



Πανεπιστήμιο Αιγαίου  
Τμήμα Μηχανικών Οικονομίας και Διοίκησης

**ΔΙΟΙΚΗΣΗ ΣΤΟΛΟΥ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΔΙΑΝΟΜΗΣ  
ΣΕ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΧΡΟΝΟ:  
ΟΙ ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΣΗΣ ΚΑΙ  
ΒΛΑΒΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ**

**ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Κ. ΜΑΜΑΣΗΣ**

Χίος, Σεπτέμβριος 2010



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ**  
**ΣΧΟΛΗ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΤΗΣ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ**  
**ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ**

**ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ**  
**του Κωνσταντίνου Μαμάση**

---

**Διοίκηση Στόλου Οχημάτων Διανομής σε Πραγματικό Χρόνο:**  
**Οι Περιπτώσεις Καθυστερήσης και Βλάβης Οχημάτων**

---

**ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ**

**ΙΩΑΝΝΗΣ ΜΙΝΗΣ, ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ (Επιβλέπων)**

Τμήμα Μηχανικών Οικονομίας και Διοίκησης του Πανεπιστημίου Αιγαίου

**ΓΕΩΡΓΙΟΣ ΔΟΥΝΙΑΣ, ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ (Μέλος συμβουλευτικής επιτροπής)**

Τμήμα Μηχανικών Οικονομίας και Διοίκησης του Πανεπιστημίου Αιγαίου

**ΜΙΧΑΗΛ ΓΛΥΚΑΣ, ΕΠΙΚΟΥΡΟΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ (Μέλος συμβουλευτικής επιτροπής)**

Τμήμα Μηχανικών Οικονομίας και Διοίκησης του Πανεπιστημίου Αιγαίου

**ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ ΑΓΓΕΛΗΣ, ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ (Μέλος εξεταστικής επιτροπής)**

Τμήμα Διοίκησης Επιχειρήσεων του Πανεπιστημίου Αιγαίου

**ΓΕΩΡΓΙΟΣ ΓΙΑΓΛΗΣ, ΑΝΑΠΛΗΡΩΤΗΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ (Μέλος εξεταστικής επιτροπής)**

Τμήμα Διοικητικής Επιστήμης και Τεχνολογίας του Οικονομικού Πανεπιστημίου Αθηνών

**ΕΠΑΜΕΙΝΩΝΔΑΣ ΚΥΡΙΑΚΙΔΗΣ, ΑΝΑΠΛΗΡΩΤΗΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ (Μέλος εξεταστικής επιτροπής)**

Τμήμα Στατιστικής του Οικονομικού Πανεπιστημίου Αθηνών

**ΑΓΑΠΙΟΣ ΠΛΑΤΗΣ, ΑΝΑΠΛΗΡΩΤΗΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ (Μέλος εξεταστικής επιτροπής)**

Τμήμα Μηχανικών Οικονομίας και Διοίκησης του Πανεπιστημίου Αιγαίου

**ΧΙΟΣ, 2010**

## Σύνοψη

Στη παρούσα Διδακτορική Διατριβή μοντελοποιούνται, αναλύονται και επιλύονται τρία προβλήματα σημαντικού ερευνητικού ενδιαφέροντος αλλά και πρακτικής αξίας, που συχνά ανακύπτουν κατά την διάρκεια εκτέλεσης δρομολογίων διανομής προϊόντων σε αστικό περιβάλλον. Τα διερευνηθέντα προβλήματα δυναμικής δρομολόγησης πρέπει να αντιμετωπιστούν όσο η διανομή βρίσκεται σε εξέλιξη και περιλαμβάνουν το Πρόβλημα Καθυστερήσης Οχήματος (*ΠΚΟ*), το Πρόβλημα Ακινητοποίησης Οχήματος (*ΠΑΚΟ*), και το Πρόβλημα Ακινητοποίησης Οχήματος σε δίκτυο διανομής Κοινού Προϊόντος (*ΠΑΚΟ-ΚΠ*).

Το *ΠΚΟ* αναφέρεται σε όχημα διανομής, το οποίο κατά τη διάρκεια εκτέλεσης του δρομολογίου του, καθυστερεί τόσο ώστε να μην καθίσταται δυνατή η ολοκλήρωση του αρχικού προγράμματος διανομής εντός ενός προκαθορισμένου χρονικού ορίζοντα. Το πρόβλημα αυτό μοντελοποιείται και επιλύεται με νέο αποτελεσματικό αλγόριθμο ο οποίος εκμεταλλεύεται σημαντικά χαρακτηριστικά του περιβάλλοντος αστικών διανομών, όπως η χωρική κατανομή των πελατών σε προάστια.

Για την περίπτωση ακινητοποίησης οχήματος εξετάζονται δύο περιπτώσεις: (α) Το *ΠΑΚΟ* ορίζεται σε δίκτυο πελατών με γνωστή ζήτηση σε μη εναλλάξιμες παραγγελίες διακριτών προϊόντων, και (β) το *ΠΑΚΟ-ΚΠ* ορίζεται σε δίκτυο πελατών με γνωστή ζήτηση κοινού (μοναδικού) προϊόντος. Οι δύο περιπτώσεις διατυπώνονται και μοντελοποιούνται για πρώτη φορά στη βιβλιογραφία. Για την επίλυσή τους αναπτύσσονται δύο νέες μέθοδοι: Η μία βασίζεται σε Γενετικό Αλγόριθμο και χρησιμοποιείται για τον καθορισμό λύσεων αναφοράς σε πρότυπα Προβλήματα ΑΚΟ και ΑΚΟ-ΚΠ. Η δεύτερη μέθοδος στηρίζεται σε ευρετικό Στοχαστικό Αλγόριθμο και χρησιμοποιείται για την ταχεία επίλυση του προβλήματος (σχεδόν σε πραγματικό χρόνο), όπως επιβάλλεται από τη φύση του πρακτικού προβλήματος. Η αποτελεσματικότητα της δεύτερης μεθόδου αξιολογείται μέσω των πρότυπων λύσεων της πρώτης.

Η δυνατότητα εφαρμογής των προτεινόμενων μεθόδων σε πρακτικές περιπτώσεις αξιολογήθηκε μέσω επιτυχούς υλοποίησης του προτεινόμενου αλγορίθμου για την

επίλυση του ΠΑΚΟ σε υφιστάμενο σύστημα τηλεματικής διαχείρισης στόλου μεγάλης εταιρίας παραγωγής και διανομών στην περιοχή της Αττικής.

# Περιεχόμενα

<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....</b>	<b>1</b>
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2. ΤΑ ΕΞΕΤΑΣΘΕΝΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΑΝΑΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΚΑΙ ΣΧΕΤΙΚΟ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ.....</b>	<b>7</b>
2.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	7
2.2. ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΟΣ (ΠΚΟ) .....	14
2.3. ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΑΚΙΝΗΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΟΣ ΣΕ ΔΙΚΤΥΟ ΔΙΑΝΟΜΗΣ ΔΙΑΚΡΙΤΩΝ ΠΡΟΪΟΝΤΩΝ (ΠΑΚΟ).....	21
2.4. ΑΝΤΙΜΕΤΩΠΙΣΗ ΣΥΜΒΑΝΤΟΣ ΑΚΙΝΗΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΟΣ ΣΕ ΔΙΚΤΥΟ ΔΙΑΝΟΜΗΣ ΚΟΙΝΟΥ ΠΡΟΪΟΝΤΟΣ (ΠΑΚΟ-ΚΠ).....	29
2.5. ΣΥΝΕΙΣΦΟΡΑ ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ .....	32
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΟΣ (ΠΚΟ).....</b>	<b>37</b>
3.1. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΠΚΟ.....	37
3.2. ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΜΕ ΧΩΡΙΚΗ ΚΑΙ ΧΡΟΝΙΚΗ ΑΠΟΣΥΝΘΕΣΗ ΤΟΥ ΠΚΟ.....	44
3.3. ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ .....	60
3.4. ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	73
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΑΚΙΝΗΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΟΣ (ΠΑΚΟ).....</b>	<b>75</b>
4.1. ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΠΑΚΟ.....	75
4.2. ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΑΚΟ .....	86
4.3. ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΠΑΚΟ.....	114
4.4. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	129
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5. ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΑΚΙΝΗΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΟΣ ΣΕ ΔΙΚΤΥΟ ΔΙΑΝΟΜΗΣ ΚΟΙΝΟΥ ΠΡΟΪΟΝΤΟΣ (ΠΑΚΟ-ΚΠ).....</b>	<b>132</b>
5.1. ΟΡΙΣΜΟΣ ΠΑΚΟ-ΚΠ.....	132
5.2. ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΑΚΟ-ΚΠ.....	142
5.3. ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΠΑΚΟ-ΚΠ.....	170
5.4. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	175
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ.....</b>	<b>177</b>
6.1. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	177
6.2. ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ.....	183
<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....</b>	<b>185</b>
<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ .....</b>	<b>192</b>
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α – ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΠΟΠ.....	192
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β – ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΠΑΚΟ .....	199
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ – ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΠΑΚΟ-ΚΠ.....	209

## Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 1.1	Συμβολή της τηλεματικής στην υποστήριξη πρακτικών θεμάτων αστικών διανομών σύμφωνα με τις απαντήσεις 73 εταιριών του κλάδου (Γιαγλής <i>et al.</i> , 2004) .....	3
Σχήμα 1.2	Αρχικό πρόγραμμα και αναδρομολόγηση οχήματος κατά τη διανομή εξαιτίας δυναμικού συμβάντος (π.χ. καθυστέρησης ή μη διαθεσιμότητα χώρου εκφόρτωσης).....	4
Σχήμα 2.1	Χρονική κατανομή των δραστηριοτήτων τυπικών δρομολογίων αστικών διανομών της εταιρείας ΝΙΚΑΣ ΑΒΕΕ .....	17
Σχήμα 3.1	Αναδρομολόγηση οχήματος κατά τη διανομή .....	38
Σχήμα 3.2	Δίκτυο διανομών με 10 πελάτες και αποθήκη .....	40
Σχήμα 3.3	Το δίκτυο διανομής μετά την έλευση χρόνου $t_1$ και την εξυπηρέτηση ορισμένων πελατών .....	41
Σχήμα 3.4	Η προσέγγιση της $J_{\kappa}(t)$ από το πολυώνυμο $I_{\kappa}(t)$ .....	50
Σχήμα 3.5	Εύρεση των διαθέσιμων χρόνων.....	52
Σχήμα 3.6	Εξασφάλιση συνέχειας στο δρομολόγιο .....	53
Σχήμα 3.7	Πολυπλοκότητα διαδρομής χωρίς την επιβολή περιορισμού στον τελευταίο πελάτη του προαστίου .....	55
Σχήμα 3.8	Σχηματική περιγραφή των τριών βασικών λειτουργιών του στοχαστικού αλγορίθμου .....	57
Σχήμα 3.9	Διάγραμμα ροής για την επίλυση του υπο-προβλήματος σε κάθε ομάδα πελατών.....	58
Σχήμα 3.10	Παράδειγμα τελικής διαδρομής με την περάτωση του αλγορίθμου (3 προάστια) .....	59
Σχήμα 3.11	Πρότυπα προβλήματα για την σύγκριση του προτεινόμενου αλγορίθμου με τον αλγόριθμο του Tsiligirides (1984) .....	61
Σχήμα 3.12	Πρότυπα προβλήματα για την σύγκριση του προτεινόμενου αλγορίθμου με τον υφιστάμενο αλγόριθμο.....	62

Σχήμα 3.13 Ποσοστιαία (%) διαφορά κέρδους μεταξύ των δύο συγκρινόμενων αλγορίθμων .....	68
Σχήμα 3.14 Απαιτούμενος υπολογιστικός χρόνος (αθροιστικά για κάθε τιμή του $T_{max}$ ) των δύο αλγορίθμων αλγορίθμων σε σχέση με την ποιότητα ομαδοποίησης.....	69
Σχήμα 3.15 Περίπτωση 1 ( $D = 1km$ ) - Διακριτές ομάδες με πολύ καλή ποιότητα ομαδοποίησης (Quality of Clustering $QoC = 1$ ).....	70
Σχήμα 3.16 Περίπτωση 1 ( $D = 2,5km$ ) - Διακριτές ομάδες με καλή ποιότητα ομαδοποίησης (Quality of Clustering $QoC = 2$ ).....	70
Σχήμα 3.17 Περίπτωση 1 ( $D = 5km$ ) - Διακριτές ομάδες με μέτρια ποιότητα ομαδοποίησης (Quality of Clustering $QoC = 3$ ).....	71
Σχήμα 3.18 Περίπτωση 1 ( $D = 10km$ ) - Διακριτές ομάδες με κακή ποιότητα ομαδοποίησης (Quality of Clustering $QoC = 4$ ).....	71
Σχήμα 3.19 Απαιτούμενος υπολογιστικός χρόνος (αθροιστικά για κάθε τιμή του $T_{max}$ ) των δύο αλγορίθμων σε σχέση με την ποιότητα ομαδοποίησης $QoC = 4$ .....	72
Σχήμα 4.1 Δρομολόγια 3 οχημάτων. Τη χρονική στιγμή $t_1$ μέρος των δρομολογίων έχει ήδη υλοποιηθεί (διακεκομμένη γραμμή και «γκρι» πελάτες).....	77
Σχήμα 4.2 Πιθανό σενάριο δρομολογίου στην περίπτωση που δεν υπάρχει επιπλέον back-up όχημα στην αποθήκη και δεν αναδρομολογούνται τα άλλα οχήματα. ....	78
Σχήμα 4.3 Πιθανό σενάριο αναδρομολόγησης στην περίπτωση που υπάρχει επιπλέον back-up όχημα στην αποθήκη.....	79
Σχήμα 4.4 Πιθανό σενάριο αναδρομολόγησης στην περίπτωση που δεν υπάρχει επιπλέον back-up όχημα στην αποθήκη για την εξυπηρέτηση των σημαντικών πελατών του δικτύου .....	81
Σχήμα 4.5 Εισαγωγή πελάτη $m$ στο υφιστάμενο δρομολόγιο.....	89
Σχήμα 4.6 Πρόβλημα εισαγωγής ακινητοποιημένου οχήματος στο δρομολόγιο του ενεργού οχήματος $k$ για μεταφόρτωση αγαθών. ....	96

Σχήμα 4.7	Τα βήματα του αλγορίθμου επίλυσης του υποπροβλήματος εισαγωγής κατάλληλων επισκέψεων στο ακινητοποιημένο όχημα σε φυσική γλώσσα .....	98
Σχήμα 4.8	Εφαρμογή αλγορίθμου <i>2-opt</i> στο τμήμα του δρομολογίου μεταξύ των επισκέψεων στο ακινητοποιημένο όχημα .....	100
Σχήμα 4.9	Βήματα Στοχαστικού Αλγόριθμου (ΣΑ).....	101
Σχήμα 4.10	Αποψη του ΓΑ για την επίλυση του ΠΑΚΟ.....	104
Σχήμα 4.11	Βήματα Γενετικού Αλγόριθμου .....	107
Σχήμα 4.12	Τελεστής διασταύρωσης λύσεων .....	109
Σχήμα 4.13	Τελεστής μετάλλαξης λύσεων .....	111
Σχήμα 4.14	Μέση ποσοστιαία απόκλιση λύσεων ΣΑ -με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους- σε σχέση με λύσεις ΓΑ για το πρόβλημα 5 με τρία ενεργά οχήματα (Μέτριας Πολυπλοκότητας) .....	124
Σχήμα 4.15	Μέση τιμή $E$ της ποσοστιαίας απόκλισης των λύσεων ΣΑ από τις λύσεις του ΓΑ -με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους-. Η μέση τιμή $E$ αναφέρεται στο σύνολο των προβλημάτων 3,4 και 5 με 2, 3 και 4 ενεργά οχήματα και για όλες τις τιμές του $T_{max}$ .....	126
Σχήμα 4.16	Τηλεματική μονάδα οχήματος .....	128
Σχήμα 5.1	Αρχικό πρόγραμμα διανομής τριών οχημάτων. Τα οχήματα επιστρέφουν στην αποθήκη για μεταφόρτωση αγαθών και συνεχίζουν μέχρι την ολοκλήρωση των επισκέψεων .....	135
Σχήμα 5.2	Πιθανό δρομολόγιο δύο ενεργών οχημάτων στο ΠΑΚΟ-ΚΠ. Τα οχήματα εξυπηρετούν πελάτες του δικτύου και (μετα)φορτώνουν αγαθά από την αποθήκη ή το ακινητοποιημένο όχημα.....	137
Σχήμα 5.3	Εφαρμογή βελτιωτικού αλγορίθμου <i>2-opt</i> στο τμήμα του δρομολογίου μεταξύ των επισκέψεων στα σημεία μεταφόρτωσης .....	146
Σχήμα 5.4	Πρόβλημα εισαγωγής ακινητοποιημένου οχήματος ή αποθήκης στο δρομολόγιο του ενεργού οχήματος $k$ για (μετα)φόρτωση αγαθών.....	152
Σχήμα 5.5	Τα βήματα του δυναμικού αλγορίθμου επίλυσης του υποπροβλήματος εισαγωγής κατάλληλων επισκέψεων στο ακινητοποιημένο όχημα και στην αποθήκη σε φυσική γλώσσα.....	156

Σχήμα 5.6	Σύνοψη των βημάτων του αλγορίθμου labeling σε φυσική γλώσσα.....	164
Σχήμα 5.7	Συγκριτικά Αποτελέσματα υπολογιστικού χρόνου των δύο αλγορίθμων επίλυσης του υποπροβλήματος – Παράδειγμα 1 (η «μπλέ» γραμμή αντιστοιχεί στον χρόνο επίλυσης του δυναμικού αλγορίθμου).....	166
Σχήμα 5.8	Συγκριτικά Αποτελέσματα υπολογιστικού χρόνου των δύο αλγορίθμων επίλυσης του υποπροβλήματος – Παράδειγμα 2 (η «μπλέ» γραμμή αντιστοιχεί στον χρόνο επίλυσης του δυναμικού αλγορίθμου).....	167
Σχήμα 5.9	Μέση ποσοστιαία απόκλιση λύσεων ΣΑ -με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους- σε σχέση με λύσεις ΓΑ για το πρόβλημα 3 (31 πελάτες) με δύο ενεργά οχήματα.....	173
Σχήμα 5.10	Μέση ποσοστιαία απόκλιση λύσεων ΣΑ από τις λύσεις του ΓΑ (για όλες τις τιμές $T_{max}$ ) -με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους για τα προβλήματα 3 και 5 με 2, 3 και 4 ενεργά οχήματα.....	174
Σχήμα Β.1	Μέση διαφορά ΣΑ -με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους- σε σχέση με ΓΑ για το πρόβλημα 3 (31 πελάτες) με δύο ενεργά οχήματα.....	201
Σχήμα Β.2	Μέση διαφορά ΣΑ -με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους- σε σχέση με ΓΑ για το πρόβλημα 3 (31 πελάτες) με τρία ενεργά οχήματα.....	202
Σχήμα Β.3	Μέση διαφορά ΣΑ -με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους- σε σχέση με ΓΑ για το πρόβλημα 3 (31 πελάτες) με τέσσερα ενεργά οχήματα.....	203
Σχήμα Β.4	Μέση διαφορά ΣΑ -με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους- σε σχέση με ΓΑ για το πρόβλημα 5 (64 πελάτες) με δύο ενεργά οχήματα.....	204
Σχήμα Β.5	Μέση διαφορά ΣΑ -με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους- σε σχέση με ΓΑ για το πρόβλημα 5 (64 πελάτες) με τρία ενεργά οχήματα.....	205
Σχήμα Β.6	Μέση διαφορά ΣΑ -με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους- σε σχέση με ΓΑ για το πρόβλημα 5 (64 πελάτες) με τέσσερα ενεργά οχήματα.....	206

Σχήμα Β.7	Μέση διαφορά της ποιότητας λύσης του ΣΑ (με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους) σε σχέση με τη λύση του ΓΑ για το πρόβλημα 4 (98 πελάτες) με δύο ενεργά οχήματα.....	207
Σχήμα Β.8	Μέση διαφορά ΣΑ -με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους- σε σχέση με ΓΑ για το πρόβλημα 4 (98 πελάτες) με τρία ενεργά οχήματα.....	208
Σχήμα Β.9	Μέση διαφορά ΣΑ -με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους- σε σχέση με ΓΑ για το πρόβλημα 4 (98 πελάτες) με τέσσερα ενεργά οχήματα.....	209
Σχήμα Γ.1	Μέση ποσοστιαία απόκλιση λύσεων ΣΑ -με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους- σε σχέση με λύσεις ΓΑ για το πρόβλημα 3 (31 πελάτες) με δύο ενεργά οχήματα.....	211
Σχήμα Γ.2	Μέση ποσοστιαία απόκλιση λύσεων ΣΑ -με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους- σε σχέση με λύσεις ΓΑ για το πρόβλημα 3 (31 πελάτες) με τρία ενεργά οχήματα.....	212
Σχήμα Γ.3	Μέση ποσοστιαία απόκλιση λύσεων ΣΑ -με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους- σε σχέση με λύσεις ΓΑ για το πρόβλημα 3 (31 πελάτες) με τέσσερα ενεργά οχήματα.....	213
Σχήμα Γ.4	Μέση ποσοστιαία απόκλιση λύσεων ΣΑ -με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους- σε σχέση με λύσεις ΓΑ για το πρόβλημα 5 (64 πελάτες) με δύο ενεργά οχήματα.....	214
Σχήμα Γ.5	Μέση ποσοστιαία απόκλιση λύσεων ΣΑ -με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους- σε σχέση με λύσεις ΓΑ για το πρόβλημα 5 (64 πελάτες) με τρία ενεργά οχήματα.....	215
Σχήμα Γ.6	Μέση ποσοστιαία απόκλιση λύσεων ΣΑ -με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους- σε σχέση με λύσεις ΓΑ για το πρόβλημα 5 (64 πελάτες) με τέσσερα ενεργά οχήματα (Μεσαίας πολυπλοκότητας).....	216

## Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 1.1 Συνήθη δυναμικά συμβάντα που επηρεάζουν τις αστικές διανομές.....	2
Πίνακας 2.1 Τύποι προβλημάτων Δυναμικής Δρομολόγησης Οχημάτων (Bianchi, 2000).....	13
Πίνακας 3.1 Περίπτωση 1 ( $D = 1km$ ) - Διακριτές ομάδες με πολύ καλή ποιότητα ομαδοποίησης (Quality of Clustering QoC=1).....	64
Πίνακας 3.2 Περίπτωση 2 ( $D = 2km$ ) - Διακριτές ομάδες με καλή ποιότητα ομαδοποίησης (Quality of Clustering QoC=2).....	64
Πίνακας 3.3 Περίπτωση 3 ( $D = 3km$ ) - Διακριτές ομάδες με μέτρια ποιότητα ομαδοποίησης (Quality of Clustering QoC=3).....	65
Πίνακας 3.4 Περίπτωση 4 ( $D = 4km$ ) - Σχεδόν διακριτές ομάδες πελατών (Quality of Clustering QoC=4).....	65
Πίνακας 3.5 Περίπτωση 5 ( $D = 5km$ ) - Μη διακριτές ομάδες πελατών, επικαλυπτόμενες (Quality of Clustering QoC=5).....	65
Πίνακας 3.6 Περίπτωση 1 ( $D = 1km$ ) - Διακριτές ομάδες με πολύ καλή ποιότητα ομαδοποίησης (Quality of Clustering QoC=1).....	66
Πίνακας 3.7 Περίπτωση 2 ( $D = 2,5km$ ) - Διακριτές ομάδες με καλή ποιότητα ομαδοποίησης (Quality of Clustering QoC=2).....	66
Πίνακας 3.8 Περίπτωση 3 ( $D = 5km$ ) - Διακριτές ομάδες με μεσαία ποιότητα ομαδοποίησης (Quality of Clustering QoC=3).....	67
Πίνακας 3.9 Περίπτωση 4 ( $D = 10km$ ) - Μη διακριτές ομάδες πελατών, επικαλυπτόμενες (Quality of Clustering QoC=4).....	67
Πίνακας 4.1 Πιθανότητα επιλογής πελάτη σε σχέση με τον εκθέτη $n$ για $\Delta C_{\bullet,(i,j),k} = 50$ .....	90
Πίνακας 4.2 Ενδεικτικά Αποτελέσματα (συνολικό κέρδος) προτεινόμενης μεθόδου (ΓΑ) - πρόβλημα 4, 2 οχήματα.....	117
Πίνακας 4.3 Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτεινόμενης Μεθόδου για το πρόβλημα 3 του ΠΟΠ.....	119

Πίνακας 4.4 Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτεινόμενης Μεθόδου για τα προβλήματα 4 και 5 του ΠΟΠ .....	119
Πίνακας 4.5 Κύρια χαρακτηριστικά πρότυπων Προβλημάτων ΑΚΟ .....	123
Πίνακας 4.6 Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτεινόμενης Μεθόδου - ΠΑΚΟ πρόβλημα 5, 3 οχήματα (64 πελάτες - Μέτριας Πολυπλοκότητας).....	123
Πίνακας 4.7 Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτεινόμενης Μεθόδου για τα προβλήματα 3 (31 πελάτες), 4 (98 πελάτες) και 5 (64 πελάτες) του ΠΑΚΟ .....	125
Πίνακας 4.8 Αρχικές και τελικές αναθέσεις στα οχήματα για την περίπτωση του πρακτικού ΠΑΚΟ .....	129
Πίνακας 5.1 Συγκριτικά Αποτελέσματα υπολογιστικού χρόνου των δύο αλγορίθμων επίλυσης του υποπροβλήματος: Παράδειγμα 1 .....	166
Πίνακας 5.2 Συγκριτικά Αποτελέσματα υπολογιστικού χρόνου των δύο αλγορίθμων επίλυσης του υποπροβλήματος: Παράδειγμα 2.....	167
Πίνακας 5.3 Συγκριτικά Αποτελέσματα ΣΑ και ΓΑ για το πρόβλημα 3 ΠΑΚΟ-ΚΠ (31 πελάτες) με 2 οχήματα .....	173
Πίνακας 5.4 Απόδοση ΣΑ σε σχέση με ΓΑ στα προβλήματα ΑΚΟ ΚΠ .....	174
Πίνακας Α.1 Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτεινόμενης Μεθόδου ΓΑ - Πρόβλημα 3 (31 πελάτες), 2 οχήματα .....	193
Πίνακας Α.2 Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτειν. Μεθόδου - Πρόβλημα 3 (31 πελάτες), 3 οχήματα .....	194
Πίνακας Α.3 Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτεινόμενης. Μεθόδου - Πρόβλημα 3 (31 πελάτες), 4 οχήματα.....	194
Πίνακας Α.4 Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτεινόμενης Μεθόδου - Πρόβλημα 5 (64 πελάτες), 2 οχήματα.....	195
Πίνακας Α.5 Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτειν. Μεθόδου - Πρόβλημα 5 (64 πελάτες), 3 οχήματα .....	195
Πίνακας Α.6 Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτεινόμενης. Μεθόδου - Πρόβλημα 5 (64 πελάτες), 4 οχήματα.....	196
Πίνακας Α.7 Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτεινόμενης Μεθόδου - πρόβλημα 4 (98 πελάτες), 2 οχήματα.....	197

Πίνακας Α.8 Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτεινόμενης. Μεθόδου - πρόβλημα 4 (98 πελάτες), 3 οχήματα.....	197
Πίνακας Α.9 Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτεινόμενης Μεθόδου - πρόβλημα 4 (98 πελάτες), 4 οχήματα.....	198
Πίνακας Α.10 Νέες λύσεις αναφοράς στα προβλήματα ΠΟΠ.....	198
Πίνακας Β.1 Συγκριτικά Αποτελέσματα –ΣΑ και ΓΑ. Πρόβλημα 3 (31 πελάτες), 2 οχήματα.....	200
Πίνακας Β.2 Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτεινόμενης Μεθόδου - ΠΑΚΟ πρόβλημα 3 (31 πελάτες), 3 οχήματα .....	201
Πίνακας Β.3 Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτεινόμενης Μεθόδου - ΠΑΚΟ πρόβλημα 3 (31 πελάτες), 4 οχήματα .....	202
Πίνακας Β.4 Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτεινόμενης Μεθόδου - ΠΑΚΟ πρόβλημα 5 (64 πελάτες), 2 οχήματα .....	203
Πίνακας Β.5 Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτεινόμενης Μεθόδου - ΠΑΚΟ πρόβλημα 5 (64 πελάτες), 3 οχήματα .....	204
Πίνακας Β.6. Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτεινόμενης Μεθόδου - ΠΑΚΟ πρόβλημα 5 (64 πελάτες), 4 οχήματα .....	205
Πίνακας Β.7 Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτεινόμενης Μεθόδου - ΠΑΚΟ πρόβλημα 4 (98 πελάτες), 2 οχήματα .....	206
Πίνακας Β.8 Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτεινόμενης Μεθόδου - ΠΑΚΟ πρόβλημα 4 (98 πελάτες), 3 οχήματα .....	207
Πίνακας Β.9 Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτεινόμενης Μεθόδου - ΠΑΚΟ πρόβλημα 4 (98 πελάτες), 4 οχήματα .....	208
Πίνακας Γ.1 Απόδοση Προτεινόμενης Μεθόδου για το πρόβλημα 3 (31 πελάτες) με 2 οχήματα .....	210
Πίνακας Γ.2 Απόδοση Προτεινόμενης Μεθόδου – ΠΑΚΟ-ΚΠ πρόβλημα 3 (31 πελάτες) με 3 οχήματα .....	211
Πίνακας Γ.3 Απόδοση Προτεινόμενης Μεθόδου – ΠΑΚΟ-ΚΠ πρόβλημα 3 (31 πελάτες) με 4 οχήματα .....	212
Πίνακας Γ.4 Απόδοση Προτεινόμενης Μεθόδου – ΠΑΚΟ-ΚΠ πρόβλημα 5 (64 πελάτες) με 2 οχήματα .....	213

Πίνακας Γ.5	Απόδοση Προτεινόμενης Μεθόδου – ΠΑΚΟ-ΚΠ πρόβλημα 5 (64 πελάτες) με 3 οχήματα .....	214
Πίνακας Γ.6	Απόδοση Προτεινόμενης Μεθόδου – ΠΑΚΟ-ΚΠ πρόβλημα 5 (64 πελάτες) με 4 οχήματα .....	215

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η διαδικασία διανομής προϊόντων σε αστικό περιβάλλον αποτελεί βασική δραστηριότητα των υπηρεσιών logistics έχοντας, κατά μέσον όρο, το υψηλότερο ποσοστό στο συνολικό κόστος των υπηρεσιών αυτών (Ballou, 1999). Μερικά από τα δυσεπίλυτα προβλήματα που αντιμετωπίζουν οι εταιρείες διανομών είναι: (α) ο προσδιορισμός του βέλτιστου αριθμού οχημάτων και των θέσεων των εγκαταστάσεων που εξυπηρετούν την πελατειακή τους βάση και (β) ο προσδιορισμός ενός αρχικού προγράμματος εξυπηρέτησης πελατών από τον στόλο διανομής (Min *et al.*, 1998).

Η αποτελεσματικότητα της διανομής σε αστικό περιβάλλον μπορεί να μειωθεί σημαντικά εξαιτίας της ποιότητας του αρχικού σχεδιασμού αλλά και λόγω απρόβλεπτων γεγονότων που συμβαίνουν (αναπόφευκτα) κατά τη διάρκεια της εκτέλεσης του δρομολογίου (Min *et al.*, 1998). Στη φάση του σχεδιασμού, τα προβλήματα σχετίζονται κυρίως με τη μη βέλτιστη αρχική δρομολόγηση των οχημάτων διανομής με άμεση συνέπεια στο τελικό κόστος διανομής και στην ποιότητα εξυπηρέτησης του πελάτη. Στη φάση της εκτέλεσης, τα προβλήματα σχετίζονται με συμβάντα που προκύπτουν δυναμικά κατά την εκτέλεση της διανομής όπως για παράδειγμα έντονη κυκλοφοριακή κίνηση, προσωρινές απαγορεύσεις διέλευσης (λόγω έργων, λαϊκών αγορών, διαδηλώσεων, κλπ), αντίξοες

καιρικές συνθήκες, μη ύπαρξη χώρου στάθμευσης για εκφόρτωση στον πελάτη και άλλα παρόμοια γεγονότα (Kim *et al.*, 2005). Ο Πίνακας 1.1 παρουσιάζει συνήθη προβλήματα κατά την εκτέλεση της διανομής και τις ενδεχόμενες συνέπειες τους.

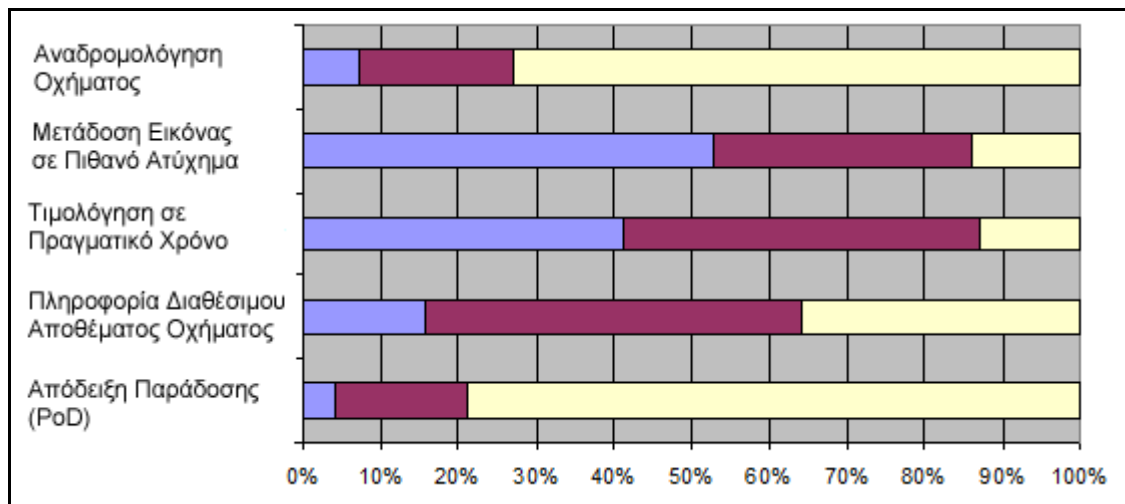
**Πίνακας 1.1 Συνήθη δυναμικά συμβάντα που επηρεάζουν τις αστικές διανομές**

Δυναμικό Συμβάν	Συνέπειες στην απόδοση της διανομής
Κυκλοφοριακή συμφόρηση, καιρικά φαινόμενα, έργα οδοποιίας, υπαίθριες αγορές, διαδηλώσεις	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Αυξημένος χρόνος κίνησης του οχήματος</li> <li>• Καθυστέρηση στην εξυπηρέτηση πελατών</li> <li>• Πιθανή αδυναμία εξυπηρέτησης ορισμένων πελατών λόγω χρονικών παραθύρων ή λήξης βάρδιας</li> </ul>
Μη ύπαρξη διαθέσιμου χώρου για εκφόρτωση αγαθών, προβλήματα με τα προϊόντα (π.χ. λάθος παραγγελία)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Αυξημένος χρόνος εξυπηρέτησης του πελάτη</li> <li>• Καθυστέρηση στην εξυπηρέτηση πελατών</li> <li>• Πιθανή αδυναμία εξυπηρέτησης ορισμένων πελατών λόγω χρονικών παραθύρων ή λήξης βάρδιας</li> </ul>
Ατύχημα, Μηχανική βλάβη	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Σημαντική αλλαγή προγράμματος</li> <li>• Πιθανή ανάγκη ενίσχυσης των πόρων διανομής</li> <li>• Πιθανή αδυναμία εξυπηρέτησης πελατών (κυρίως του οχήματος με βλάβη)</li> </ul>

Τα απρόβλεπτα αυτά γεγονότα ενδέχεται να επιβάλουν την ανάγκη τροποποιήσεων του αρχικού δρομολογίου, όπως για παράδειγμα την αναδρομολόγηση των οχημάτων και την αλλαγή της σειράς επίσκεψης των πελατών, σε μια προσπάθεια να επιτευχθούν, στο μέγιστο δυνατό, οι στόχοι του αρχικού δρομολογίου (Brown *et al.*, 1987; Rego & Roucairol, 1995; Savelsbergh & Sol, 1998). Οι τροποποιήσεις του αρχικού προγράμματος μπορεί να οδηγήσουν σε τροποποιήσεις των διαδρομών των οχημάτων, ή ακόμα και σε αναβολή παραδόσεων στη περίπτωση που παραβιαστεί κάποιο χρονικό παράθυρο διανομής (Ghiani *et al.*, 2003). Στις περιπτώσεις αυτές, καθώς η διανομή είναι σε εξέλιξη, οι αποφάσεις που αφορούν την περαιτέρω εξέλιξη των δρομολογίων πρέπει να λαμβάνονται σε -σχεδόν- πραγματικό χρόνο.

Η ανάγκη αντιμετώπισης των δυναμικών συμβάντων φαίνεται ότι αποτελεί κύρια μέριμνα των Ελληνικών εταιρειών αστικών διανομών. Το παρακάτω Σχήμα (1.1) παρουσιάζει Αποτελέσματα έρευνας στην οποία συμμετείχαν 73 Ελληνικές εταιρείες αστικών διανομών και logistics στα πλαίσια της ομάδας εργασίας E4 του e-business

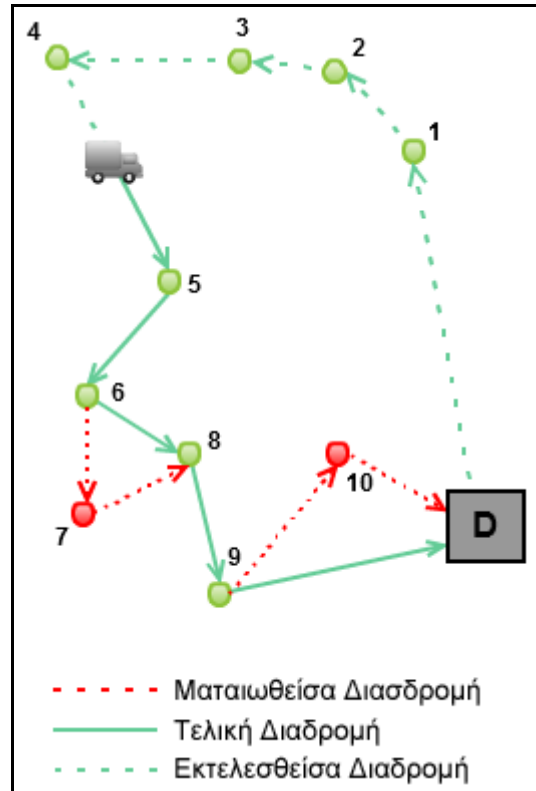
forum (Γιαγλής et al., 2004)<sup>1</sup>. Το Σχήμα αποτυπώνει τη σημαντικότητα που αποδίδουν οι συμμετέχουσες εταιρίες στην υποστήριξη αντιμετώπισης δυναμικών συμβάντων διανομής από ενδεχόμενες (μελλοντικές) εφαρμογές πληροφορικής και κινητής τηλεφωνίας. Το μπλε χρώμα αντιστοιχεί σε περιορισμένη σημαντικότητα ενδεχόμενης υποστήριξης, το μωβ σε μερική, ενώ το λευκό σε κρίσιμη σημαντικότητα ενδεχόμενης υποστήριξης. Επισημαίνεται ότι 51 στις 73 ερωτηθείσες εταιρείες ( $\approx 70\%$ ) θεωρούν την υποστήριξη αναδρομολόγησης οχήματος διανομής σε πραγματικό χρόνο ως κρίσιμης σημαντικότητας για την λειτουργία του δικτύου διανομής.



Σχήμα 1.1 Συμβολή της τηλεματικής στην υποστήριξη πρακτικών θεμάτων αστικών διανομών σύμφωνα με τις απαντήσεις 73 εταιριών του κλάδου (Γιαγλής et al., 2004)

Ένα παράδειγμα στο οποίο απρόβλεπτο συμβάν επηρεάζει το αρχικό πρόγραμμα με συνέπεια ο υπεύθυνος δρομολόγησης να αποφασίσει την αναδρομολόγηση του οχήματος διανομής αποτυπώνεται στο Σχήμα 1.2.

<sup>1</sup> Την ομάδα αυτή υποστήριξαν ως επιστημονικοί συνεργάτες το Πανεπιστήμιο Αιγαίου και το Οικονομικό Πανεπιστήμιο Αθηνών



Σχήμα 1.2 Αρχικό πρόγραμμα και αναδρομολόγηση οχήματος κατά τη διανομή εξαιτίας δυναμικού συμβάντος (π.χ. καθυστέρησης ή μη διαθεσιμότητα χώρου εκφόρτωσης)

Στο δίκτυο διανομής του Σχήματος (1.2), το όχημα έχει ήδη εξυπηρετήσει 4 πελάτες και βρίσκεται καθοδόν προς τον πέμπτο όταν αντιμετωπίζει ένα απρόβλεπτο συμβάν (π.χ. μη διαθεσιμότητα χώρου εκφόρτωσης σε πελάτη) που το αναγκάζει να καθυστερήσει σημαντικά. Στην περίπτωση που το όχημα πρέπει να επιστρέψει στην αποθήκη εντός προκαθορισμένου χρονικού ορίου (π.χ. πέρασ της βάρδιας οδηγού), ο υπεύθυνος δρομολόγησης αποφασίζει την αναδρομολόγηση του οχήματος με σκοπό την εξυπηρέτηση των πιο «σημαντικών» πελατών του δικτύου στον διαθέσιμο περιορισμένο χρόνο. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την ματαίωση της εξυπηρέτησης δύο πελατών.

