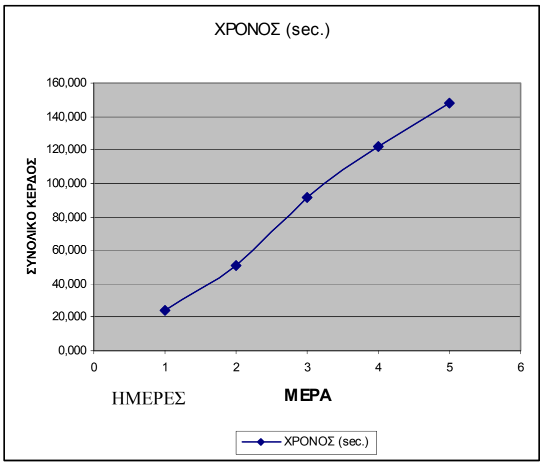
Οι συντεταγμένες x,y,depot παίρνουν τυχαίες τιμές.

Πίνακας 5.10. Αποτελέσματα ευρετικού αλγορίθμου με τριάντα πελάτες και 0.8 Tmax.

	ΕΥΡΕΤΙΚΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ	
ΜΕΡΕΣ	ΚΕΡΔΟΣ	ΧΡΟΝΟΣ (sec.)
1	12.136,00	23,844
2	23.920,20	70,906
3	34.916,40	91,140
4	46.892,40	122,297
5	55.800,40	147,703



Σχήμα 5.15 Συνολικό κέρδος/ ημέρες (30 πελάτες και 0.8 Tmax)



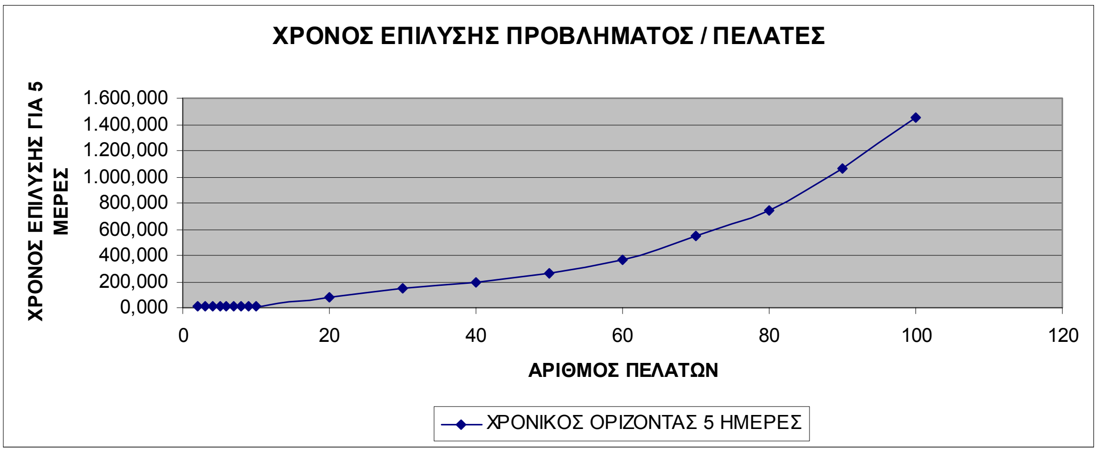
Σχήμα 5.16 Χρόνος επίλυσης/ ημέρες (308 πελάτες και 0.8 Tmax)

Τα αποτελέσματα του ευρετικού αλγορίθμου στην περίπτωση αυτή δείχνουν οτό τόσο το συνολικό κέρδος όσο και ο χρόνος επίλυσης αυξάνονται σχεδόν αναλογικά για κάθε επιπλέον ημέρα που πραγματοποιείται το δρομολόγιο.

Ακολουθεί ανάλυση για την αύξηση του χρόνου επίλυσης του προβλήματος με τον προτεινόμενο ευρετικό αλγόριθμο, σε σχέση με την αύξηση του αριθμού των πελατών. Η ανάλυση αφορά χρονικό ορίζοντα 5 ημερών και πλήθος πελατών από 2 μέχρι 100.

Πίνακας 5.11. Χρόνος επίλυσης προτεινόμενου ευρετικού αλγορίθμου για 5 ημέρες.

ΧΡΟΝΙΚΟΣ ΟΡΙΖΟΝΤΑΣ 5 ΗΜΕΡΕΣ			
ΧΡΟΝΟΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ	ΑΡΙΘΜΟΣ ΠΕΛΑΤΩΝ	ΧΡΟΝΟΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ	ΑΡΙΘΜΟΣ ΠΕΛΑΤΩΝ
5,984	2	80,562	20
6,654	3	147,703	30
7,625	4	198,543	40
8,610	5	258,937	50
9,469	6	363,187	60
9,625	7	546,641	70
10,531	8	741,453	80
11,674	9	1.059,680	90
11,750	10	1.453,543	100



Σχήμα 5. 27 Χρόνος επίλυσης προβλημάτων με προτεινόμενο ευρετικό αλγόριθμο

Στο Σχήμα 5.17 παρατηρείται μη γραμμική αύξηση του χρόνου, όπως αναμένεται καθότι η πολυπλοκότητα του προβλήματος αυξάνεται εκθετικά με το πλήθος των πελατών.

5.2 Μεταβολή Συνολικού Κέρδους με Σταδιακή Μείωση του Διαθέσιμου Χρόνου Διανομής.

Στο σημείο αυτό θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα της σύγκρισης των δύο αλγορίθμων όταν μειώνεται ο μέγιστος διαθέσιμος χρόνος που έχει στη διάθεση του ο διανομέας την κάθε μέρα (c). Ο χρόνος μειώνεται κάθε φορά κατά 20% του Tmax, που είναι ο μέγιστος χρόνος για την εξυπηρέτηση όλων των πελατών σε μία μέρα. Για την ανάλυση αυτή χρησιμοποιείται παράδειγμα με πέντε πελάτες και με τα δεδομένα του Πίνακα 5.11.

Στους Πίνακες 5.13-5.15 που ακολουθούν παρουσιάζονται για κάθε πελάτη ο ελάχιστος επιτρεπτός αριθμός επισκέψεων στον χρονικό ορίζοντα (δεύτερη γραμμή), ο μέγιστος επιτρεπτός αριθμός επισκέψεων στον χρονικό ορίζοντα (τρίτη γραμμή), ο τελικός αριθμός επισκέψεων (τέταρτη γραμμή), το συνολικό κέρδος της διανομής (πέμπτη γραμμή) και το συνολικό κόστος των διαδρομών (έκτη γραμμή).

Πίνακας 5.12. Δεδομένα εισόδου για σύγκριση αποτελεσμάτων αλγορίθμων

ΑΡΙΘΜΟΣ ΠΕΛΑΤΩΝ	5
ΑΡΙΘΜΟΣ ΗΜΕΡΩΝ	5
ΜΟΝΑΔΙΑΙΟ ΚΕΡΔΟΣ	15
ΜΕΓΙΣΤΟ ΕΠΙΤΡΕΠΤΟ ΚΟΣΤΟΣ ΥΠΟΠΕΡΙΟΔΟΥ	Tmax,0.8 Tmax, 0.6 Tmax, 0.4 Tmax
ΕΛΑΧΙΣΤΟΣ ΕΠΙΤΡΕΠΤΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ ΕΠΙΣΚΕΨΕΩΝ	1 2 1 3 1
ΜΕΓΙΣΤΟΣ ΕΠΙΤΡΕΠΤΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ ΕΠΙΣΚΕΨΕΩΝ	5 4 3 5 5
ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ Χ	[0 0 200 400 400]
ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ Υ	[100 200 300 200 100]
ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ ΑΠΟΘΗΚΗΣ (TMAX)	[200 -200] 1400

Πίνακας 5.13. Σύγκριση αλγορίθμων για ημερήσιο χρόνο διανομής T=Tmax

Tmax										
ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ BRANCH & BOUND						ΕΥΡΕΤΙΚΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ				
5 ΠΕΛΑΤΕΣ-5 ΜΕΡΕΣ										
ID ΠΕΛΑΤΗ	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
ΕΛΑΧΙΣΤΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ ΕΠΙΣΚΕΨΕΩΝ	1	2	1	3	1	1	2	1	3	1
ΜΕΓΙΣΤΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ ΕΠΙΣΚΕΨΕΩΝ	5	4	3	5	5	5	4	3	5	5
ΑΡΙΘΜΟΣ ΕΠΙΣΚΕΨΕΩΝ	5	4	3	5	5	5	4	3	5	5
ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΚΕΡΔΟΣ	13.112,00					13.112,00				
ΚΟΣΤΟΣ ΔΙΑΔΡΟΜΗΣ	6.788,25					6.788,25				