Η αποτελεσματική αντιμετώπιση ενός τέτοιου συμβάντος, μέσω αναθεώρησης του αρχικού προγράμματος σε πραγματικό χρόνο με βάση την τρέχουσα κατάσταση του δικτύου διανομής, είναι πλέον εφικτή τεχνολογικά. Η δυνατότητα αυτή δίνεται από ώριμες πλέον τεχνολογίες τόσο των ασύρματων τηλεπικοινωνιών όσο και της τηλεματικής: Ο συνδυασμός ενός συστήματος εντοπισμού θέσης (*GPS*), των δυνατοτήτων που προσφέρονται μέσω των δικτύων κινητής τηλεφωνίας (π.χ. δικτύων *GPRS* ή *3G*) και των Γεωγραφικών Συστημάτων Πληροφορικής (*GIS*), επιτρέπει (α) την

άμεση και ακριβή πληροφόρηση για τη δυναμική κατάσταση του οχήματος, καθώς και (β) την μετάδοση εντολών και κατάλληλης πληροφορίας προς τους οδηγούς του στόλου. Εξάλλου, πλήθος συστημάτων τηλεματικής διαχείρισης στόλου οχημάτων ευρίσκονται σε παραγωγική λειτουργία την τελευταία δεκαετία χρησιμοποιώντας παρόμοιες τεχνολογικές πλατφόρμες και επιτρέποντας σε εταιρείες διανομών να επιβλέπουν τον στόλο τους και να επεμβαίνουν όποτε αυτό κριθεί αναγκαίο, βελτιώνοντας την ποιότητα εξυπηρέτησης προς τους τελικούς πελάτες (Gruhn *et al.*, 2003). Δεδομένης αυτής της υποδομής, η αποτελεσματική αντιμετώπιση δυναμικών γεγονότων έγκειται πλέον στην αποτελεσματικότητα της λήψης αποφάσεων μέσω κατάλληλων αλγορίθμων ή άλλων ευφύων μεθόδων υποστήριξης των αποφάσεων αυτών.

Το κίνητρο της παρούσας Διδακτορικής Διατριβής βασίζεται αφενός μεν στη σημαντικότητα της αντιμετώπισης -σε πραγματικό χρόνο- δυναμικών συμβάντων που επηρεάζουν τη διαδικασία διανομής, και αφετέρου στην ανάγκη αυστηρής μοντελοποίησης και αποτελεσματικής επίλυσης των εν πολλοίς νέων και πολύπλοκων αυτών προβλημάτων. Το Κεφάλαιο 2 αναλύει το μέχρι στιγμής επιστημονικό υπόβαθρο σε παρόμοια δυναμικά προβλήματα, επισημαίνει τα ερευνητικά κενά και περιγράφει την επιδιωκόμενη συνεισφορά της Διδακτορικής Έρευνας.

Συγκεκριμένα η παρούσα Διδακτορική Διατριβή επικεντρώνεται σε τρία σημαντικά συναφή προβλήματα:

Στο Κεφάλαιο 3 αναλύεται η περίπτωση κατά την οποία όχημα διανομής, λόγω συμβάντος που επιφέρει σημαντική καθυστέρηση, αδυνατεί να ολοκληρώσει το πρόγραμμα διανομής του στον προκαθορισμένο χρόνο. Για το Πρόβλημα Καθυστέρησης Οχήματος (ΠΚΟ), αναπτύσσεται μαθηματικό μοντέλο και νέα μέθοδος επίλυσης που βασίζεται (και εκμεταλλεύεται) τα χαρακτηριστικά του σε περιβάλλον αστικών διανομών. Η μέθοδος βασίζεται σε χωρική και χρονική διάσπαση του προβλήματος, για την αποτελεσματικότερη και ταχύτερη επίλυσή του σε -σχεδόν- πραγματικό χρόνο.

Το Κεφάλαιο 4 εστιάζεται στην περίπτωση κατά την οποία όχημα διανομής, μέλος στόλου οχημάτων, ακινητοποιείται λόγω βλάβης. Για την αποτελεσματική αντιμετώπιση του συμβάντος, τροποποιείται το αρχικό πρόγραμμα δρομολόγησης με στόχο την

ελαχιστοποίηση της επίπτωσης του συμβάντος ακινητοποίησης στην εξυπηρέτηση των πελατών του δικτύου. Το προκύπτον πρόβλημα -Πρόβλημα Ακινητοποίησης Οχήματος (ΠΑΚΟ)- διατυπώνεται και μοντελοποιείται για πρώτη φορά στη βιβλιογραφία. Για την επίλυσή του αναπτύσσονται δύο νέες μέθοδοι: Η μία βασίζεται σε Γενετικό Αλγόριθμο και χρησιμοποιείται για τον καθορισμό πρότυπων λύσεων (benchmark solutions) σε πρότυπα Προβλήματα ΑΚΟ. Η δεύτερη μέθοδος στηρίζεται σε ευρετικό αλγόριθμο και χρησιμοποιείται για την ταχεία επίλυση του προβλήματος (σχεδόν σε πραγματικό χρόνο) όπως επιβάλλεται από τη φύση του πρακτικού προβλήματος. Η αποτελεσματικότητα της δεύτερης μεθόδου αξιολογείται μέσω των πρότυπων λύσεων της πρώτης.

Το Κεφάλαιο 5 παρουσιάζει μια σημαντική παραλλαγή του ΠΑΚΟ κατά την οποία τα οχήματα διανέμουν κοινό, σε όλους τους πελάτες, προϊόν και ένα όχημα του στόλου ακινητοποιείται λόγω βλάβης. Αν και ο αντικειμενικός σκοπός στο προκύπτον πρόβλημα είναι ο ίδιος με αυτόν του ΠΑΚΟ, τα χαρακτηριστικά της διανομής κοινού προϊόντος παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον. Και σε αυτή την περίπτωση, το Πρόβλημα Ακινητοποίησης Οχήματος σε δίκτυο διανομής Κοινού Προϊόντος (ΠΑΚΟ-ΚΠ) διατυπώνεται και μοντελοποιείται για πρώτη φορά στη βιβλιογραφία. Για την επίλυση του τροποποιούνται κατάλληλα τόσο ο Γενετικός Αλγόριθμος, όσο και η ευρετική μέθοδος του ΠΑΚΟ (η δεύτερη σημαντικά). Τα Αποτελέσματα του τροποποιημένου ΓΑ σε νέα πρότυπα Προβλήματα ΑΚΟ-ΚΠ χρησιμοποιούνται για την αξιολόγηση του ευρετικού αλγορίθμου ως συνάρτηση του (βραχέος) υπολογιστικού χρόνου.

Ως επαλήθευση της δυνατότητας πρακτικής εφαρμογής των αποτελεσμάτων της Διδακτορικής Έρευνας, στο Κεφάλαιο 4, παρουσιάζεται μελέτη περίπτωσης υλοποίησης του αλγορίθμου ΠΑΚΟ σε υφιστάμενο σύστημα τηλεματικής διαχείρισης του στόλου διανομής της εταιρίας Νίκας ΑΒΕΕ. στην Αττική.

Η Διδακτορική Διατριβή ολοκληρώνεται στο Κεφάλαιο 6 με την περίληψη της συνεισφοράς, ανάλυση των συμπερασμάτων και τις προτάσεις για μελλοντική έρευνα στον τομέα αυτό.

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 ΤΑ ΕΞΕΤΑΣΘΕΝΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΑΝΑΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΚΑΙ ΣΧΕΤΙΚΟ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ**

### **2.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ**

#### **2.1.1. Τα Θεμελιώδη Προβλήματα Δρομολόγησης Οχημάτων**

Ο σχεδιασμός του (αρχικού) προγράμματος διανομής αποτελεί ένα από τα κλασικότερα προβλήματα της επιχειρησιακής έρευνας, λόγω αφενός μεν της ιδιαίτερα απτής πρακτικής του σημασίας, αφετέρου δε της πολυπλοκότητάς του και των ερευνητικών προκλήσεων που αυτή επιφέρει. Στα τελευταία 50 χρόνια έχει αναπτυχθεί πληθώρα μεθόδων και αλγορίθμων για την επίλυση του προβλήματος αυτού χρησιμοποιώντας το υπόβαθρο διαφορετικών τομέων της επιχειρησιακής έρευνας, συμπεριλαμβανομένων του μαθηματικού προγραμματισμού, των ευφυών υπολογιστικών μεθόδων (computational intelligence), των ευρετικών και μετευρετικών αλγορίθμων, κλπ. Η σημαντικότερη έρευνα στην περιοχή αυτή έχει αντιμετωπίσει πληθώρα παραλλαγών του κλασσικού

προβλήματος, αλλά και περιπτώσεων ιδιαίτερης πρακτικής σημασίας (για λεπτομερή περιγραφή ο αναγνώστης μπορεί να ανατρέξει στους Toth & Vigo, 2002)

Το πλέον θεμελιώδες πρόβλημα προγραμματισμού διανομής είναι αυτό του Περιοδεύοντος Πωλητή (*Traveling Salesman Problem, TSP*), στο οποίο ο πωλητής επισκέπτεται πολλαπλές πόλεις (σημεία πώλησης) και επιστρέφει στο σημείο εκκίνησης. Ο αντικειμενικός σκοπός του προβλήματος είναι η εύρεση εκείνης της αλληλουχίας επίσκεψης των πόλεων που ελαχιστοποιεί το συνολικό χρόνο ταξιδιού. Το TSP ανήκει στο σύνολο των NP-complete προβλημάτων (Papadimitriou, 1977). Τα προβλήματα αυτά αποτελούν υποσύνολο των NP προβλημάτων (Non-Polynomial time solvable) και έχουν τα εξής χαρακτηριστικά: (α) Λύνονται σε πολυωνυμικό χρόνο μόνο από -θεωρητική- υπολογιστική μηχανή ικανή να πραγματοποιεί ταυτόχρονα άπειρους παράλληλους υπολογισμούς (Non-deterministic Turing machine) και (β) η επαλήθευση της λύσης γίνεται σε πολυωνυμικό χρόνο από -υπαρκτή- υπολογιστική μηχανή ικανή να πραγματοποιεί σειριακούς υπολογισμούς. Η πολυπλοκότητα του TSP είναι  $(n-1)!$ , όπου  $n$  ο αριθμός των πόλεων που πρέπει να επισκεφτεί ο πωλητής. Για ένα σχετικά «μικρό» πρόβλημα που περιλαμβάνει  $n = 21$  πόλεις απαιτούνται  $20!$  βήματα για την εύρεση της βέλτιστης σειράς επίσκεψης τους από τον πωλητή (στην περίπτωση που κάθε βήμα απαιτεί  $1msec$  μια -πρακτική- υπολογιστική μηχανή χρειάζεται 770 αιώνες υπολογιστικού χρόνου).

Το TSP έχει αντιμετωπισθεί εκτενώς από την βιβλιογραφία με πληθώρα μεθόδων επίλυσης. Ο πιο απλός μεταξύ αυτών θεωρείται ο ευρετικός αλγόριθμος του Πλησιέστερου Γείτονα (Nearest Neighbor): Ξεκινώντας από το σημείο εκκίνησης επιλέγεται ως επόμενο σημείο επίσκεψης αυτό με την ελάχιστη απόσταση από το τρέχον σημείο. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται μέχρι ο πωλητής να επιστρέψει στο σημείο εκκίνησης έχοντας επισκεφτεί το σύνολο των σημείων. Ο αλγόριθμος είναι «μυωπικός» (ή αλλιώς «άπληστος») και η απόδοση της λύσης του σε σχέση με διάφορες διατάξεις σημείων στο επίπεδο έχει διερευνηθεί από τους Hurkens & Woeginger (2006). Άλλες περιπτώσεις βασικών ευρετικών μεθόδων για την λύση του TSP είναι η μέθοδος «Εξοικονόμησης Απόστασης» (savings algorithm) από τους Clark & Wright (1964) και ο αλγόριθμος του Christofides (1976). Στο τέλος των ευρετικών μεθόδων, συνήθως, εφαρμόζεται τεχνικές που στοχεύουν στην βελτίωση της ληφθείσας λύσης. Η πιο

διαδεδομένη είναι η μέθοδος *2-opt* (Lin, 1965), στην οποία δύο κορυφές ενός ζεύγους τόξων ανταλλάσσονται μεταξύ τους με σκοπό την πιθανή περαιτέρω μείωση του κόστους της διαδρομής. Η διαδικασία συνεχίζεται έως ότου το συνολικό κόστος της διαδρομής να μη μειώνεται περαιτέρω με καμία ανταλλαγή κορυφών τόξων.

Για την επίλυση του TSP έχουν επίσης αναπτυχθεί πληθώρα μετευρετικών (metaheuristics) αλγορίθμων (εκτενής αναφορά γίνεται στους Osman & Laporte, 1995). Το χαρακτηριστικό των αλγορίθμων αυτών είναι η ενσωμάτωση μηχανισμών αποφυγής τοπικών βέλτιστων. Η ιδιότητα τους αυτή τους επιτρέπει, μέσω επαναληπτικών βημάτων, να εξερευνούν μεγαλύτερο μέρος του χώρου επίλυσης (solution space) αναζητώντας συνεχώς καλύτερες λύσεις.

Για παράδειγμα, η μέθοδος Tabu Search (TS) εφαρμόζει τεχνικές εύρεσης καλύτερων γειτονικών λύσεων (neighborhood search) από τις υφιστάμενες. Μια καλύτερη γειτονική λύση μπορεί να προκύψει από την ανταλλαγή σημείων της διαδρομής. Οι λύσεις που δεν μπορούν να βελτιωθούν περαιτέρω εισάγονται σε σύνολο λύσεων αποφυγής που ονομάζεται σύνολο tabu (tabu solutions). Με την αποφυγή επαναχρησιμοποίησης των λύσεων του συνόλου tabu, ο αλγόριθμος εξέρχεται σταδιακά από το τοπικό βέλτιστο αναζητώντας καλύτερες λύσεις στον χώρο επίλυσης του προβλήματος. Η μέθοδος αρχικά διατυπώθηκε από τον Glover σε διαδοχικές εργασίες του (1989a, 1989b, 1990, 1991).

Στην κλάση των μετευρετικών μεθόδων ανήκει η μέθοδος *Προσομοιωμένης Ανάπτυξης* (Simulated Annealing) που διατυπώθηκε για την επίλυση του TSP αρχικά από τον Kirkpatrick *et al.* (1983) και στη συνέχεια από τον Cerny (1985). Ο μηχανισμός αποφυγής εγκλωβισμού σε τοπικά βέλτιστα βασίζεται στην αποδοχή, για συγκεκριμένες επαναλήψεις, λύσεων με χειρότερες τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης από τις υπάρχουσες λύσεις. Η αποδοχή, ή μη, μιας λύσης με χειρότερη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης από την υφιστάμενη βέλτιστη βασίζεται σε συγκεκριμένα κριτήρια.

Τέλος, για την επίλυση του TSP έχουν εφαρμοστεί και Γενετικοί Αλγόριθμοι (ΓΑ). Η πρώτη αναφορά εφαρμογής της συγκεκριμένης μεθόδου στο πρόβλημα TSP γίνεται από τον Holland (1975). Εκτεταμένη αναφορά σε τεχνικές επίλυσης του TSP με ΓΑ γίνεται από τον Goldberg (1989).

Η γενίκευση του προβλήματος του Περιοδεύοντος Πωλητή είναι το πρόβλημα της Δρομολόγησης Στόλου Οχημάτων (*Vehicle Routing Problem, VRP*). Στο πρόβλημα αυτό πολλαπλά οχήματα, μέλη στόλου οχημάτων και γνωστή χωρητικότητα, εκκινούν από κοινό σημείο, επισκέπτονται πολλαπλές πόλεις (ή πελάτες, σημεία πώλησης) και επιστρέφουν στο σημείο εκκίνησης. Ο αντικειμενικός σκοπός του προβλήματος είναι εύρεση του συνόλου και της αλληλουχίας επίσκεψης των πόλεων -ανά όχημα- που ελαχιστοποιεί το συνολικό χρόνο του ταξιδιού για το σύνολο του στόλου (Dantzig & Ramser, 1959). Το πρόβλημα ορίζεται σε δίκτυο του οποίου: (α) Τα τόξα αντιπροσωπεύουν τις διαδρομές από κάθε πόλη σε κάθε άλλη πόλη και από κάθε πόλη στο σημείο εκκίνησης/τερματισμού και (β) οι κόμβοι αντιπροσωπεύουν τους πελάτες και το σημείο εκκίνησης/τερματισμού. Κάθε τόξο είναι κατευθυντικό ή μη (*directed/undirected*) ανάλογα με το αν όχημα μπορεί να διασχίσει μόνο προς την μία ή προς τις δύο κατευθύνσεις το τόξο αυτό (οδοί μονής ή διπλής κατεύθυνσης). Τα τόξα επίσης χαρακτηρίζονται από κόστος διέλευσης (συνήθως αντιπροσωπεύεται από το μέτρο του τόξου - απόσταση).

Το VRP ορίστηκε αρχικά το 1959 (Dantzig & Ramser, 1959) και έχει αντιμετωπιστεί εκτενέστατα από την βιβλιογραφία (Christofides *et al.*, 1979, Golden *et al.*, 2008, Toth & Vigo, 2002). Έχει αποδειχτεί πως είναι πρόβλημα NP-hard ως γενίκευση της NP-complete φύσης του TSP (Garey & Johnson, 1979). Αυτό σημαίνει ότι το VRP είναι τουλάχιστον το ίδιο πολύπλοκο να επιλυθεί όσο το TSP. Η πιο γνωστή παραλλαγή του περιλαμβάνει διανομή κοινού προϊόντος σε δίκτυο πελατών με γνωστή ζήτηση που εξυπηρετούνται από στόλο οχημάτων με γνωστή, περιορισμένη, χωρητικότητα ανά όχημα (*Capacitated VRP - CVRP*). Άλλες βασικές παραλλαγές του VRP είναι οι εξής:

- i. VRP που περιλαμβάνει διανομή αλλά και παραλαβή προϊόντων (*VRP with Pickup and Delivery - VRPPD*)
- ii. VRP που περιλαμβάνει χρονικούς περιορισμούς, σύμφωνα με τους οποίους κάθε πελάτης του δικτύου εξυπηρετείται μόνο σε συγκεκριμένες χρονικές περιόδους - χρονικά παράθυρα (*VRP with Time Windows - VRPTW*)
- iii. VRP στο οποίο η πληροφορία σχετικά με τα δεδομένα του προβλήματος αποκαλύπτεται/μεταβάλλεται καθώς εξελίσσεται το πρόβλημα. Η παραλλαγή

αυτή του VRP ονομάζεται δυναμικό VRP (dynamic VRP). Ειδική αναφορά γίνεται στην Ενότητα 2.1.2.

Ανάλογα με την παραλλαγή του VRP, οι πελάτες του δικτύου χαρακτηρίζονται από:

- i. Την τοποθεσία τους στο δίκτυο
- ii. Την πιθανή ζήτηση τους σε διακριτά προϊόντα
- iii. Τις χρονικές περιόδους (χρονικά παράθυρα/time windows) κατά τις οποίες δέχονται επίσκεψη (π.χ. μόνο κατά τις ώρες καταστημάτων)
- iv. Το χρόνο αναμονής που απαιτείται για την εξυπηρέτησή τους (service time)
- v. Πιθανούς ειδικούς περιορισμούς εξυπηρέτησης (π.χ. εξυπηρέτηση από οχήματα που πληρούν συγκεκριμένες προδιαγραφές)

Επιπρόσθετα, ανάλογα με την παραλλαγή του VRP, τα οχήματα του στόλου χαρακτηρίζονται μεταξύ άλλων από:

- i. Τη συνολική χωρητικότητα τους και την χωρητικότητα των πιθανών χωρικών διαμερισμάτων του (compartments)
- ii. Το κόστος λειτουργίας τους (ανά μονάδα απόστασης ή/και χρόνου)

Τέλος, σε κάποιες παραλλαγές του VRP, μεταβάλλεται η αντικειμενική συνάρτηση. Εκτός από την ελαχιστοποίηση του χρόνου (ή κόστους) ταξιδιού για το σύνολο του στόλου, άλλες τυπικές αντικειμενικές συναρτήσεις, είναι:

- i. Η ελαχιστοποίηση του αριθμού των οχημάτων που απαιτούνται για την εξυπηρέτηση του συνόλου των πελατών
- ii. Η ελαχιστοποίηση των ποινών που προκύπτουν από τη μη εξυπηρέτηση κάποιων πελατών του δικτύου (λόγω π.χ. αδυναμίας τήρησης των χρονικών παραθύρων εξυπηρέτησης)

Το VRP και οι παραλλαγές του έχουν εξεταστεί εκτενώς από την βιβλιογραφία. Λόγω της πολυπλοκότητας του προβλήματος έχει προταθεί πληθώρα ευρετικών μεθόδων και

exact μεθόδων επίλυσης [βλ. Toth & Vigo, (2002), Laporte & Osman (1995) για πλήρη αναφορά]. Τέλος, για την επίλυση του VRP έχουν προταθεί πολλαπλές μεταερευνητικές μέθοδοι, όπως των Glover & Taillard (1993), των Chiang & Russell (1996) και των Rochat & Taillard (1995) οι οποίοι εφαρμόζουν μέθοδο Tabu Search (TS) για την επίλυση σημαντικών παραλλαγών του VRP θέτοντας μάλιστα και λύσεις αναφοράς στα προβλήματα αυτά. Το κλασσικό VRP αντιμετωπίζεται και με εξελικτικές μεθόδους όπως για παράδειγμα με Γενετικούς Αλγόριθμους και παραλλαγές αυτών (Baker & Ayechew, 2003). Ενδεικτικά, αναφέρεται η επίλυση του προβλήματος VRP με πολλαπλές αποθήκες (multi-depot VRP) από τους Salhi *et al.*, (1998).