Πίνακας 5.14. Σύγκριση αλγορίθμων για ημερήσιο χρόνο διανομής T=0.8Tmax

0.8 Tmax										
ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ BRANCH & BOUND						ΕΥΡΕΤΙΚΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ				
5 ΠΕΛΑΤΕΣ-5 ΜΕΡΕΣ										
ID ΠΕΛΑΤΗ	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
ΕΛΑΧΙΣΤΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ ΕΠΙΣΚΕΨΕΩΝ	1	2	1	3	1	1	2	1	3	1
ΜΕΓΙΣΤΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ ΕΠΙΣΚΕΨΕΩΝ	5	4	3	5	5	5	4	3	5	5
ΑΡΙΘΜΟΣ ΕΠΙΣΚΕΨΕΩΝ	2	2	1	3	3	2	1	1	3	3
ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΚΕΡΔΟΣ	5.745,50					5.634,00				
ΚΟΣΤΟΣ ΔΙΑΔΡΟΜΗΣ	4.623,43					4.538,84				

Πίνακας 5.15. Σύγκριση αλγορίθμων για ημερήσιο χρόνο διανομής T=0.6Tmax

0.6 Tmax										
ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ BRANCH & BOUND						ΕΥΡΕΤΙΚΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ				
5 ΠΕΛΑΤΕΣ-5 ΜΕΡΕΣ										
ID ΠΕΛΑΤΗ	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
ΕΛΑΧΙΣΤΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ ΕΠΙΣΚΕΨΕΩΝ	1	2	1	3	1	1	2	1	3	1
ΜΕΓΙΣΤΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ ΕΠΙΣΚΕΨΕΩΝ	5	4	3	5	5	5	4	3	5	5
ΑΡΙΘΜΟΣ ΕΠΙΣΚΕΨΕΩΝ	1	1	0	1	4	1	0	1	0	4
ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΚΕΡΔΟΣ	3.943,76					3.812,00				
ΚΟΣΤΟΣ ΔΙΑΔΡΟΜΗΣ	3.856,54					3.605,55				

Όπως φαίνεται από τον Πίνακα 5.13 κάθε μέρα εξυπηρετούνται όλοι οι πελάτες οπότε και εισπράττεται το μέγιστο δυνατό κέρδος. Στο δεύτερο πίνακα, στον οποίο ο διαθέσιμος χρόνος έχει μειωθεί κατά 20% παρατηρείται ότι το όχημα επιλέγει να εξυπηρετήσει τους πιο κερδοφόρους πελάτες τις περισσότερες φορές. Καθώς μειώνεται περαιτέρω ο ημερήσιος διαθέσιμος χρόνος η τάση αυτή συνεχίζεται, όπως αναμένεται.

6. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

Στην παρούσα διπλωματική εργασία εισάγεται, μοντελοποιείται, αναλύεται και επιλύεται το πρόβλημα του Καθορισμού της Επισκεψιμότητας σε Δίκτυο Διανομής για την μεγιστοποίηση του κέρδους σε συγκεκριμένο χρονικό ορίζοντα. Το πρόβλημα περιγράφηκε από μοντέλο ακέραιου προγραμματισμού και επιλύθηκε με δύο τρόπους : α) με τον αλγόριθμο διαδοχικών ορίων (Branch and Bound) για την εύρεση των βέλτιστων λύσεων και β) με προτεινόμενο ευρετικό αλγόριθμο για την επίλυση προβλημάτων πρακτικού μεγέθους. Για την ανάλυση των αλγορίθμων δημιουργήθηκαν κατάλληλα προβλήματα, τα οποία επιλύθηκαν και με τους δύο αλγορίθμους. Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα που προέκυψαν συμπεραίνεται ότι ο προτεινόμενος ευρετικός αλγόριθμος προσδιορίζει λύσεις πλησίον των βέλτιστων (near optimal) σε αποτελεσματικό χρόνο επίλυσης για προβλήματα πρακτικών δικτύων διανομών.

Το πρόβλημα αυτό, αν και σημαντικής πρακτικής σημασίας, δεν έχει αντιμετωπισθεί από την υφιστάμενη βιβλιογραφία στον ευρύτερο χώρο της βελτιστοποίησης των διανομών.

Για την ανάλυση αποτελεσματικότητας του προτεινόμενου αλγορίθμου έχει αναπτυχθεί μέθοδος εύρεσης της βέλτιστης λύσης για περιορισμένο μέγεθος προβλημάτων. Το πρόβλημα επιλύθηκε αρχικά με τον αλγόριθμο Branch & Bound στο MATLAB με γραμμική χαλάρωση.