### 2.1.2. Το Δυναμικό Περιβάλλον των Αστικών Διανομών

Σύμφωνα με την Bianchi (2000), δυναμικό είναι ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης στο οποίο:

- i. Η πληροφορία αποκαλύπτεται καθώς εξελίσσεται το πρόβλημα
- ii. Η λύση πρέπει να βρεθεί καθώς εξελίσσεται το πρόβλημα. Αυτό σημαίνει ότι δεν μπορούν να υπάρξουν *a-priori* λύσεις παρά μόνον *a-priori* στρατηγικές που καθορίζουν την απόκριση του συστήματος σύμφωνα την κατάσταση του

Η περίπτωση του Σχήματος (1.2) εμπίπτει στη γενικότερη κατηγορία προβλημάτων στην οποία οι αρχικοί παράμετροι του προβλήματος (π.χ. χρόνοι μετάβασης οχημάτων από πελάτη σε πελάτη, χρόνοι εξυπηρέτησης πελατών κ.α.) αλλάζουν δυναμικά κατά την εκτέλεση της διανομής. Αντιπροσωπευτικό παράδειγμα της κατηγορίας αυτής είναι το Πρόβλημα Δυναμικής Δρομολόγησης Στόλου Οχημάτων (*Dynamic Vehicle Routing Problem, DVRP*), το οποίο αφορά είτε αντιμετώπιση νέων δυναμικών απαιτήσεων που εγείρονται κατά τη διάρκεια εκτέλεσης του δρομολογίου (π.χ. σε περιπτώσεις ταχυμεταφορών ή προβλημάτων *dial-a-ride*), είτε στοχαστικούς χρόνους μετάβασης από πελάτη σε πελάτη. Το πρόβλημα αυτό έχει αντιμετωπιστεί συστηματικά από την βιβλιογραφία και έχουν προταθεί πολλαπλές μέθοδοι και αλγόριθμοι για σημαντικές παραλλαγές του. Ενδεικτικά παραδείγματα περιλαμβάνουν τον αλγόριθμο tabu search των Ichoua *et al.* (2000), τον γενετικό αλγόριθμο των Haghani & Jung (2005), τον αλγόριθμο ανάθεσης και εισαγωγής πελατών με ελάχιστο κόστος (Fleischmann *et al.*, 2004), τον προσεγγιστικό δυναμικό αλγόριθμο των Spivey & Powell (2004), την μέθοδο

δυναμικής δημιουργίας μεταβλητών (*dynamic column generation*) (Chen & Xu, 2006) και την ευρετική μέθοδο πλησιέστερου οχήματος (*nearest-vehicle heuristic*), (Du *et al.*, 2005).

Στον παρακάτω Πίνακα (2.1) (Bianchi, 2000) παρουσιάζονται βασικά προβλήματα Δυναμικής Δρομολόγησης Οχημάτων, κατηγοριοποιημένα με βάση τη δυναμική παράμετρο που μεταβάλλεται κατά τη διάρκεια της διανομής.

**Πίνακας 2.1 Τύποι προβλημάτων Δυναμικής Δρομολόγησης Οχημάτων (Bianchi, 2000)**

Dynamic Vehicle Routing Problems			
Τύπος Προβλήματος	Δυναμικά Μεταβαλλόμενη Παράμετρος	Ακρωνύμιο	Βιβλιογραφική Αναφορά
Dynamic Traveling Repairman Problem (Πρόβλημα Δυναμικής Δρομολόγησης Συνεργείου)	Νέες απαιτήσεις εξυπηρέτησης	DTRP	Bertsinas & Ryzin, 1991
Dynamic Vehicle Routing with Time Windows (Πρόβλημα Δυναμικής Δρομολόγησης με Χρονικά Παράθυρα)	Χρονικό παράθυρο παράδοσης	DVRPTW	Gendreau <i>et al.</i> 1999
Dynamic Vehicle Routing with Time Windows and Delivery & Pickup (Πρόβλημα Δυναμικής Δρομολόγησης με Χρονικά Παράθυρα, Παραλαβή και Διανομή Προϊόντων)	Χρονικό παράθυρο παράδοσης και υπολειπόμενη χωρητικότητα οχήματος	DVRPTWPD	Gendreau <i>et al.</i> 2006
Dynamic Routing of Independent Vehicle (DRIVE)	Νέες απαιτήσεις εξυπηρέτησης	DRIVE	Savelsbergh & Sol, 1991
Time Dependent Dynamic Vehicle Routing (Πρόβλημα Δυναμικής Δρομολόγησης με Αποστάσεις Εξαρτώμενες από το Χρόνο)	Αποστάσεις και Χρόνοι εξυπηρέτησης	TDDVRP	Haghani & Jung, 2005
Stochastic Vehicle Routing (Στοχαστική Δρομολόγηση Οχημάτων)	Πλήθος απαιτήσεων και ζήτηση αυτών	SDVRP	Laporte <i>et al.</i> , 1989

Η παρούσα Διδακτορική Διατριβή εξετάζει τρεις περιπτώσεις κατά τις οποίες ένα απρόβλεπτο (δυναμικό) συμβάν επηρεάζει το αρχικό πρόγραμμα διανομής.

- Στην πρώτη περίπτωση ένα όχημα υφίσταται σημαντική καθυστέρηση με αποτέλεσμα την αδυναμία εξυπηρέτησης των πελατών του αρχικού προγράμματος. Εξαιτίας της καθυστέρησης το όχημα αναπρογραμματίζει την σειρά επίσκεψης πελατών με σκοπό την εξυπηρέτηση των σημαντικότερων πελατών στον εναπομείναν χρόνο.

- Στις άλλες δύο περιπτώσεις, ένα όχημα -μέλος στόλου οχημάτων- υφίσταται βλάβη που το αναγκάζει να ακινητοποιηθεί. Εξαιτίας της ακινητοποίησης, τα υπόλοιπα οχήματα του στόλου αναπρογραμματίζονται, δίνοντας προτεραιότητα στους σημαντικότερους πελάτες.

Επισημαίνεται ότι η περίπτωση της βλάβης οχήματος που προκαλεί καθυστέρηση ή και ακινητοποίηση, παρότι αποτελεί δυναμικό συμβάν και ικανοποιεί τους κανόνες «δυναμικότητας» της Bianchi (2000), δεν συναντάται στα κύρια προβλήματα της κατηγορίας αυτής (Li, 2008). Συναφή προβλήματα που έχουν εξεταστεί στην βιβλιογραφία σχετίζονται με μηχανισμούς «ανάκτησης κανονικής λειτουργίας» (disruption management & recovery) στην περίπτωση απρόβλεπτου συμβάντος. Ωστόσο, το σχετικό ερευνητικό πεδίο εξετάζει κυρίως περιπτώσεις μηχανισμών ανάκτησης κανονικής λειτουργίας στον τομέα των αερομεταφορών [Yan & Yang (1996), Yu *et al.* (2003)]. Οι μέθοδοι που αναφέρονται στις εργασίες αυτές επικεντρώνονται περισσότερο στην ικανοποίηση των κανόνων ασφαλείας αερομεταφορών και είναι πρακτικά μη εφαρμόσιμες σε περιπτώσεις αστικών διανομών (Li, 2008).

Στις επόμενες τρεις Ενότητες, ορίζονται οι περιπτώσεις που εξετάζονται από την παρούσα Διατριβή, παρουσιάζεται η υφιστάμενη βιβλιογραφία σε συναφή προβλήματα, καθώς και η συνεισφορά της Διδακτορικής έρευνας στην διαχείριση δυναμικών συμβάντων κατά διάρκεια της διανομής σε πραγματικό χρόνο.

## **2.2. ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΟΣ (ΠΚΟ)**

### **Ορισμός του Προβλήματος**

Θεωρείστε όχημα που εκτελεί διανομή αγαθών σε αστικό περιβάλλον και εξυπηρετεί πελάτες με βάση ένα αρχικό πρόγραμμα διανομής. Έστω ότι κατά την διάρκεια της διανομής το όχημα να αντιμετωπίζει σημαντική καθυστέρηση εξαιτίας κυκλοφοριακής συμφόρησης, έλλειψης χώρου εκφόρτωσης ή άλλων απρόβλεπτων παραγόντων. Αν η καθυστέρηση είναι τέτοια ώστε το αρχικό πρόγραμμα διανομής να μην μπορεί να ολοκληρωθεί εντός του προγραμματισμένου χρονικού ορίζοντα, τότε το αρχικό πρόγραμμα πρέπει να ανασχεδιασθεί συνολικά σύμφωνα, φυσικά, με τις πρακτικές της

εταιρίας διανομής και το συμφωνηθέν επίπεδο παροχής υπηρεσιών προς τους πελάτες. Με την αναδρομολόγησή του, το όχημα δύναται να εξυπηρετήσει επιλεγμένους πελάτες εντός των ορίων της βάρδιας του οδηγού. Στην επιλογή των πελατών που θα εξυπηρετηθούν, η προτεραιότητα πελατών πρέπει να χρησιμοποιηθεί ως παράμετρος σχεδιασμού του νέου δρομολογίου.

Η πιο πάνω περιγραφή του *ΠΚΟ* παρουσιάζει σημαντικές ομοιότητες με το *Πρόβλημα του Προσανατολισμού ή ΙΙΙ (Orienteering Problem, OP)* που αποτελεί μια ειδική μορφή του Προβλήματος Περιοδεύοντος Πωλητή (*TSP*). Το *ΙΙΙ* ορίζεται σε δίκτυο πελατών, το οποίο εξυπηρετείται από ένα (μοναδικό) όχημα. Κάθε πελάτης του δικτύου σχετίζεται με μια μετρική «κέρδους» (προτεραιότητα βάση σημαντικότητας, ύψος ζήτησης αγαθών κτλ). Ο χρόνος μετάβασης μεταξύ των πελατών είναι γνωστή μετρική του δικτύου. Το πρόβλημα έγκειται στην εύρεση ενός συνόλου πελατών και της σειράς επίσκεψης τους (δρομολόγιο) ώστε το συνολικό κόστος (χρόνος) του δρομολογίου να μην υπερβαίνει μία συγκεκριμένη τιμή (χρονικός ορίζοντας) και το συνολικό σωρευμένο κέρδος του οχήματος από την εξυπηρέτηση των πελατών να είναι το μέγιστο (Tsiligirides, 1984). Λόγω του χρονικού περιορισμού μπορεί να μην είναι δυνατή η επίσκεψη του οχήματος στο σύνολο των πελατών του δικτύου. Τέλος, στο *ΙΙΙ*, το σημείο εκκίνησης και το σημείο τερματισμού δεν είναι απαραίτητο να συμπίπτουν. Οι διαφορές του *ΙΙΙ* και του *ΠΚΟ* με το *TSP* είναι οι εξής:

- i. Στο *ΙΙΙ* το σημείο εκκίνησης του οχήματος δεν ταυτίζεται απαραίτητα με το σημείο τερματισμού. Στο *TSP* το όχημα εκκινεί και καταλήγει στο ίδιο σημείο.
- ii. Στο *ΙΙΙ* κάποιοι πελάτες πιθανόν να μην εξυπηρετηθούν λόγω του χρονικού περιορισμού. Στο *TSP* όλοι οι πελάτες εξυπηρετούνται.
- iii. Το *ΙΙΙ* στοχεύει στη μεγιστοποίηση του σωρευμένου κέρδους από τις επισκέψεις του οχήματος σε πελάτες. Το *TSP* στοχεύει στην ελαχιστοποίηση της διανυθείσας, από το όχημα, απόστασης.

Επιπρόσθετα, οι διαφορές του *ΠΚΟ* με το *ΙΙΙ* είναι οι εξής:

- i. Στο *ΙΙΙ* δεν υπάρχει η απαίτηση επίλυσης σε πραγματικό χρόνο. Αντίθετα, το *ΠΚΟ* αντιμετωπίζει ένα δυναμικό συμβάν του οποίου οι συνέπειες πρέπει να

αντιμετωπιστούν αποτελεσματικά, σε πραγματικό χρόνο, όσο το δρομολόγιο του οχήματος βρίσκεται σε εξέλιξη.

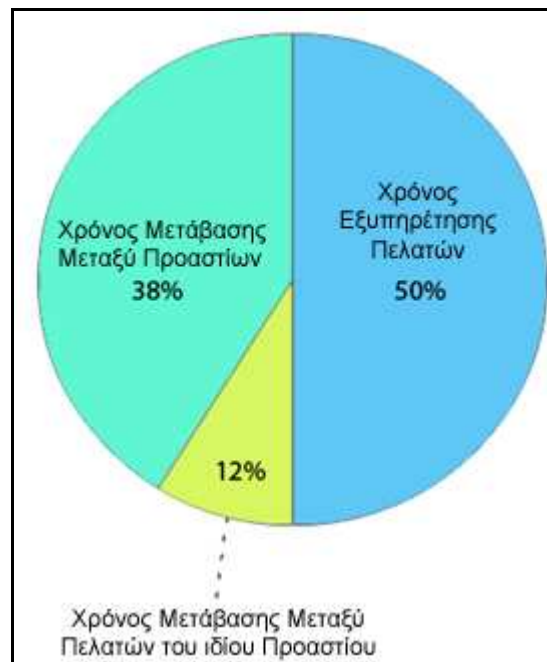
- ii. Στο ΠΠ δεν λαμβάνονται υπόψη τα χαρακτηριστικά των αστικών διανομών, όπως, για παράδειγμα, η συγκέντρωση των πελατών σε προάστια και ο χρόνος εξυπηρέτησης του πελάτη. Το ΠΚΟ λαμβάνει υπόψη του τα χαρακτηριστικά αυτά για την αποτελεσματικότερη αντιμετώπιση του συμβάντος.

Ενδεικτικό παράδειγμα που επιβεβαιώνει τα παραπάνω χαρακτηριστικά των αστικών διανομών αποτελεί η περίπτωση τυπικής εταιρείας διανομών τροφίμων (ΝΙΚΑΣ ΑΒΕΕ). Βάση στοιχείων που συλλέχθηκαν στα πλαίσια του ερευνητικού προγράμματος *MO.R.S.E* της *ΓΓΕΤ*, το οποίο υποστήριξαν ως επιστημονικοί συνεργάτες το Πανεπιστήμιο Αιγαίου και το Οικονομικό Πανεπιστήμιο Αθηνών, στην περιοχή της Αττικής η εταιρεία διαθέτει ενεργό στόλο 12 οχημάτων και εξυπηρετεί κατά μέσο όρο 20 πελάτες ανά ημερήσιο δρομολόγιο. Στο Σχήμα 2.1 παρουσιάζεται η χρονική κατανομή των δραστηριοτήτων της διανομής με βάση στοιχεία 8.517 οχηματο-ωρών που συλλέχθηκαν με την βοήθεια συστήματος τηλεματικής.

Από το Σχήμα αυτό παρατηρούμε ότι: (α) ο χρόνος εξυπηρέτησης (εκφόρτωσης και παράδοσης στο χώρο του πελάτη) αντιστοιχεί στο 50% του συνολικού χρόνου της διανομής και (β) ο χρόνος μετάβασης μεταξύ των προαστίων (ή γειτονιών) αντιστοιχεί στο 38% του συνολικού χρόνου της διανομής. Επισημαίνεται ότι ο ακριβής χρόνος εξυπηρέτησης του πελάτη εξαρτάται από τριτογενείς παράγοντες, όπως, για παράδειγμα, από την έλλειψη χώρου εκφόρτωσης λόγω παρουσίας φορτηγών οχημάτων τρίτων εταιρειών στον ίδιο πελάτη την ίδια χρονική στιγμή. Η συνεπαγόμενη απροσδιοριστία του ακριβούς χρόνου εξυπηρέτησης είναι συνήθης αιτία απρόβλεπτης καθυστέρησης του οχήματος διανομής.

Επιπρόσθετα, ο χρόνος μετάβασης μεταξύ προαστίων (ή γειτονιών) αποτελεί και αυτός σημαντικό μέρος του συνολικού χρόνου της διανομής. Επομένως, όχι μόνο η σειρά επίσκεψης των πελατών, αλλά και η σειρά επίσκεψης των προαστίων είναι μείζονος σημασίας για την ολοκλήρωση του δρομολογίου στον αρχικά προβλεπόμενο χρόνο. Κατά συνέπεια, σε περίπτωση αναδρομολόγησης, το χαρακτηριστικό της χωρικής ομαδοποίησης μπορεί να είναι σημαντικό (α) για την εύρεση αποτελεσματικής σειράς

επίσκεψης των προαστίων και (β) για την εύρεση της αποτελεσματικότερης διαδρομής εντός κάθε προαστίου. Συγχρόνως, η διαφαινόμενη διάσπαση του συνολικού προβλήματος σε υποπροβλήματα (ένα για κάθε προάστιο) ενδέχεται να μειώσει σημαντικά την πολυπλοκότητα του προβλήματος και να υποστηρίξει την αποτελεσματικότερη αντιμετώπισή του σε μειωμένο υπολογιστικό χρόνο. Σημειώνεται ότι, το τελευταίο χαρακτηριστικό είναι κρίσιμης σημασίας, καθότι, όπως αναφέρθηκε ανωτέρω, ο αλγόριθμος επίλυσης του *ΠΚΟ* πρέπει να δίνει λύση σε -σχεδόν- πραγματικό χρόνο όταν η διανομή βρίσκεται σε εξέλιξη.



Σχήμα 2.1 Χρονική κατανομή των δραστηριοτήτων τυπικών δρομολογίων αστικών διανομών της εταιρείας ΝΙΚΑΣ ΑΒΕΕ

### **Βιβλιογραφικό Υπόβαθρο**

Οι σημαντικότερες ερευνητικές προσεγγίσεις σχετικά με το *ΠΠ* εμπίπτουν σε δύο κατηγορίες. Η πρώτη κατηγορία περιλαμβάνει προσεγγιστικές λύσεις με την βοήθεια ευρετικών ή μετευρετικών μεθόδων, ενώ η δεύτερη κατηγορία περιλαμβάνει ακριβείς μεθόδους επίλυσης. Πρώτος ο Tsiligirides (1984) πρότεινε ευρετική μέθοδο προς επίλυση του *ΠΠ* και παράλληλα έθεσε και τρία πρότυπα προβλήματα. Η μέθοδος, (*Stochastic algorithm, S-algorithm*) βασίζεται σε τεχνική Monte Carlo στην οποία αρχικά παράγεται ένας μεγάλος αριθμός λύσεων (δρομολογίων) και στη συνέχεια επιλέγεται η καλύτερη ανάμεσα σε αυτές. Κάθε δρομολόγιο παράγεται με βηματικό τρόπο ώστε σε

κάθε πελάτη που δεν έχει εισαχθεί στη διαδρομή ανατίθεται ένα μέτρο καταλληλότητας. Το μέτρο αυτό είναι ανάλογο με την σημαντικότητα του προς επίσκεψη πελάτη (κέρδος από την επίσκεψη του οχήματος σε αυτόν) και αντιστρόφως ανάλογο με την απόσταση/χρόνο που απαιτείται για την επίσκεψη σε αυτόν από τον τελευταίο πελάτη του δρομολογίου. Σύμφωνα με τα παραπάνω, το μέτρο καταλληλότητας είναι:

$$A_{m,j} = \left( \frac{P_m}{c_{m,j}} \right)^4, \text{ όπου } m \text{ ο εξεταζόμενος προς εισαγωγή πελάτης, } P_m \text{ η «σημαντικότητά»}$$

του και  $c_{m,j}$  η απόσταση/χρόνος που απαιτείται για την επίσκεψη στον  $m$  από τον τελευταίο πελάτη  $j$ . Ο εκθέτης δίνει μεγαλύτερη έμφαση στο λόγο του κέρδους προς την απόσταση/χρόνο. Ο Tsiligirides χρησιμοποιεί τιμή εκθέτη = 4 ως εκείνη την τιμή που παράγει τις καλύτερες επιλογές πελατών προς εισαγωγή.