Στη συνέχεια αναπτύχθηκε ένας νέος ευρετικός αλγόριθμος που υλοποιήθηκε σε περιβάλλον MATLAB. Ο προτεινόμενος ευρετικός αλγόριθμος βασίζεται στους αλγορίθμους OP, 2-opt Insertion Method και SWAP.

Τα αποτελέσματα των δύο μεθόδων συγκρίθηκαν σε πλήθος προβλημάτων και πραγματοποιήθηκε διεξοδική πειραματική ανάλυση. Από την ανάλυση αυτή προέκυψε ότι ο ευρετικός αλγόριθμος μπορεί να επιλύσει προβλήματα πρακτικού μεγέθους τα οποία δεν είναι δυνατόν να επιλυθούν από τη βέλτιστη μέθοδο. Η ποιότητα των αποτελεσμάτων που προκύπτουν από την προτεινόμενη ευρετική μέθοδο είναι πολύ καλή σε σχέση με την βέλτιστη μέθοδο.

Ο χρόνος επίλυσης του προβλήματος με τον ευρετικό αλγόριθμο παρατηρείται ότι αυξάνεται μη γραμμικά σε σχέση με την αύξηση του πλήθους των πελατών, όπως ήταν αναμενόμενο λόγω της εκθετικής αύξησης της πολυπλοκότητας του προβλήματος. Επίσης παρατηρείται ότι με την σταδιακή μείωση του διαθέσιμου ημερήσιου χρόνου το όχημα επιλέγει να εξυπηρετήσει τους πιο κερδοφόρους πελάτες για να εισπραχτεί το μέγιστο δυνατό κέρδος.

Για την επίλυση του προβλήματος δεν λήφθηκε υπόψη ο περιορισμός χωρητικότητας (Περιορισμός 3.9). Η εισαγωγή του περιορισμού αυτού καθιστά το πρόβλημα μη γραμμικό. Ενώ η ευρετική μέθοδος μπορεί να εφαρμοστεί στο μη γραμμικό πρόβλημα με περιορισμένες αλλαγές απαιτείται κατάλληλη τροποποίηση του αλγορίθμου Branch & Bound για την αντιμετώπιση της μη γραμμικότητας. Επίσης ο τελευταίος θα πρέπει να βελτιωθεί σημαντικά για την επίλυση προβλημάτων μεγέθους μεγαλύτερου των 8 πελατών ώστε να επιτραπούν συγκρίσεις με την ευρετική μέθοδο.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Assad A.A. (1988). *Modeling and implementation issues*, in: *Vehicle Routing: Methods and Studies.B.L.* Golden and A.A. Assad, editors. North-Holland, Amsterdam.
2. Balas E., (1989), "The prize collecting traveling salesman problem", *Networks 19, 621-636*
3. Balas E., (2002) "The Prize Collecting Travelling Salesman Problem and its applications". *Travelling Salesman Problem and its Variations*, In Gutin G. and Punnen A., editors, pp 663-695. Kluwer Academic Publishers.
4. Ballou R. H. (1999). Business Logistics Management. 4th International Edition, Prentice-Hall International Inc., New Jersey.
5. Bentley J. L. (1990),"Experiments on traveling salesman heuristics" in Proc. 1st Ann. ACM - SIAM Symp. On Discrete Algorithms, Philadelphia, PA, 91-99
6. Bodin L. et al. (1983), "Routing and scheduling of vehicles and crews, the state of the art", *Computers and Operations Research*, 10:63-212.
7. Chao, I.M., Golden, B.L. and Wasil, E.A. (1996) "A Fast and Effective Heuristic for the Orienteering Problem", *European Journal of Operation Research,* vol. 88, 1996. pp. 475-489.
8. Chao I.-M., Golden B.L., and Wasil E.A., (1996), "The Team Orienteering Problem", *European Journal of Operational Research*, 88(3), 464-474
9. Christofides N. (1976), "Worst – case analysis of a new heuristic for the traveling salesman problem", *Report* 388, Graduate School of Industrial Administration, Carnegie Mellon University.