Στη συνέχεια, βάση των πελατών  $m_1, m_2, m_3, m_4$  με τις τέσσερις πιο υψηλές τιμές

καταλληλότητας  $\max\{A_{m,j} = \left( \frac{P_m}{c_{m,j}} \right)^4\}$ , οι πιθανότητες εισαγωγής του προς ένταξη

πελάτη  $m$  στο δρομολόγιο του οχήματος μετά τον πελάτη  $j$  υπολογίζονται από την εξίσωση:

$$P_{m,j} = \frac{A_{m,j}}{\sum_{\sigma=1}^4 A_{m_\sigma,j}}, m \in \{m_1, m_2, m_3, m_4\}$$

Οι πιθανότητες αυτές χρησιμοποιούνται για την επιλογή του επόμενου πελάτη  $m \in \{m_1, m_2, m_3, m_4\}$  που θα εισαχθεί στο δρομολόγιο. Η μέθοδος επιλέγει, σε κάποιες περιπτώσεις, πελάτες μικρότερης σημαντικότητας με τυχαίο τρόπο και έτσι αποφεύγεται (τουλάχιστον μερικώς) ο εγκλωβισμός σε τοπικό ελάχιστο.

Αυτή η διαδικασία εισαγωγής επαναλαμβάνεται μέχρι να μην καθίσταται δυνατή περαιτέρω εισαγωγή πελάτη στο δρομολόγιο χωρίς να παραβιάζεται ο περιορισμός του συνολικού χρονικού ορίζοντα. Με αυτή την τεχνική παράγονται  $\bar{N}$  διαδρομές (στην εργασία του ο Tsiligirides χρησιμοποιεί  $\bar{N} = 3000$ ) και ως καλύτερη λύση επιλέγεται

εκείνη που αντιστοιχεί στο μέγιστο συνολικό κέρδος. Η καλύτερη λύση βελτιώνεται με δύο ευρετικές τεχνικές. Η πρώτη τεχνική είναι η *2-opt* (Lin, 1965), η οποία μειώνει το κόστος (χρόνο ή απόσταση) του δρομολογίου έπειτα από συνεχείς και συμφέρουσες ανταλλαγές -ανά ζεύγη- των τόξων του δρομολογίου. Στη συνέχεια, η δεύτερη μέθοδος, εισάγει νέους πελάτες στη διαδρομή έως ότου εξαντληθεί και ο χρόνος που εξοικονομήθηκε από την εφαρμογή του *2-opt*.

Η ευρετική μέθοδος που θέτει τις λύσεις αναφοράς στα τρία πρότυπα προβλήματα *III* είναι αυτή των Chao *et. al.* (1996a). Όπως και του Tsiligirides, η προτεινόμενη μέθοδος αποτελείται από δύο βασικά βήματα: Αρχικοποίηση και βελτίωση. Στο πρώτο βήμα (αρχικοποίηση) παράγονται  $L$  διαφορετικά δρομολόγια βάση «άπληστης» μεθόδου. Για κάθε νέο δρομολόγιο, η τεχνική αυτή εισάγει σταδιακά πελάτες στο δρομολόγιο βάση του κόστους εισαγωγής τους (το «κέρδος» του πελάτη δεν λαμβάνεται υπόψη). Όταν δεν μπορεί να εισαχθεί κανένας νέος πελάτης στο τρέχον δρομολόγιο, λόγω του χρονικού περιορισμού, δημιουργείται νέο δρομολόγιο στο οποίο ο προηγούμενος –μη εφικτός– πελάτης εισάγεται πρώτος. Στο τέλος όλοι οι πελάτες έχουν συμπεριληφθεί σε κάποιο από τα  $L$  δρομολόγια. Μεταξύ των  $L$  δρομολογίων επιλέγεται εκείνο με το μεγαλύτερο κέρδος και ονομάζεται  $Path_{op}$ . Τα υπόλοιπα  $L-1$  δρομολόγια ανήκουν σε σύνολο που περιέχει δρομολόγια που ονομάζονται  $Path_{nop}$ . Στο επόμενο βήμα (βελτίωση), εφαρμόζονται δύο τεχνικές τοπικής αναζήτησης (*Local Neighborhood Search*). Στην πρώτη τεχνική (*two-point exchange*), δύο πελάτες ανταλλάσσονται μεταξύ του  $Path_{op}$  και ενός δρομολογίου από το σύνολο των  $Path_{nop}$ . Η ανταλλαγή πραγματοποιείται εάν αυξάνει την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης ή αν η μείωση της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης είναι πάνω από ένα όριο αναφοράς (*threshold*). Επιτρέποντας κινήσεις εις βάρος της αντικειμενικής συνάρτησης, ο αλγόριθμος αποφεύγει τον εγκλωβισμό σε τοπικά μέγιστα. Στο στάδιο αυτό, η λύση  $Path_{op}$  είναι πιθανόν να υποβαθμιστεί στο σύνολο με τις λύσεις  $Path_{nop}$ . Στην περίπτωση αυτή μία άλλη λύση με καλύτερο –πλέον– κέρδος θα πάρει την θέση της ως  $Path_{op}$ . Η δεύτερη τεχνική βελτίωσης (*one-point movement*) μετακινεί, για κάθε ζεύγος δρομολογίων (είτε το δρομολόγιο ανήκει στο σύνολο  $Path_{op}$  ή στο  $Path_{nop}$ ), πελάτη από το ένα δρομολόγιο στο άλλο. Αν η μετακίνηση είναι εφικτή και καταλήγει σε βελτίωση του κέρδους του

$Path_{op}$  (ή βρίσκει νέο  $Path_{op}$ ) τότε πραγματοποιείται. Μετά το πέρας εφαρμογής των δύο τεχνικών, εφαρμόζεται η μέθοδος 2-opt (Lin, 1965) και επαναλαμβάνεται η διαδικασία ανταλλαγής και μετακίνησης πελατών μέχρις ότου η μέθοδος 2-opt να μην μπορεί να βελτιώσει το καλύτερο δρομολόγιο ( $Path_{op}$ ).

Ο Tasgetiren, (2000) έλυσε το *III* με την βοήθεια γενετικού αλγορίθμου. Στην εργασία του κάθε δρομολόγιο ορίζεται ως χρωμόσωμα (ακολουθία εξυπηρέτησης πελατών). Οι απόγονοι παράγονται από έναν κλασικό τελεστή διασταύρωσης και η μετάλλαξη που πραγματοποιείται στον πληθυσμό επιτυγχάνεται με τη διαδοχική εφαρμογή τεσσάρων τελεστών: Την εισαγωγή ενός νέου σημείου (πελάτη) στην υφιστάμενη διαδρομή, τη διαγραφή ενός σημείου από την διαδρομή, την αμοιβαία ανταλλαγή δύο σημείων της διαδρομής και την αντικατάσταση ενός σημείου της διαδρομής με σημείο που δεν υπήρχε στη διαδρομή. Οι μη εφικτές διαδρομές γίνονται αποδεκτές με κάποιες κυρώσεις. Ο γενετικός αλγόριθμος δίνει συγκρίσιμα Αποτελέσματα με τις υπόλοιπες μεθόδους, όμως απαιτεί μεγαλύτερο υπολογιστικό χρόνο (Tasgetiren, 2000).

Για πλήρη αναφορά των μεθόδων επίλυσης του *III* ο αναγνώστης μπορεί να ανατρέξει στην εργασία των Souffriau *et al.* (2010).

Παρατηρούμε ότι αν και υπάρχει πληθώρα θεωρητικών μεθόδων επίλυσης του *III*, (και κατά συνέπεια του *ΠΚΟ*) οι μέθοδοι αυτοί δεν λαμβάνουν υπόψη τα πρακτικά χαρακτηριστικά των αστικών διανομών που αναφέρθηκαν ανωτέρω δηλαδή: (α) τον χρόνο εξυπηρέτησης κάθε πελάτη και (β) τη χωρική συγκέντρωση των πελατών σε προάστια, γειτονιές ή/και εμπορικά κέντρα. Τα χαρακτηριστικά αυτά μπορεί να επηρεάσουν σημαντικά την απόδοση της λύσης του *ΠΚΟ*. Συγκεκριμένα, το χαρακτηριστικό της χωρικής ομαδοποίησης μπορεί ληφθεί υπόψη για την εύρεση αποτελεσματικής σειράς επίσκεψης των προαστίων και των πελατών εντός κάθε προαστίου. Η διάσπαση του συνολικού προβλήματος σε υποπροβλήματα (ένα για κάθε προάστιο) ενδέχεται να μειώσει σημαντικά την πολυπλοκότητα του προβλήματος επιτρέποντας την αντιμετώπισή του σε μειωμένο υπολογιστικό χρόνο.

## 2.3. ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΑΚΙΝΗΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΟΣ ΣΕ ΔΙΚΤΥΟ ΔΙΑΝΟΜΗΣ ΔΙΑΚΡΙΤΩΝ ΠΡΟΪΟΝΤΩΝ (ΠΑΚΟ)

### Ορισμός του Προβλήματος

Θεωρείστε στόλο οχημάτων στον οποίο έχει ανατεθεί αρχικό πρόγραμμα διανομής διακριτών αγαθών σε σύνολο πελατών. Για κάθε όχημα του στόλου, το αρχικό αυτό πρόγραμμα διανομής καθορίζει το υποσύνολο πελατών προς εξυπηρέτηση, την αλληλουχία (σειρά) εξυπηρέτησής τους και έναν χρονικό περιορισμό (π.χ. λήξη βάρδιας οδηγού) στο τέλος του οποίου όλα τα οχήματα πρέπει να επιστρέψουν στον τελικό τους προορισμό. Έστω ότι κατά τη διάρκεια της διανομής, ένα από τα οχήματα του στόλου αντιμετωπίζει απρόβλεπτο γεγονός (π.χ. μόνιμη βλάβη ή ατύχημα), το οποίο το αναγκάζει να ακινητοποιηθεί. Ο υπεύθυνος δρομολόγησης, για να μετριάσει τις συνέπειες της ολικής ακύρωσης των παραδόσεων στους πελάτες του ακινητοποιημένου οχήματος, αναπροσδιορίζει τα δρομολόγια των εναπομεινάντων ενεργών οχημάτων. Η αναδρομολόγηση σκοπεύει στη μεγιστοποίηση μιας μετρικής «κέρδους» για το σύνολο του στόλου. Η μετρική αυτή μπορεί, όπως και στο ΠΚΟ, να εκφράζει τον συνολικό όγκο πωλήσεων της διανομής μετά το συμβάν της ακινητοποίησης.

Οι ιδιαιτερότητες ενός τέτοιου προβλήματος εστιάζονται κυρίως στα εξής:

- i. Ο χρόνος που έχουν στη διάθεση τους τα οχήματα (π.χ. βάρδια οδηγών) για παραδόσεις είναι περιορισμένος. Λόγω του χρονικού αυτού περιορισμού, κάποιοι πελάτες του δικτύου ενδέχεται να μην εξυπηρετηθούν. Στο τέλος του χρονικού περιορισμού τα οχήματα πρέπει να έχουν επιστρέψει στην αποθήκη.
- ii. Το γεγονός ότι η περίπτωση αυτή πραγματεύεται διακριτά προϊόντα (με διακριτές, μη εναλλάξιμες παραγγελίες ανά πελάτη) έχει τις εξής συνέπειες:
  - a. Για την εξυπηρέτηση πελατών που είχαν ανατεθεί στο ακινητοποιημένο όχημα, πρέπει οπωσδήποτε να προηγηθεί επίσκεψη στο ακινητοποιημένο όχημα για μεταφόρτωση των συγκεκριμένων προϊόντων.

- b. Κάθε ενεργό όχημα εξυπηρετεί είτε πελάτες που του είχαν ανατεθεί προ του συμβάντος της ακινητοποίησης, είτε πελάτες του ακινητοποιημένου οχήματος (μετά, φυσικά, από μεταφόρτωση των αντίστοιχων παραγγελιών από το τελευταίο).

Όπως και στην περίπτωση του *ΠΚΟ*, η αποτελεσματική αντιμετώπιση του προβλήματος έχει ιδιαίτερη πρακτική σημασία και άμεσο αντίκτυπο στη μείωση του κόστους διανομής και στην ικανοποίηση των πελατών. Επισημαίνεται, επίσης, ότι το *ΠΑΚΟ* αποτελεί πρακτικό πρόβλημα αστικών διανομών και η ανάγκη επίλυσης του αναφέρεται συχνά στις σχετικές απαιτήσεις των εταιρειών logistics. Για παράδειγμα, στη σχετική έρευνα που παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 1 (βλ. Σχήμα 1.1) ένα υψηλό ποσοστό εταιρειών logistics (της τάξης του 70%) θεωρούν την υποστήριξη αναδρομολόγησης οχήματος (ή οχημάτων) διανομής σε πραγματικό χρόνο ως κρίσιμης σημαντικότητας για την λειτουργία του δικτύου διανομής (Γιαγλής *et al.*, 2004).

Η πιο πάνω περιγραφή του *ΠΑΚΟ* παρουσιάζει ομοιότητες με το *Πρόβλημα Ομαδικού Προσανατολισμού ή ΠΟΠ (Team Orienteering Problem, TOP)* που αποτελεί ειδική παραλλαγή του *VRP*. Το *ΠΟΠ* ορίζεται σε δίκτυο πελατών το οποίο εξυπηρετείται από πολλαπλά οχήματα. Κάθε πελάτης του δικτύου σχετίζεται με μια τιμή μετρικής «κέρδους» (προτεραιότητα βάση σημαντικότητας, ύψος ζήτησης αγαθών κτλ.) και οι χρόνοι (ή το κόστος) μετάβασης μεταξύ των πελατών του δικτύου είναι γνωστές σταθερές. Το πρόβλημα έγκειται στην ανάθεση πελατών σε οχήματα με συγκεκριμένη σειρά επίσκεψης (δρομολόγιο ανά όχημα) ώστε (α) το συνολικό κόστος (χρόνος) κάθε δρομολογίου να μην υπερβαίνει συγκεκριμένη τιμή (όριο χρονικού ορίζοντα) και (β) να μεγιστοποιείται το συνολικό σωρευμένο κέρδος που προέρχεται από την εξυπηρέτηση πελατών (Chao, 1996b). Επισημαίνεται ότι η μεγιστοποίηση του κέρδους αντιστοιχεί στη βελτιστοποίηση της εξυπηρέτησης των πελατών του δικτύου, δεδομένου ότι λόγω του χρονικού περιορισμού δεν είναι δυνατή η διανομή στο σύνολο των πελατών.

Οι διαφορές του *ΠΟΠ* με το *VRP* αφορούν (α) στα σημεία εκκίνησης των οχημάτων (δεν ταυτίζονται απαραίτητα με το σημείο τερματισμού όπως στο *VRP*), (β) στη πιθανή μη εξυπηρέτηση κάποιων πελατών του δικτύου λόγω του χρονικού περιορισμού σε αντίθεση με το *VRP* όπου εξυπηρετείται το σύνολο των πελατών και (γ) στο γεγονός ότι η

αντικειμενική συνάρτηση στοχεύει στη μεγιστοποίηση του σωρευμένου κέρδους από τις επισκέψεις του στόλου σε πελάτες (το VRP στοχεύει στην ελαχιστοποίηση της συνολικής διανυθείσας, από το στόλο, απόστασης).

Οι διαφορές του *ΠΟΠ* με το *ΠΑΚΟ* αναλύονται παρακάτω:

- i. Στο *ΠΟΠ* οι κόμβοι/πελάτες του δικτύου είναι επισκέψιμοι από όλα τα οχήματα. Αντίθετα, στο *ΠΑΚΟ* οι κόμβοι/πελάτες δεν είναι επισκέψιμοι από όλα τα οχήματα. Ο κάθε κόμβος είναι επισκέψιμος μόνο από το όχημα στο οποίο είχε αναταθεί στο αρχικό πρόγραμμα (προ του συμβάντος της ακινητοποίησης). Επισημαίνεται ότι ο περιορισμός αυτός προέρχεται από τη φύση του *ΠΑΚΟ* στο οποίο διανέμονται διακριτές παραγγελίες ανά πελάτη (με συγκεκριμένο δελτίο αποστολής). Εξαιρέση αποτελούν οι πελάτες που είχαν ανατεθεί στο ακινητοποιημένο όχημα, οι οποίοι και είναι επισκέψιμοι από όλα τα οχήματα, εφόσον προηγηθεί επίσκεψη στο ακινητοποιημένο όχημα για μεταφόρτωση των αντίστοιχων παραγγελιών.
- ii. Στο *ΠΟΠ* δεν υπάρχει περιορισμός σχετικά με την χωρητικότητα των οχημάτων. Αντίθετα, στο *ΠΑΚΟ*, τα οχήματα έχουν πεπερασμένη χωρητικότητα. Συνεπώς, αν κριθεί αναγκαία η επίσκεψη ενεργού οχήματος στο ακινητοποιημένο όχημα, ο όγκος των αγαθών που μεταφορτώνονται από το ακινητοποιημένο όχημα στο ενεργό όχημα δεν πρέπει να υπερβαίνει (α) τον υπολειπόμενο χώρο του ενεργού οχήματος την στιγμή της επίσκεψής του στο ακινητοποιημένο όχημα, ή (β) την ζήτηση των πελατών που αρχικά είχαν ανατεθεί στο –πλέον- ακινητοποιημένο όχημα και τους οποίους θα εξυπηρετήσει το ενεργό όχημα μέχρι το τέλος του δρομολογίου του.
- iii. Στο *ΠΟΠ* δεν υπάρχει η απαίτηση επίλυσης σε πραγματικό χρόνο. Το *ΠΑΚΟ* αντιμετωπίζει ένα δυναμικό συμβάν του οποίου οι συνέπειες πρέπει να αντιμετωπιστούν αποτελεσματικά, σε πραγματικό χρόνο, όσο το δρομολόγιο βρίσκεται σε εξέλιξη.

### **Βιβλιογραφικό Υπόβαθρο**

Το *ΠΟΠ* έχει αντιμετωπιστεί εκτενώς στην βιβλιογραφία. Αρχικά ορίστηκε από τους Butt & Cavalier (1994), οι οποίοι το ονόμασαν Πρόβλημα Μεγιστοποίησης Κέρδους

Πολλαπλών Δρομολογίων (*Multiple Tour Maximum Collection Problem*). Ο όρος *Team Orienteering Problem* (Πρόβλημα Ομαδικού Προσανατολισμού) εισήχθη από τους Chao *et al.* (1996b) και αναφέρεται στο άθλημα στο οποίο αθλητές -μέλη της ίδιας ομάδας- ξεκινούν από την αφετηρία και συλλέγουν όσο το δυνατόν περισσότερα «βραβεία» (τοποθετημένα σε προκαθορισμένα γεωγραφικά σημεία) εντός προκαθορισμένου χρονικού ορίζοντα, στο τέλος του οποίου όλοι οι αθλητές πρέπει να έχουν καταλήξει σε συγκεκριμένο σημείο τερματισμού. Οι Chao *et al.* (1996b) όρισαν επίσης τα πρότυπα προβλήματα αναφοράς του ΠΟΠ.

Για την επίλυση του ΠΟΠ έχουν αναπτυχθεί τόσο ευρετικές Chao *et al.* (1996b), όσο και μετευρετικές μέθοδοι. Αξίζει να αναφερθούμε στην μέθοδο *Variable Neighborhood Search* (VNS) (Hansen & Mladenovic, 1999), όπως εφαρμόστηκε για το ΠΟΠ (Archetti *et al.*, 2006), καθώς και στην μέθοδο *Path Relinking Method* από τους Souffriau *et al.* (2009) που θέτουν και τις περισσότερες λύσεις αναφοράς στα πρότυπα προβλήματα ΠΟΠ.

Η μέθοδος VNS για το ΠΟΠ αρχικά παράγει εφικτές λύσεις χρησιμοποιώντας την τεχνική που προτάθηκε από τους Chao *et al.* (1996b). Η καλύτερη -συνολικά- λύση ονομάζεται  $R_{top}$ , ενώ το σύνολο των υπολοίπων λύσεων ονομάζεται  $R_{N_{top}}$ . Στη συνέχεια, χρησιμοποιείται τεχνική *local neighborhood search* που πρώτα εισάγει κόμβους (από  $R_{N_{top}}$  σε  $R_{top}$ ) και, στη συνέχεια, ανταλλάσει κόμβους μεταξύ των λύσεων  $R_{top}$  και  $R_{N_{top}}$ . Επισημαίνεται ότι η μέθοδος αρχικά αποδέχεται λύσεις που παραβιάζουν, προσωρινά, τους περιορισμούς του προβλήματος (χρονικό ορίζοντα). Στη συνέχεια, εφαρμόζεται αλγόριθμος *Tabu search* που, βάση κριτηρίων, απαγορεύει συγκεκριμένες κινήσεις (κινήσεις *Tabu*) κόμβων μεταξύ των  $R_{top}$  και  $R_{N_{top}}$ . Τέλος, κάθε φορά που βρίσκεται μια καλύτερη λύση, αυτή βελτιώνεται με την τεχνική *2-opt*. Η όλη διαδικασία επαναλαμβάνεται και ολοκληρώνεται όταν δεν μπορεί να βελτιωθεί η καλύτερη λύση για συγκεκριμένο αριθμό επαναλήψεων.

Η μέθοδος *Path Relinking* βασίζεται σε συνδυασμό των τεχνικών GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*) [Feo & Resende (1989)] και *Path Relinking* (Glover, 1996, Laguna & Martí, 1999). Η GRASP χρησιμοποιείται για να παράγει, με

στοχαστικό τρόπο,  $\bar{M}$  αριθμό λύσεων (δρομολογίων). Στη συνέχεια οι λύσεις αυτές βελτιώνονται μέσω διερεύνησης της «γειτονιάς» τους (local neighborhood search).

Όσον αφορά τις αρχικές λύσεις, αυτές κατασκευάζονται ως εξής:

Βήμα 1. Αρχικά για κάθε όχημα ενώνεται το σημείο εκκίνησης με το σημείο τερματισμού μέσω ευθείας γραμμής

Βήμα 2: Σε κάθε πελάτη που δεν έχει εισαχθεί στο δρομολόγιο ανατίθεται μια μετρικής

«καταλληλότητας»  $A_{m,(i,j),k} = \frac{P_m}{\Delta C_{m,(i,j),k}}$ , όπου  $m$  είναι ο πελάτης προς εισαγωγή,

$P_m$  το κέρδος που αποκομίζει το όχημα από την επίσκεψη του σε αυτόν, και  $\Delta C_{m,(i,j),k}$  το κόστος εισαγωγής του στο δρομολόγιο μεταξύ του τόξου  $(i, j)$  στο δρομολόγιο του οχήματος  $k$ . Όλες οι μετρικές καταλληλότητας ορίζουν σύνολο  $\bar{A}$ .

Βήμα 3: Όταν όλοι οι προς εισαγωγή πελάτες εξεταστούν για όλα τα τόξα των δρομολογίων, ο αλγόριθμος υπολογίζει μια τιμή η οποία θεωρείται «όριο ασφαλείας» (threshold) για τις μετρικές καταλληλότητας του συνόλου  $\bar{A}$ . Το «όριο ασφαλείας» υπολογίζεται αφαιρώντας την μικρότερη από την μεγαλύτερη μετρική καταλληλότητας στο σύνολο  $\bar{A}$  και πολλαπλασιάζοντας τη διαφορά με τυχαία μεταβλητή  $P$ . Η τυχαία μεταβλητή καθορίζει το πόσο «άπληστα» θα γίνεται η εισαγωγή πελατών σε δρομολόγια στο επόμενο βήμα.

Βήμα 4: Για όσους πελάτες η αντίστοιχη μετρική καταλληλότητας είναι μεγαλύτερη από το «όριο ασφαλείας», αυτοί ομαδοποιούνται και επιλέγεται τυχαία ένας εξ'αυτών για εισαγωγή στο δρομολόγιο του οχήματος  $k$  μεταξύ του τόξου  $(i, j)$ .

Βήμα 5: Ανανέωση τυχαίας μεταβλητής  $P$  και επανάληψη των βημάτων 2 έως 5 μέχρι κανένας πελάτης να μην μπορεί να εισαχθεί σε κανένα δρομολόγιο οχήματος. Στο τέλος αυτού του βήματος έχει παραχθεί μια λύση.

Βήμα 6: Επανάληψη των βημάτων 1 έως 5. Στο τέλος του βήματος αυτού έχουν παραχθεί  $\overline{M}$  λύσεις.

Με την παραγωγή ενός συνόλου λύσεων μεγέθους  $\overline{M}$  εκκινεί η διερεύνηση στην «γειτονιά» των λύσεων (local neighborhood search). Η διερεύνηση αυτή εφαρμόζεται σε επιλεγμένο, από το σύνολο των λύσεων  $\overline{M}$ , ζεύγος λύσεων. Η διερεύνηση περιλαμβάνει τέσσερις τελεστές: (α) Μέθοδο *2-opt*, (β) ανταλλαγή κόμβων μεταξύ δρομολογίων, (γ) αντικατάσταση κόμβου σε δρομολόγιο με κόμβο εκτός δρομολογίου και (δ) εισαγωγή πελάτη στο δρομολόγιο. Αν προκύψει καλύτερη λύση τότε αυτή προστίθεται στο σύνολο των  $\overline{M}$  λύσεων και αφαιρείται, συγχρόνως, η υποδεέστερη λύση, ώστε να διατηρηθεί σταθερός ο αριθμός των λύσεων του συνόλου.

Το ΠΑΚΟ αποτελεί νέο πρόβλημα, το οποίο, όπως διατυπώνεται, δεν έχει αντιμετωπιστεί στην βιβλιογραφία. Ωστόσο, δύο πρόσφατες ερευνητικές προσπάθειες, που εξελίχθηκαν παράλληλα με την παρούσα έρευνα, αντιμετωπίζουν συναφείς περιπτώσεις διαχείρισης στόλου οχημάτων κατά την ακινητοποίηση οχήματος του στόλου. Το γεγονός αυτό επιβεβαιώνει την πρακτική σημασία του ΠΑΚΟ.

Η 1<sup>η</sup> εργασία των Li *et al.* (2008a) αναφέρεται σε λεωφορειακό δίκτυο μεταφοράς επιβατών. Με την ακινητοποίηση ενός λεωφορείου του στόλου, αναδρομολογούνται τα υπόλοιπα ενεργά λεωφορεία με σκοπό την καλύτερη δυνατή συνέχεια της λεωφορειακής υπηρεσίας στις διαδρομές που, κανονικά, θα εξυπηρετούσε το ακινητοποιημένο λεωφορείο. Κάθε διαδρομή χαρακτηρίζεται από την ώρα έναρξής της. Στην περίπτωση που η ώρα αυτή παραβιαστεί, η διαδρομή ακυρώνεται. Το πρόβλημα μοντελοποιείται ως πρόβλημα ελαχιστοποίησης κόστους και ονομάζεται *real-time vehicle rescheduling problem* (real-time VRSP). Η αντικειμενική συνάρτηση αποτελείται από τρία μέρη:

- i. Το συνολικό κόστος των δρομολογίων των υπόλοιπων ενεργών λεωφορείων του δικτύου
- ii. Συγκεκριμένη ποινή κόστους, η οποία ορίζεται ανά μετάβαση από μια στάση λεωφορείου στην επόμενη, και επιβάλλεται σε περίπτωση που η μετάβαση αυτή ακυρωθεί στην τελική λύση

- iii. Ποινή που εξαρτάται από την διαφοροποίηση των τελικών διαδρομών των ενεργών λεωφορείων σε σχέση με το αρχικό πρόγραμμα (*route disruptions*)

Το πρόβλημα επιτρέπει σε επιπρόσθετα λεωφορεία να εκκινήσουν από το αμαξοστάσιο για την παραλαβή των επιβατών και εκτέλεση του υπόλοιπου δρομολογίου του ακινητοποιημένου οχήματος αν αυτό είναι προς το συμφέρον της αντικειμενικής συνάρτησης. (Το πλήθος των λεωφορείων ασφαλείας είναι περιορισμένο βάσει διαθεσιμότητας ή πολιτικής της εταιρείας).

Οι ίδιοι ερευνητές (Li *et al.*, 2008b) επέκτειναν το παραπάνω πρόβλημα στις αστικές διανομές. Στην 2<sup>η</sup> εργασία τους, αναφέρονται σε διανομή διακριτών προϊόντων σε πελάτες με γνωστή ζήτηση και αυστηρά χρονικά παράθυρα διανομής κατά τη διάρκεια της οποίας ένα όχημα του στόλου ακινητοποιείται. Σε αναλογία με την προηγούμενη εργασία τους (Li *et al.*, 2008a), το μοντέλο του προβλήματος αναζητά εκείνα τα δρομολόγια των ενεργών οχημάτων που ελαχιστοποιούν αντικειμενική συνάρτηση τριών συνιστωσών κόστους: (α) τη συνολική απόσταση που θα διανύσουν τα οχήματα, (β) την ποινή που αντιστοιχεί στις ακυρώσεις επισκέψεων σε πελάτες και (γ) την ποινή που αντιστοιχεί στη διαφοροποίηση των δρομολογίων σε σχέση με το αρχικό πρόγραμμα των ενεργών οχημάτων (*route disruptions*). Και στο πρόβλημα αυτό, υπάρχει η δυνατότητα αναχώρησης ενός ή περισσότερων οχημάτων ασφαλείας (*backup vehicles*) από την αποθήκη προς επίσκεψη του ακινητοποιημένου, (μετα)φόρτωση του φορτίου του και εξυπηρέτηση των πελατών του. Επίσης, τα υπόλοιπα ενεργά οχήματα του δικτύου δύναται να επισκεφτούν το ακινητοποιημένο για εξυπηρέτηση των πελατών που αρχικά του είχαν ανατεθεί.

Και στις δύο εργασίες τους, οι Li *et al.* αντιμετωπίζουν το παραπάνω πρόβλημα χαλαρώνοντας αρχικά δύο περιορισμούς (της μοναδικής επίσκεψης σε πελάτη ανά όχημα και της μοναδικής διέλευσης οχήματος ανά τόξο). Οι περιορισμοί αυτοί εισάγονται, βάσει της μεθόδου *Langrange*, στην αντικειμενική συνάρτηση χρησιμοποιώντας κατάλληλους συντελεστές. Συνεπώς, οι λύσεις του μοντέλου αυτού ενδέχεται να περιλαμβάνουν πλέον της μίας επισκέψεις στον ίδιο πελάτη, στην ίδια διαδρομή, από το ίδιο όχημα (*2-cycles*, *K-cycles*). Το πρόβλημα που προκύπτει είναι ένα πρόβλημα *relaxed constraint shortest path* (ή *non-elementary shortest path*) με χρονικούς περιορισμούς και περιορισμούς

χωρητικότητας. Για την επίλυσή του προτείνεται ευρετική μέθοδος *labeling* (Larsen 1999) με την προσθήκη ενός επιπλέον κανόνα που περιορίζει τον αριθμό των labels που καταλήγουν σε κάθε πελάτη. Οι προκύπτουσες κυκλικές διαδρομές (*2-cycles*) μετασχηματίζονται σε εφικτές διαδρομές με τη χρήση ευρετικής μεθόδου.

Η διαφορές του *ΠΑΚΟ* με τα δύο προβλήματα (*real-time VRSP*) που ορίζουν στις αντίστοιχες εργασίες τους οι Li *et al.* είναι σημαντικές:

- i. Στο *ΠΑΚΟ* η διανομή αφορά διακριτά προϊόντα οπότε οι πελάτες ομαδοποιούνται σε σύνολα ανάλογα με την αρχική ανάθεση τους σε οχήματα. Μετά το συμβάν της ακινητοποίησης οι πελάτες που είχαν αρχικά ανατεθεί στο ακινητοποιημένο όχημα -και μόνο αυτοί- μπορούν να εξυπηρετηθούν από άλλο όχημα του δικτύου.
- ii. Στο *ΠΑΚΟ* δεν ορίζονται διακριτά χρονικά παράθυρα εξυπηρέτησης πελατών παρά μόνο το κοινό χρονικό παράθυρο στο οποίο όλα τα οχήματα πρέπει να επιστρέψουν στην αποθήκη. Στις μελέτες του *VRSP* των Li *et al.* ορίζονται χρονικά παράθυρα και μάλιστα, σε περίπτωση αδυναμίας τήρησης τους, ακυρώνεται η εξυπηρέτηση του πελάτη (στην περίπτωση της 2<sup>ης</sup> εργασίας) ή της διαδρομής (στην περίπτωση της 1<sup>ης</sup> εργασίας)
- iii. Στο *ΠΑΚΟ* το πρόβλημα μοντελοποιείται ως πρόβλημα μεγιστοποίησης κέρδους στον εναπομείναντα χρόνο. Στις μελέτες του *VRSP* των Li *et al.* το πρόβλημα μοντελοποιείται ως πρόβλημα ελαχιστοποίησης του συνολικού κόστους του δρομολογίου και περιλαμβάνει επιπλέον ποινές σε κόστος για την μη εξυπηρέτηση πελατών ή διαδρομών
- iv. Στο *ΠΑΚΟ* δεν υπάρχει η δυνατότητα αποστολής οχήματος ασφαλείας από την αποθήκη (σε αντίθεση με τις εργασίες *VRSP* των Li *et al.*)

Εκτός των παραπάνω διαφορών, το *ΠΑΚΟ* επιλύει ένα πρακτικό πρόβλημα που έχει οριστεί μέσω εκτενών συζητήσεων με εταιρείες logistics (Σχήμα 1.1). Αντιμετωπίζει σημαντικές πρακτικές συνέπειες της ακινητοποίησης ενός οχήματος διανομής όπως για παράδειγμα την εξυπηρέτηση των σημαντικών πελατών πριν την λήξη ενός κοινού, για όλα τα οχήματα, χρονικού ορίζοντα. Τέλος, το *ΠΑΚΟ* εκμεταλλεύεται τα βασικά χαρακτηριστικά του *ΠΟΠ* (κέρδος πελατών και κοινός χρονικός ορίζοντας οχημάτων)

για την δημιουργία νέου μοντέλου που περιλαμβάνει χωρητικότητες οχημάτων και διακριτά σύνολα πελατών.

## **2.4. ΑΝΤΙΜΕΤΩΠΙΣΗ ΣΥΜΒΑΝΤΟΣ ΑΚΙΝΗΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΟΣ ΣΕ ΔΙΚΤΥΟ ΔΙΑΝΟΜΗΣ ΚΟΙΝΟΥ ΠΡΟΪΟΝΤΟΣ (ΠΑΚΟ-ΚΠ)**

### **Ορισμός του Προβλήματος**

Η περίπτωση αυτή αποτελεί παραλλαγή (γενίκευση) του ΠΑΚΟ. Το πρόβλημα ορίζεται σε στόλο οχημάτων στον οποίο έχει ανατεθεί ένα αρχικό πρόγραμμα διανομής σε ένα δίκτυο πελατών με γνωστή ζήτηση σε ένα κοινό, σε όλους τους πελάτες, προϊόν όπως π.χ. χύδην φορτίο, εμφιαλωμένο νερό, φιάλες υγραερίου, κλπ. Το αρχικό πρόγραμμα των οχημάτων προβλέπει πολλαπλές επισκέψεις κάθε οχήματος στην αποθήκη για ανεφοδιασμό με σκοπό την εξυπηρέτηση όλων των προγραμματισμένων πελατών. Έστω ότι κατά τη διάρκεια της διανομής ένα από τα οχήματα του στόλου αντιμετωπίζει απρόβλεπτο γεγονός (π.χ. βλάβη ή ατύχημα), το οποίο το αναγκάζει να ακινητοποιηθεί. Στην περίπτωση αυτή, τα ενεργά οχήματα δύναται να ανεφοδιαστούν τόσο από το απεριόριστο απόθεμα της αποθήκης, όσο και στο από το περιορισμένο απόθεμα του ακινητοποιημένου οχήματος. Το πρόβλημα αυτό το ονομάζουμε ΠΑΚΟ σε δίκτυο πελατών με ζήτηση σε Κοινό Προϊόν (ΠΑΚΟ-ΚΠ). Ο αντικειμενικός σκοπός είναι ίδιος με αυτόν του ΠΑΚΟ

Οι διαφορές με το ΠΑΚΟ είναι οι εξής:

- i. Η ζήτηση των πελατών αφορά κοινό προϊόν οπότε και κάθε όχημα –αν διαθέτει το απαραίτητο φορτίο- μπορεί να επισκεφτεί οιοδήποτε πελάτη του δικτύου
- ii. Η αποθήκη –εκτός από σημείο τερματισμού των οχημάτων του στόλου- είναι και σημείο ανεφοδιασμού, οπότε και τα οχήματα μπορούν να την επισκεφτούν πολλαπλές φορές για το σκοπό αυτό. Η διαθεσιμότητα της αποθήκης σε ποσότητα προϊόντος θεωρείται απεριόριστη

## **Βιβλιογραφικό Υπόβαθρο**

Συναφές πρόβλημα έχει διερευνηθεί πολύ πρόσφατα από τους Mu *et al.* (2010), οι οποίοι εξετάζουν την ακινητοποίηση οχήματος σε δίκτυο διανομής με τα χαρακτηριστικά του μοντέλου του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων με περιορισμένη Δυναμικότητα (*Capacitated VRP - CVRP*). Σημειώνεται ότι, όπως και στο κλασσικό CVRP, στο αρχικό πρόγραμμα όλοι οι πελάτες εξυπηρετούνται χωρίς επιστροφές, για ανεφοδιασμό, στην αποθήκη.

Το νέο πρόβλημα που προκύπτει μετά την ακινητοποίηση ονομάζεται Disrupted Capacitated Vehicle Routing Problem with Vehicle Breakdown (DCVRP-B). Ο στόλος διανέμει κοινό προϊόν, οπότε κάθε όχημα μπορεί να εξυπηρετήσει οιοδήποτε πελάτη του δικτύου –αν φυσικά διαθέτει το απαραίτητο φορτίο. Όλοι οι πελάτες εξυπηρετούνται στην τελική λύση. Στην περίπτωση που δεν υπάρχει αρκετό φορτίο διαθέσιμο στα ενεργά οχήματα που βρίσκονται ήδη στην φάση της διανομής, εκκινεί νέο όχημα (ή οχήματα), με πλήρες φορτίο, από την αποθήκη προς εξυπηρέτηση της ζήτησης των εναπομεινάντων πελατών του δικτύου.

Ο αντικειμενικός σκοπός είναι διττός: (α) να χρησιμοποιηθεί ο ελάχιστος δυνατός αριθμός νέων οχημάτων και (β) η συνολική διανυθείσα απόσταση, για τον ελάχιστο αυτό αριθμό οχημάτων, να είναι η ελάχιστη. Συνεπώς, προτεραιότητα δίνεται πάντα στην λύση με τον μικρότερο αριθμό οχημάτων. Στην περίπτωση που ο αριθμός των οχημάτων είναι ο ίδιος σε περισσότερες από μία λύσεις, επιλέγεται η λύση εκείνη με τη συνολική μικρότερη διανυθείσα απόσταση. Δυστυχώς στη δημοσίευση των Mu *et al.* δεν ορίζεται το μαθηματικό μοντέλο του προβλήματος και, συνεπώς, ορισμένα σημεία του προβλήματος χρήζουν περαιτέρω διευκρίνησης.

Ο αλγόριθμος επίλυσης των Mu *et al.* περιλαμβάνει τον έλεγχο μίας αρχικής συνθήκης και την εκτέλεση δύο βημάτων. Αρχικά, ελέγχεται αν η συνολική ζήτηση των εναπομεινάντων πελατών είναι μεγαλύτερη από το συνολικό φορτίο των ενεργών οχημάτων. Σε περίπτωση που το φορτίο αυτό δεν επαρκεί, τότε ένα επιπλέον όχημα (*back-up vehicle*) θεωρείται ότι είναι διαθέσιμο –με πλήρες φορτίο- στην αποθήκη. Το νέο αυτό όχημα θα εξυπηρετήσει αποκλειστικά τους πελάτες του ακινητοποιημένου οχήματος με την ίδια σειρά επίσκεψης όπως αυτή είχε οριστεί στο αρχικό πρόγραμμα και

τα υπόλοιπα ενεργά οχήματα του στόλου επίσης συνεχίζουν να εξυπηρετούν τους εναπομείναντες πελάτες τους με την ίδια σειρά επίσκεψης όπως αυτή είχε οριστεί στο αρχικό πρόγραμμα. Εάν, ωστόσο, η ζήτηση των εναπομεινάντων πελατών είναι μικρότερη από το φορτίο των ενεργών οχημάτων, η μέθοδος, στο Βήμα 1, παράγει μια Αρχική Λύση (ΑΛ) αναθέτοντας πελάτες σε ενεργά οχήματα βάση απλής εισαγωγής πελατών με κριτήριο το ελάχιστο κόστος (*least cost insertion heuristic*). Στο Βήμα 2 της μεθόδου χρησιμοποιείται κατάλληλος αλγόριθμος TABU search που περιλαμβάνει τις εξής ενέργειες:

- i. Μετακίνηση πελάτη από το δρομολόγιο ενός οχήματος σε δρομολόγιο άλλου οχήματος. Στην περίπτωση αυτή επιλέγεται η μετακίνηση που παράγει το ελάχιστο συνολικό κόστος δρομολογίου. Αν δεν υπάρχει καμία εφικτή (λόγω χωρητικότητας) μετακίνηση πελατών μεταξύ οχημάτων για την οποία το συνολικό κόστος των δρομολογίων είναι μικρότερο από την τρέχουσα καλύτερη εφικτή λύση, τότε επιλέγεται η οικονομικότερη ανέφικτη λύση και η μετακίνηση πραγματοποιείται
- ii. Ανανέωση της λίστας TABU (η λίστα TABU περιλαμβάνει τα ζεύγη των πελατών που μετακινήθηκαν και τα οχήματα στα οποία εισήχθησαν). Η λίστα TABU ανανεώνεται εάν (α) η νέα καλύτερη λύση είναι εφικτή και οικονομικότερη από την τρέχουσα καλύτερη εφικτή, ή (β) η νέα καλύτερη λύση είναι ανέφικτη και οικονομικότερη από την τρέχουσα καλύτερη ανέφικτη λύση.
- iii. Βελτίωση των δρομολογίων των οχημάτων μέσω της τεχνικής *2-opt* (Lin, 1965) μετά από κάθε  $\rho$  μετακινήσεις πελατών και επανάληψη των βημάτων (i) μέχρι (iii).