10. Christofides N. (1979), “The traveling salesman problem”, Edited by N. Christofides, R. Mingozzi, P. Toth and C. Sandi, *Combinatorial Optimization*, Wiley, New York.
11. Christofides N. , Mingozzi A. and Toth P. (1979), “ The vehicle routing problem”, In Christofides N. , Mingozzi A. , Toth P. and Sandi C., editors, *Combinatorial Optimization*, Wiley, Chichester, UK, pp 315-338
12. Clarke G. and Wright J. (1964), “Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points”, *Operations Research*, 568-581.
13. Frieze A.M, (1979), “Worst –case analysis of algorithms for traveling salesman problems” , *Methods of Operations Research* 32, 97-112
14. Golden BL & Stewart W., (1981), “*The* empirical analysis of TSP heuristics”, *Management Science & Statistics Working Paper No 81-040*, University of Maryland at College Park
15. Golden BL, Assad AA, (1988) “Vehicle routing: Methods and studies*” North-Holland Amsterdam*.
16. Golden BL, Wang O , Liu L., “*A* multifaceted heuristic for the orienteering problem”, *Naval Research Logistics*, 35, 359-366
17. Golden, B.L., Levy, L. and Vohra, R. (1987) "The Orienteering Problem", *Naval Research Logistics,* vol. 34, pp. 307-318.
18. Johnson D. & Lyle A. Mc Geoch (1997), “The traveling salesman problem: A case study in local optimization”, *European Journal of Operational Research 43,* pp. 215-310.
19. Keller P.C., (1989), “Algorithms to solve the orienteering problem: A comparison”, *European Journal of Operational Research* 41, 224-231

20. Laporte, G. and Martello, S. (1990) "The Selective Traveling Salesman Problem", *Discrete Applied Mathematics,* vol. 26, pp. 193-207.

21. Laporte G. & Osman I.H., (1995) ,"*Routing problems: A bibliography*", Annals of Operations Research, 61:227-262

22. Lee E., Mitchell J.(1998), "Branch-and-Bound methods for integer programming", Report, *Georgia Institute of Technology*.

23. Leifer A.C &. Rosenwein M.S., (1994), "Strong linear programming relaxations for the orienteering problem", *European Journal of Operational Research* 73 517-523

24. Lin, S. (1965), "Computer solution of the travelling salesman problem", *Bell System Technical Journal,* vol.44, pp. 2245-2269.

25. Lin S. & Kernighan B.W ‘’ An effective heuristic Algorithm for the traveling salesman problem’’ *Operations Res.Lett* 21 (1973), 498-516

26. Mitchell J., (1998), "Branch-and-Cut Algorithms for Combinational Optimization Problems", Mathematical Sciences, Rensselaer Polytechnic Institute. Troy, NY, USA

27. Muhlenbein H. and H. M. Voigt (1995). "Gene pool recombination in genetic algorithms". *Proceedings of the Metaheuristics Conference*, Norwell, MA, Kluwer Academic Publishers, I. H. Osman and J. P. Kelly, editors

28. Ong H., (1981), "Design and analysis of heuristics for some routing and packing problems", PhD. Thesis , University of Waterloo

29. Prastacos G., (2003), "Management Science, Operational decision making in the society of information", 354-369

30. Ramesh R. &. Brown K.M., "An efficient four- phase heuristic for the generalized orienteering problem", *Computers &Operations Research* 18/2, 151-165

31. Ramesh, R., Yoon, Y.S. and. Karwan, M.H. (1992) "An Optimal Algorithm for the Orienteering Tour Problem", *ORSA Journal on Computing,* vol. 4, no. 2,, pp. 155-165
32. Rosenkrantz D. , Sterns R. & Lewis P. , (1977), "An analysis of several heuristics for the traveling salesman problem", SIAM J.Comp 6 , 563-581
33. Sokkappa P.R., (1990) ,"The cost- constrained traveling salesman problem", Ph.D. Dissertation, The University of California , Livermore, CA
34. Toth P., Vigo, D. (2002), "The Vehicle Routing Problem" Siam, Philadelphia, PA.
35. Tsiligirides T. (1984), "Heuristic methods applied to orienteering", *Journal of the Operations Research Society* 35 (9), pp 797-809.
36. Τσίριμπας Π. (2006). *Οι Επεκτάσεις του Προβλήματος Προγραμματισμού Διανομής με Επιστροφές στην Αποθήκη για Αναπλήρωση Φορτίου*. Διπλωματική Εργασία, Τμήμα Μηχανικών, Οικονομίας και Διοίκησης, Πανεπιστήμιο Αιγαίου, Χίος
37. www.tsp.gatech.edu/history/index.html