Οι συγγραφείς επισημαίνουν την ανάγκη επίλυσης του προβλήματος σε πραγματικό χρόνο και θέτουν χρονικό όριο τερματισμού του αλγόριθμου. Αν εντός αυτού του προκαθορισμένου χρονικού ορίου ο αλγόριθμος δεν έχει καταφέρει να βελτιώσει την ΑΛ, τότε η ΑΛ χρησιμοποιείται ως η τελική λύση.

Οι διαφορές του DCVRP-B με το ΠΑΚΟ-ΚΠ είναι οι εξής:

- i. Στο DCVRP-B όλοι οι πελάτες εξυπηρετούνται στην τελική λύση. Στο ΠΑΚΟ-ΚΠ λόγω του χρονικού περιορισμού κάποιοι πελάτες του δικτύου ενδέχεται να μην εξυπηρετηθούν.
- ii. Στο DCVRP-B το ακινητοποιημένο όχημα δεν μπορεί να εφοδιάσει με τα προϊόντα του τα υπόλοιπα ενεργά οχήματα του στόλου. Στο ΠΑΚΟ-ΚΠ τα ενεργά οχήματα δύναται να ανεφοδιαστούν από το ακινητοποιημένο όχημα ή/και από την αποθήκη.
- iii. Στο DCVRP-B υπάρχει ένα επιπλέον όχημα ασφαλείας στην αποθήκη στην περίπτωση που το φορτίο των ενεργών οχημάτων δεν επαρκεί για την εξυπηρέτηση του συνόλου των πελατών του δικτύου. Τα ενεργά οχήματα δεν επισκέπτονται την αποθήκη για ανεφοδιασμό. Στο ΠΑΚΟ-ΚΠ δεν υπάρχει όχημα ασφαλείας στην αποθήκη. Σε περίπτωση μη επάρκειας φορτίου, τα οχήματα ανεφοδιάζονται από το ακινητοποιημένο όχημα ή/και από την αποθήκη.
- iv. Ο αντικειμενικός σκοπός του DCVRP-B είναι η ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους του δρομολογίου. Στο ΠΑΚΟ-ΚΠ ο σκοπός είναι η μεγιστοποίηση του κέρδους από την επίσκεψη των οχημάτων στους εναπομείναντες, μετά του συμβάντος της ακινητοποίησης, πελάτες.

Όπως και στην περίπτωση του ΠΑΚΟ, το ΠΑΚΟ-ΚΠ αφορά νέο και ιδιαίτερα πρακτικό πρόβλημα και αντιμετωπίζει σημαντικές πρακτικές συνέπειες της ακινητοποίησης οχήματος διανομής, όπως για παράδειγμα την εξυπηρέτηση των σημαντικών πελατών πριν την λήξη ενός κοινού, για όλα τα οχήματα, χρονικού ορίζοντα και την δυνατότητα χρήσης του ακινητοποιημένου οχήματος ως σημείο ανεφοδιασμού. Τέλος, το ΠΑΚΟ-ΚΠ εκμεταλλεύεται τα βασικά χαρακτηριστικά του ΠΟΠ (κέρδος πελατών και κοινός χρονικός ορίζοντας οχημάτων) για την δημιουργία νέου μοντέλου που περιλαμβάνει χωρητικότητες οχημάτων και σημεία ανεφοδιασμού.

## **2.5. ΣΥΝΕΙΣΦΟΡΑ ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ**

### **2.5.1. Πρόβλημα Καθυστέρησης Οχήματος (ΠΚΟ)**

Η συνεισφορά της παρούσας Διδακτορικής έρευνας στην επίλυση του Προβλήματος Καθυστέρησης Οχήματος είναι η εξής: Προτείνεται νέα μέθοδος επίλυσης του ΠΚΟ που

αντιμετωπίζει (και εκμεταλλεύεται) πλήρως τα χαρακτηριστικά των αστικών διανομών (όπως για παράδειγμα της συγκέντρωσης των πελατών σε προάστια) και την απαίτηση για λύσεις σε πραγματικό χρόνο. Η μέθοδος αποσυνθέτει το πρόβλημα σε μικρότερα υπο-προβλήματα, εκμεταλλευόμενη τη γεωγραφική κατανομή των πελατών σε ομάδες (συνοικίες, προάστια, -clusters-). Η αποσύνθεση αυτή πραγματοποιείται σε δύο διαστάσεις (χωρική και χρονική) χρησιμοποιώντας κατάλληλους αλγόριθμους. Τα υποπροβλήματα που δημιουργούνται με τον τρόπο αυτό είναι σημαντικά μικρότερης πολυπλοκότητας και επιλύονται ξεχωριστά για κάθε ομάδα πελατών χρησιμοποιώντας κλασσικό ευρετικό αλγόριθμο *III*. Επιλύεται επίσης πρόβλημα *III* μεταξύ των ομάδων πελατών, θεωρώντας αυτές ως μακρο-πελάτες. Με τον τρόπο αυτό καθορίζονται αποτελεσματικότερες λύσεις σε συντομότερο χρόνο, ιδιαίτερα εάν οι ομάδες των πελατών είναι καλά καθορισμένες (συνεκτικές).

### 2.5.2. Πρόβλημα Ακινητοποίησης Οχήματος (ΠΑΚΟ)

Στο ΠΑΚΟ, η συνεισφορά της παρούσας Διδακτορικής έρευνας είναι η εξής:

- Ορίζεται και μοντελοποιείται το ΠΑΚΟ ως ένα νέο πρόβλημα που αφορά δίκτυο αστικών διανομών και αντιμετωπίζει -σε πραγματικό χρόνο- την περίπτωση αναγκαστικής ακινητοποίησης ενός εκ' των οχημάτων διανομής. Τα κύρια χαρακτηριστικά του ΠΑΚΟ που το διαφοροποιούν από τα υφιστάμενα προβλήματα της βιβλιογραφίας είναι: (α) η έννοια του κοινού χρονικού παραθύρου των οχημάτων (π.χ. βάρδια οδηγών), (β) η χαλάρωση του περιορισμού επίσκεψης των οχημάτων σε όλους τους πελάτες (αντίθετα π.χ. με το κλασσικό *VRP*), (γ) η δυνατότητα πολλαπλών επισκέψεων στο ακινητοποιημένο όχημα (αν βέβαια αυτό ωφελεί την αντικειμενική συνάρτηση) και (δ) η αντικειμενική συνάρτηση μεγιστοποίησης του κέρδους στον εναπομείναντα χρόνο και όχι ελαχιστοποίησης του κόστους διαδρομής. Η μοντελοποίηση ως πρόβλημα μεγιστοποίησης κέρδους έρχεται σε συνέχεια με την σημαντική ερευνητική εργασία που έχει πραγματοποιηθεί στο ΠΟΠ και καλύπτει το σημαντικό κενό της αντιμετώπισης ακινητοποίησης οχήματος στην σχετική, του ΠΟΠ, βιβλιογραφία.
- Αναπτύσσονται δύο νέοι αλγόριθμοι για την επίλυση του ΠΑΚΟ:

- i. Στοχαστικός Αλγόριθμος (ΣΑ) ο οποίος παράγει αποτελεσματικές λύσεις σε -σχεδόν- πραγματικό χρόνο και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αντιμετώπιση του ΠΑΚΟ σε πρακτικές περιπτώσεις
  - ii. Γενετικός Αλγόριθμος (ΓΑ) ο οποίος παράγει ποιοτικότερες λύσεις σε βάρος του υπολογιστικού χρόνου.
- Αξιολογούνται οι δύο αλγόριθμοι σε πειραματικά δεδομένα και επαληθεύεται η απόδοσή τους. Σημειώνεται ότι καθώς το ΠΑΚΟ είναι νέο πρόβλημα στην βιβλιογραφία, δεν υφίστανται πρότυπα προβλήματα και λύσεις αυτών ώστε να αποτελέσουν τη βάση αξιολόγησης των προτεινόμενων αλγορίθμων. Συνεπώς, ακολουθείται η εξής τακτική:
  - i. Ο ΓΑ μετατρέπεται ώστε να επιλύει το ΠΟΠ και αξιολογείται μέσω της επίλυσης υφιστάμενων πρότυπων Προβλημάτων ΟΠ. Τα Αποτελέσματα συγκρίνονται με αυτά σειράς μεθόδων της βιβλιογραφίας. Με τον τρόπο αυτό πιστοποιείται η ποιότητα των λύσεων του ΓΑ σε ένα πρόβλημα παρόμοιο με το ΠΑΚΟ, και, συνεπώς, η καταλληλότητα του ΓΑ για την αποτελεσματική επίλυση του ΠΑΚΟ και την δημιουργία πρότυπων λύσεων.
  - ii. Δημιουργούνται νέα πρότυπα Προβλήματα ΑΚΟ και επιλύονται τόσο με τον ΓΑ, όσο και με την ευρετική μέθοδο (ΣΑ). Με τον τρόπο αυτό αξιολογείται ο ΣΑ συγκρίνοντας τις λύσεις του σε σχέση με τις «ποιοτικότερες» λύσεις του ΓΑ.
- Αξιολογείται ο ΣΑ σε πραγματικές συνθήκες κατά την εκτέλεση δρομολογίων εταιρείας διανομής (ΝΙΚΑΣ ΑΕΒΕΕ) που εδρεύει στην Αττική. Το πρακτικό αυτό σενάριο πραγματοποιήθηκε στα πλαίσια ερευνητικού προγράμματος της ΓΓΕΤ, στο οποίο συμμετείχε το εργαστήριο Συστημάτων Σχεδιασμού, Παραγωγής και Λειτουργιών (ΣΥΣΠΑΛ) του Τμήματος Μηχανικών Οικονομίας και Διοίκησης (ΤΜΟΔ) του Πανεπιστημίου Αιγαίου.

### 2.5.3. Πρόβλημα Ακινητοποίησης Οχήματος σε Δίκτυο Διανομής Κοινού Προϊόντος (ΠΑΚΟ-ΚΠ)

Η συνεισφορά της παρούσας Διδακτορικής έρευνας είναι η εξής:

- Ορίζεται και μοντελοποιείται το ΠΑΚΟ-ΚΠ ως ένα νέο πρόβλημα που αφορά δίκτυο αστικών διανομών και αντιμετωπίζει -σε πραγματικό χρόνο- την περίπτωση αναγκαστικής ακινητοποίησης ενός εκ' των οχημάτων σε δίκτυο διανομής κοινού, για όλους τους πελάτες, προϊόντος. Τα κύρια χαρακτηριστικά του προβλήματος ΑΚΟ-ΚΠ που το διαφοροποιούν από τα υφιστάμενα προβλήματα της βιβλιογραφίας είναι τα εξής: (α) η έννοια του κοινού χρονικού παραθύρου των οχημάτων (π.χ. βάρδια οδηγών), (β) η χαλάρωση του περιορισμού επίσκεψης των οχημάτων σε όλους τους πελάτες (όπως π.χ. στο *VRP* ή στο πρόβλημα των *Mu et al. [DCVRP-B]*), (γ) η δυνατότητα πολλαπλών επισκέψεων στο ακινητοποιημένο όχημα ή την αποθήκη για ανεφοδιασμό (αν βέβαια αυτό ωφελεί την αντικειμενική συνάρτηση) και (δ) το πρόβλημα μοντελοποιείται ως πρόβλημα μεγιστοποίησης κέρδους στον εναπομείναντα χρόνο και όχι ως πρόβλημα ελαχιστοποίησης κόστους. Τέλος, η μοντελοποίηση ως πρόβλημα μεγιστοποίησης κέρδους έρχεται σε συνέχεια με την σημαντική ερευνητική εργασία που έχει πραγματοποιηθεί στο ΠΟΠ και καλύπτει το σημαντικό κενό της αντιμετώπισης ακινητοποίησης οχήματος στην σχετική, του ΠΟΠ, βιβλιογραφία.
- Αναπτύσσονται δύο νέοι αλγόριθμοι επίλυσης του ΠΑΚΟ-ΚΠ:
  - i. Στοχαστικός Αλγόριθμος (ΣΑ) ο οποίος παράγει αποτελεσματικές λύσεις σε -σχεδόν- πραγματικό χρόνο- και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αντιμετώπιση του ΠΑΚΟ-ΚΠ σε πρακτικές εφαρμογές
  - ii. Γενετικός Αλγόριθμος (ΓΑ) ο οποίος παράγει ποιοτικότερες λύσεις σε βάρος του υπολογιστικού χρόνου και θέτει πρότυπες λύσεις στα νέα πρότυπα προβλήματα ΠΑΚΟ-ΚΠ.

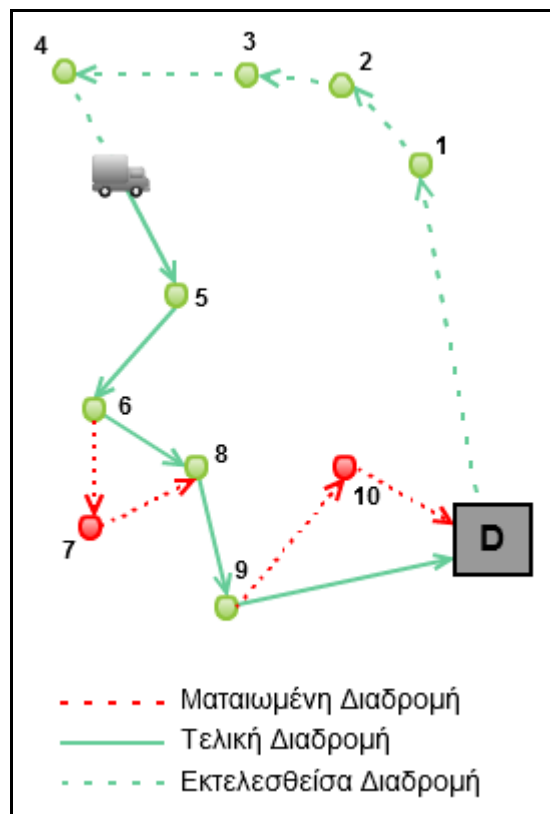
- Αξιολογείται ο ΣΑ σε σχέση με τον ΓΑ σε νέα πειραματικά δεδομένα που δημιουργούνται για το ΠΑΚΟ-ΚΠ (υπενθυμίζεται ότι η ποιότητα των λύσεων του ΓΑ έχει επαληθευθεί με βάση την πειραματική μελέτη του ΠΟΠ).

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΟΣ (ΠΚΟ)

### 3.1. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΠΚΟ

Η ενότητα αυτή εστιάζει σε μια απλή, πλην όμως σημαντική, περίπτωση διαχείρισης οχήματος σε πραγματικό χρόνο. Θεωρούμε ένα όχημα στο οποίο έχει ανατεθεί αρχικό πλάνο διανομής αγαθών. Το πλάνο διανομής ορίζει το σύνολο πελατών προς εξυπηρέτηση, τη σειρά επίσκεψης και τον χρονικό ορίζοντα του δρομολογίου στη διάρκεια του οποίου το όχημα πρέπει να έχει ολοκληρώσει τη διαδικασία διανομής και επιστρέψει στον τελικό του προορισμό (π.χ. αποθήκη). Ωστόσο, κατά τη διάρκεια εκτέλεσης του πλάνου, το όχημα ενδέχεται να αντιμετωπίσει σημαντική καθυστέρηση εξαιτίας κυκλοφοριακής συμφόρησης, έλλειψης χώρου εκφόρτωσης και άλλων απρόβλεπτων παραγόντων. Αν η αργοπορία είναι τέτοια ώστε το αρχικό πλάνο διανομής να μην μπορεί να ολοκληρωθεί εντός του προγραμματισμένου χρονικού ορίζοντα, τότε το πλάνο αυτό πρέπει να ανασχεδιασθεί συνολικά σύμφωνα, φυσικά, με τις πρακτικές της εταιρίας διανομής και το συμφωνηθέν επίπεδο παροχής υπηρεσιών προς τους πελάτες.

Στην περίπτωση που εξετάζεται στο παρόν κεφάλαιο, το όχημα δύναται να εξυπηρετήσει επιλεγμένους πελάτες και να αναβάλει την εξυπηρέτηση των υπολοίπων με τελικό σκοπό την βελτιστοποίηση μιας μετρικής (π.χ. τον όγκο πωλήσεων ή την ποιότητα εξυπηρέτησης των πελατών) εντός του διαθέσιμου χρόνου. Για παράδειγμα, θεωρούμε το δίκτυο διανομής του Σχήματος 3.1. Στο δίκτυο αυτό το όχημα έχει ήδη εξυπηρετήσει 4 πελάτες και βρίσκεται καθοδόν προς τον πέμπτο όταν αντιμετωπίζει ένα απρόβλεπτο συμβάν που το αναγκάζει να καθυστερήσει. Εφόσον το όχημα πρέπει να επιστρέψει στην αποθήκη εντός προκαθορισμένου χρονικού παραθύρου (π.χ. βάρδια οδηγού), ο υπεύθυνος δρομολόγησης αποφασίζει την αναδρομολόγηση του οχήματος με σκοπό την εξυπηρέτηση των «σημαντικών» πελατών του δικτύου στον διαθέσιμο χρόνο. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την ματαίωση της εξυπηρέτησης δύο πελατών. Το παραπάνω σενάριο αποτυπώνεται στο Σχήμα 3.1.



Σχήμα 3.1 Αναδρομολόγηση οχήματος κατά τη διανομή

Πέραν των ενδεχόμενων καθυστερήσεων κατά τη διάρκεια εκτέλεσης του δρομολογίου, οι αστικές διανομές παρουσιάζουν τα εξής επιπρόσθετα χαρακτηριστικά που επηρεάζουν σημαντικά την απόδοση της διαδικασίας:

- i. Ο χρόνος εξυπηρέτησης κάθε πελάτη είναι σημαντικός και ο συνολικός χρόνος που αφιερώνεται στην εξυπηρέτηση των πελατών ενός αστικού δρομολογίου αποτελεί μεγάλο τμήμα του συνολικού χρόνου του δρομολογίου. Μάλιστα, ένα απρόβλεπτο γεγονός που μπορεί να καθυστερήσει την ομαλή εξέλιξη της διανομής είναι -η πέραν του προκαθορισμένου- αναμονή του οχήματος στον πελάτη προς εξυπηρέτηση του.
- ii. Συνήθως οι πελάτες της διανομής είναι χωρικά ομαδοποιημένοι. Για παράδειγμα, οι πελάτες μπορεί να είναι συγκεντρωμένοι σε προάστια, γειτονιές ή εμπορικά κέντρα.

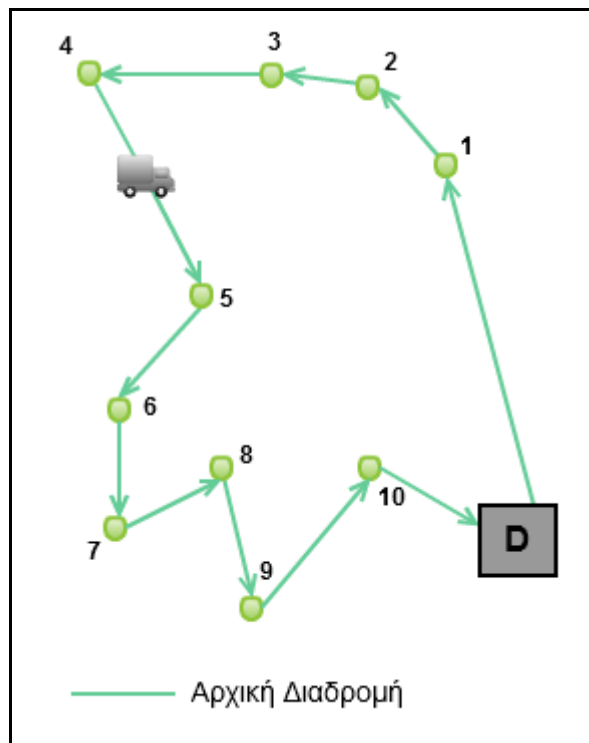
Τα στοιχεία που επιβεβαιώνουν τους παραπάνω ισχυρισμούς έχουν διατυπωθεί στην Ενότητα 2.2 του Κεφαλαίου 2. Υπενθυμίζεται ότι:

- i. Ο χρόνος εξυπηρέτησης (εκφόρτωσης και παράδοσης στο χώρο του πελάτη) αντιστοιχεί στο 50% του συνολικού χρόνου της διανομής ενώ η απροσδιοριστία του ακριβούς χρόνου εξυπηρέτησης λόγω τριτογενών παραγόντων είναι συνήθης αιτία απρόβλεπτης καθυστέρησης του οχήματος διανομής
- ii. Ο χρόνος μετάβασης μεταξύ των προαστίων (ή γειτονιών) αντιστοιχεί στο 38% του συνολικού χρόνου της διανομής. Σε περίπτωση αναδρομολόγησης, το χαρακτηριστικό της χωρικής ομαδοποίησης μπορεί να ληφθεί υπόψη στον αλγόριθμο δρομολόγησης ( $\alpha$ ) για την εύρεση αποτελεσματικής σειράς επίσκεψης των προαστίων και ( $\beta$ ) για την διάσπαση του συνολικού προβλήματος σε υπο-προβλήματα (κάθε προάστιο αντιπροσωπεύει ένα υποπρόβλημα) και την αποτελεσματικότερη αντιμετώπισή του σε λιγότερο υπολογιστικό χρόνο. Σημειώνεται ότι το τελευταίο γνώρισμα είναι κρίσιμης σημασίας καθότι ο αλγόριθμος επίλυσης πρέπει να δίνει λύση σε -σχεδόν- πραγματικό χρόνο καθώς η διανομή βρίσκεται σε εξέλιξη.

### 3.1.1. Ορισμοί σχετικοί με το Πρόβλημα ΠΚΟ

Έστω δίκτυο  $N$  αποτελούμενο από σύνολο κορυφών  $V = \{0,1,2,\dots,i,\dots,n\}$  και σύνολο τόξων  $A$  που συνδέουν τις κορυφές αυτές. Η κορυφή  $0$  αντιστοιχεί στο σημείο τερματισμού του δρομολογίου (αποθήκη/Depot). Οι κορυφές  $1,2,\dots,n$  αναφέρονται στους

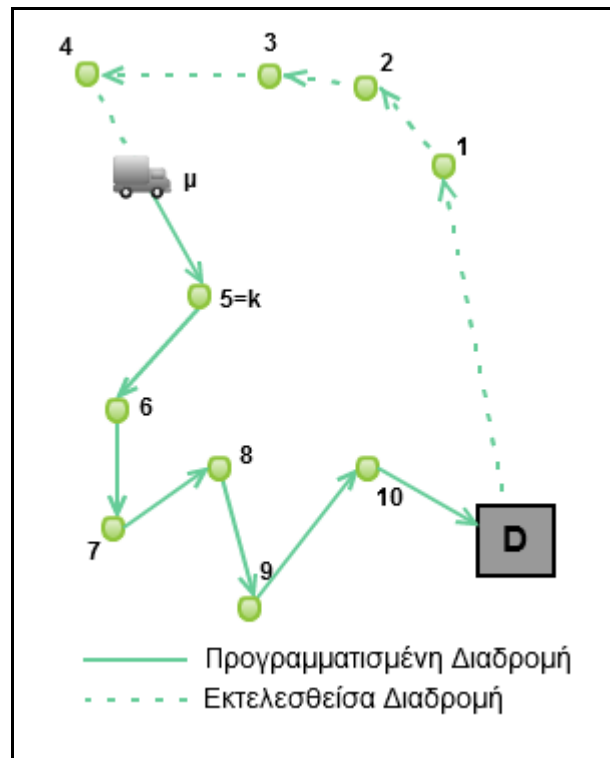
πελάτες του δικτύου. Καθένα από τα τόξα  $(i, j) \in A$  σχετίζεται με κόστος (χρόνο)  $c_{ij}$  που απαιτείται για τη μετάβαση από τον κόμβο  $i$  στον κόμβο  $j$ ,  $\forall i, j \in V$ . Επίσης, κάθε πελάτης σχετίζεται με χρόνο εξυπηρέτησης  $s_i$  και μια μετρική  $p_i$ . Η μετρική αυτή είναι το κέρδος που αποκομίζει το όχημα καθώς επισκέπτεται τον πελάτη  $i$  και συνήθως, αλλά όχι αποκλειστικά, αναφέρεται στον όγκο ζήτησης αγαθών από τον πελάτη  $i$ . Το δρομολόγιο αποτελείται από μια ακολουθία τόξων, στην οποία «κινείται» το όχημα ξεκινώντας από την αποθήκη ( $D=depot$ ) και καταλήγοντας σε αυτή πριν λήξει ο χρονικός ορίζοντας του δρομολογίου  $T_{max}$  (π.χ. βάρδια οδηγού). Η κατάσταση αυτή διατυπώνεται γραφικά στο απλό δίκτυο διανομής του Σχήματος 3.2 στο οποίο οι προκαθορισμένες επισκέψεις πελατών (αρχικό δρομολόγιο) σημειώνονται με την πράσινη γραμμή.



Σχήμα 3.2 Δίκτυο διανομών με 10 πελάτες και αποθήκη

Έστω ότι το δίκτυο του Σχήματος 3.2 περιλαμβάνει 10 πελάτες και εξυπηρετείται από όχημα το οποίο παρουσιάζει σημαντική αργοπορία κατά τη διανομή. Καθότι το δρομολόγιο πρέπει να ολοκληρωθεί έως τη χρονική στιγμή  $T_{max}$ , και για να μειωθούν οι επιπτώσεις της καθυστέρησης, τίθεται η ανάγκη αναδρομολόγησης του οχήματος. Έστω ότι το γεγονός αυτό συμβαίνει τη χρονική στιγμή  $t_1 = 0$ .

Ορίζουμε το σύνολο  $V_c = \{1, \dots, m\} \subset V$  των πελατών που έχουν εξυπηρετηθεί μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1 = 0$  και το σύνολο  $V_u = V \setminus V_c \cup \{\mu\}$  (και αντίστοιχο σύνολο τόξων  $A_u$ ), των πελατών που δεν έχουν εξυπηρετηθεί ως τη στιγμή  $t_1 = 0$ . Το σημείο  $\mu$  του δικτύου αντιπροσωπεύει τη θέση του οχήματος τη χρονική στιγμή  $t_1 = 0$ . Ο κόμβος  $k$  αντιστοιχεί στον επόμενο προγραμματισμένο πελάτη του αρχικού δρομολογίου. Οι παραπάνω ορισμοί διατυπώνονται γραφικά στο Σχήμα 3.3.



Σχήμα 3.3 Το δίκτυο διανομής μετά την έλευση χρόνου  $t_1$  και την εξυπηρέτηση ορισμένων πελατών

Έστω ότι στο παράδειγμα του Σχήματος 3.3 τη χρονική στιγμή  $t_1 = 0$  το σύνολο πελατών που δεν έχει εξυπηρετηθεί είναι  $V_u = \{k, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5\}$  (6 πελάτες) και ότι οι μετρικές κέρδους είναι  $p_k = 10, p_{k_1} = 10, p_{k_2} = 5, p_{k_3} = 10, p_{k_4} = 10$  και  $p_{k_5} = 5$  μονάδες κέρδους αντίστοιχα. Συνεπώς, το συνολικό κέρδος που μπορεί να αποκομίσει το όχημα αν επισκεφτεί όλους τους πελάτες είναι  $\sum_{i \in V_u} p_i = 50$ . Λόγω της αργοπορίας -και εφόσον ο υπεύθυνος δρομολόγησης δεν μεταβάλλει την αρχική σειρά επίσκεψης πελατών- οι δύο τελευταίοι πελάτες δεν θα εξυπηρετηθούν οπότε και το όχημα τελικά θα αποκομίσει 35

μονάδες κέρδους. Ωστόσο, στην περίπτωση που ο υπεύθυνος δρομολόγησης αποφασίσει να αλλάξει το αρχικό πλάνο, το πρόβλημα αναφέρεται στον εντοπισμό εκείνων των πελατών (του συνόλου  $V_u$ ) και στη σειρά επίσκεψης τους (νέο δρομολόγιο) ώστε το όχημα να αποκομίσει το μέγιστο δυνατό κέρδος στον διαθέσιμο χρόνο. Το Σχήμα 3.1 παρουσιάζει ένα νέο πιθανό τελικό δρομολόγιο (εφικτή λύση του ΠΚΟ) στο οποίο δύο πελάτες του αρχικού δρομολογίου (οι δύο με την μικρότερη μετρική κέρδους) έχουν απορριφτεί. Με σωστή αναδρομολόγηση, το συνολικό κέρδος που τελικά αποκομίζει το όχημα από το εναπομείναν δίκτυο πελατών είναι 40 μονάδες κέρδους.

Το ΠΚΟ μπορεί να διατυπωθεί ως πρόβλημα βελτιστοποίησης με στόχο την αποκομιδή του μέγιστου δυνατού «κέρδους» από τους πελάτες του δικτύου με περιορισμό το ανώτατο όριο του διαθέσιμου χρόνου, καθώς και άλλους κλασσικούς περιορισμούς που αναφέρονται στα χαρακτηριστικά της διαδικασίας διανομής και του δικτύου. Το μαθηματικό μοντέλο καθώς και ο ορισμός του ΠΚΟ παρουσιάζει σημαντικές ομοιότητες με το Πρόβλημα του Προσανατολισμού (ΠΠ), που αποτελεί μια παραλλαγή του γνωστού Προβλήματος του Περιοδούμενου Πωλητή-TSP (βλ. Κεφάλαιο 2). Συγκεκριμένες διαφορές υπάρχουν ωστόσο μεταξύ του Προβλήματος Προσανατολισμού και του ΠΚΟ. Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, στην τελευταία περίπτωση, ένα σημαντικό ποσοστό του χρόνου της διανομής αναλώνεται σε χρόνους εξυπηρέτησης (εκφόρτωσης προϊόντων) των πελατών. Παράλληλα, υπάρχουν αυστηρές απαιτήσεις όσον αφορά στην χρονική αποτελεσματικότητα του αλγόριθμου μέσα στο δυναμικό περιβάλλον διανομής, όπου απαιτείται επίλυση σε πραγματικό χρόνο. Το ΠΚΟ διατυπώνεται στην επόμενη Ενότητα.

### 3.1.2. Μαθηματικό Μοντέλο ΠΚΟ

Το μαθηματικό μοντέλο του ΠΚΟ βασίζεται στους συμβολισμούς της Ενότητας 3.1.1. Επιπλέον, ορίζουμε τις δυαδικές μεταβλητές  $y_i \in \{0,1\}$  και  $x_{ij} \in \{0,1\}$  ως εξής:

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{αν ο πελάτης } i \text{ εξυπηρετείται} \\ 0, & \text{αν ο πελάτης } i \text{ δεν εξυπηρετείται} \end{cases}$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{αν το όχημα πραγματοποιεί την διαδρομή } i \rightarrow j \\ 0, & \text{αν το όχημα δεν πραγματοποιεί την διαδρομή } i \rightarrow j \end{cases}$$

Η αντικειμενική συνάρτηση στοχεύει στη μεγιστοποίηση του συνολικού κέρδους που προέρχεται από την εξυπηρέτηση των επιλεγμένων πελατών με βάση τις νέες παραμέτρους της διανομής και έχει ως εξής:

$$\max \sum_{i \in V_u} p_i y_i \quad (3.1)$$

υπό τους παρακάτω περιορισμούς :

$$\sum_{j \in V_u \setminus \{\mu\}} x_{ij} = y_i, \forall i \in V_u \setminus \{0\} \quad (3.2)$$

$$\sum_{j \in V_u \setminus \{0\}} x_{ji} = y_i, \forall i \in V_u \setminus \{\mu\} \quad (3.3)$$

$$\sum_{j \in V_u} x_{\mu j} = 1 \quad (3.4)$$

$$\sum_{j \in V_u} x_{j\mu} = 0 \quad (3.5)$$

$$\sum_{j \in V_u} x_{0j} = 0 \quad (3.6)$$

$$\sum_{j \in V_u} x_{j0} = 1 \quad (3.7)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ij} \leq \sum_{i \in S} y_i - 1, \forall S \subseteq V_u \quad (3.8)$$

$$\sum_{i \in V_u} \sum_{j \in V} c_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in V_u \setminus \{0, \mu\}} s_i y_i \leq T_{\max} \quad (3.9)$$

$$\sum_{i, j \in V} x_{ij} + \sum_{j, k \in V} x_{jk} = 2y_j, \forall j \in V \setminus \{0, \mu\} \quad (3.10)$$

$$x_{ij}, y_i \in \{0, 1\} \quad \forall x_{ij} \in A_u, \forall i \in V_u \setminus \{0, \mu\} \quad (3.11)$$

όπου  $T_{\max}$  ο συνολικός διαθέσιμος χρονικός ορίζοντας. Επισημαίνεται ότι:

- Οι Περιορισμοί (3.2) και (3.3) εξασφαλίζουν ότι αν το όχημα επισκεφτεί έναν πελάτη, θα τον επισκεφτεί μόνο μια φορά
- Οι Περιορισμοί (3.4) και (3.5) εξασφαλίζουν ότι στην τελική διαδρομή υπάρχει μόνο ένα τόξο που άπτεται του κόμβου  $\mu$  (αρχική θέση οχήματος), δηλαδή το όχημα θα εκκινήσει από το τρέχον σημείο και δε θα επιστρέψει σε αυτό
- Οι Περιορισμοί (3.6) και (3.7) εξασφαλίζουν ότι στην τελική διαδρομή υπάρχει μόνο ένα τόξο που άπτεται της αποθήκης
- Ο Περιορισμός (3.8) εξασφαλίζει ότι δεν υπάρχουν «κλειστές κυκλικές διαδρομές» στο νέο δρομολόγιο (*subtour elimination constraint*)
- Ο Περιορισμός (3.9) εξασφαλίζει ότι ο χρόνος που απαιτείται για την ολοκλήρωση του νέου δρομολογίου είναι μικρότερος ή ίσος από τον συνολικό χρονικό ορίζοντα που έχει στην διάθεσή του το όχημα (μεταβλητή  $T_{\max}$ ).
- Ο Περιορισμός (3.10) ορίζει την σχέση μεταξύ των μεταβλητών απόφασης  $x$  και  $y$  και ο περιορισμός (3.11) τον τύπο των μεταβλητών απόφασης του προβλήματος.

### 3.2. ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΜΕ ΧΩΡΙΚΗ ΚΑΙ ΧΡΟΝΙΚΗ ΑΠΟΣΥΝΘΕΣΗ ΤΟΥ ΠΚΟ

Στον προτεινόμενο αλγόριθμο επίλυσης λαμβάνεται υπόψη το χαρακτηριστικό της συγκέντρωσης των πελατών αστικών διανομών σε προάστια/γειτονιές. Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, το χαρακτηριστικό αυτό διευκολύνει την αντιμετώπιση της πολυπλοκότητας του προβλήματος με άμεση συνέπεια την μείωση του υπολογιστικού χρόνου, υποστηρίζοντας την απαίτηση για άμεση απόκριση του αλγορίθμου επίλυσης.

Για το σκοπό αυτό, το πρόβλημα αρχικά διασπάται χωρικά σε έναν αριθμό μικρότερων υποπροβλημάτων σύμφωνα με την ομαδοποιημένη γεωγραφική κατανομή των πελατών (χωρική αποσύνθεση προβλήματος). Στη συνέχεια, εφαρμόζεται διαδικασία χρονικής αποσύνθεσης για την κατανομή του συνολικού διαθέσιμου χρόνου του οχήματος σε διαπροαστιακό (*intercluster*) και ενδοπροαστιακό (*intracluster*). Ο διαπροαστιακός χρόνος είναι ο χρόνος μεταγωγής μεταξύ των προαστίων, ενώ ο ενδοπροαστιακός χρόνος είναι ο χρόνος κατά τον οποίο το όχημα εξυπηρετεί πελάτες εντός των προαστίων του δρομολογίου. Για τον καθορισμό του διαθέσιμου χρόνου εξυπηρέτησης ανά προάστιο κατανέμεται ο συνολικός ενδοπροαστιακός χρόνος στα

επιμέρους προάστια επιλύοντας ένα μη-γραμμικό πρόβλημα βελτιστοποίησης. Η εξυπηρέτηση των πελατών κάθε προαστίου προσδιορίζεται από την επίλυση κατάλληλου υποπροβλήματος που αφορά στην επιλογή των πελατών και της σειράς επίσκεψης αυτών εντός του διαθέσιμου χρόνου του οχήματος για την εξυπηρέτηση του συγκεκριμένου προαστίου. Για την αντιμετώπιση κάθε υπο-προβλήματος επιλύεται κατάλληλο *Πρόβλημα Προσανατολισμού* σύμφωνα με τον S-αλγόριθμο του Tsiligirides (1984).

Συνεπώς, ο προτεινόμενος αλγόριθμος αποτελείται από τέσσερα στάδια:

- *Χωρική Αποσύνθεση*: Ομαδοποίηση πελατών με βάση την γεωγραφική τους κατανομή (clustering)
- *Χρονική Αποσύνθεση (2 διακριτά στάδια)*: Υπολογισμός του χρόνου εξυπηρέτησης του οχήματος για κάθε ομάδα πελατών
- *Λύση Υπό-προβλημάτων*: Για κάθε ομάδα πελατών καθορίζεται η εσωτερική διαδρομή (ενδο-προαστιακή) που ακολουθεί το όχημα κατά την επίσκεψη των πελατών στο συγκεκριμένο προάστιο με στόχο την μεγιστοποίηση του συνολικού κέρδους.

Παρακάτω αναλύονται καθένα από τα τέσσερα αυτά στάδια.

### 3.2.1. Χωρική Αποσύνθεση

#### **Στάδιο 1: Ομαδοποίηση πελατών σε προάστια (clustering)**

Για την ομαδοποίηση των πελατών σύμφωνα με την γεωγραφική τους κατανομή, χρησιμοποιείται ο γνωστός αλγόριθμος *k-μέσων (k-means)* (McQueen, 1967). Σύμφωνα με αυτό τον αλγόριθμο, αρχικά επιλέγονται *k* κέντρα μάζας (*centroids*) στο γεωγραφικό επίπεδο και κάθε πελάτης του δικτύου κατηγοριοποιείται σύμφωνα με την απόστασή του από αυτά. Στη συνέχεια, επαναπροσδιορίζεται το κέντρο μάζας ανά κατηγορία (ομάδα) πελατών. Με κάθε κίνηση του κέντρου μάζας επαναπροσδιορίζονται οι πελάτες και κατηγοριοποιούνται εκ νέου. Ο αλγόριθμος σταματά όταν η κίνηση του κέντρου μάζας μεταξύ δύο διαδοχικών βημάτων του αλγορίθμου είναι μικρότερη από

ένα όριο, ή όταν δεν αλλάζει η κατηγοριοποίηση των πελατών από βήμα σε βήμα. Ο αλγόριθμος περιγράφεται περιληπτικά παρακάτω:

- i) Εισαγωγή  $k$  κέντρων μάζας στο γεωγραφικό επίπεδο
- ii) Κατηγοριοποίηση πελατών του δικτύου σύμφωνα με την βραχύτερη απόσταση του κάθε πελάτη από τα  $k$  κέντρα μάζας
- iii) Προσδιορισμός των νέων κέντρων μάζας των ομάδων πελατών που προέκυψαν από το βήμα (ii)
- iv) Μετακίνηση των αρχικών  $k$  κέντρων μάζας στα αντίστοιχα νέα κέντρα μάζας των ομάδων πελατών και επανάληψη βήματος (ii). Ο αλγόριθμος σταματά όταν η μετακίνηση των  $k$  κέντρων είναι μικρότερη από ένα όριο ή όταν η κατηγοριοποίηση των πελατών του δικτύου παραμένει η ίδια από βήμα σε βήμα.
- v) Επανάληψη των βημάτων (i) μέχρι (iv) είκοσι φορές και επιλογή της λύσης με τη καλύτερη Ποιότητα Ομαδοποίησης (Quality of Clustering-QoC)

Επισημαίνεται ότι το βήμα (v) σχετίζεται με την αντιμετώπιση της περίπτωσης ο αλγόριθμος των  $k$ -μέσων να εγκλωβιστεί σε τοπικά ελάχιστα, Hussein (2002). Η μετρική της Ποιότητας Ομαδοποίησης ορίζεται από την σχέση Davies-Bouldin (Εξ. 3.20), των Davies & Bouldin (1979).

Στο τέλος του 1<sup>ου</sup> σταδίου της χωρικής αποσύνθεσης, οι πελάτες του δικτύου έχουν διασπαστεί σε ομάδες σύμφωνα με την γεωγραφική τους κατανομή.

### **3.2.2. Χρονική Αποσύνθεση: Κατανομή διαθέσιμου χρόνου ανά προάστιο**

Για να διατυπωθεί το πρόβλημα της δρομολόγησης για κάθε προάστιο πρέπει αρχικά να υπολογιστεί ο συνολικός ενδοπροαστιακός χρόνος που έχει στην διάθεση του το όχημα και, στη συνέχεια, να κατανεμηθεί κατάλληλα σε κάθε προάστιο που δημιουργήθηκε από το στάδιο της χωρικής αποσύνθεσης. Αυτό επιτυγχάνεται ως εξής:

- i. Σε πρώτη φάση εκτιμάται ο χρόνος που απαιτείται για να πραγματοποιηθεί η διαδρομή μεταξύ των προαστίων ξεκινώντας από το σημείο «εκκίνησης» του οχήματος και καταλήγοντας στην αποθήκη (διαπροαστιακός χρόνος: intercluster time,  $T_{inter}$ ). Γνωρίζοντας τον συνολικό διαθέσιμο χρονικό ορίζοντα του οχήματος και τον διαπροαστιακό χρόνο προκύπτει ο συνολικός ενδοπροαστιακός χρόνος που έχει στην διάθεσή του το όχημα.
- ii. Σε δεύτερη φάση επιλύεται πρόβλημα μη-γραμμικού προγραμματισμού για την κατάλληλη κατανομή του ενδοπροαστιακού χρόνου στα προάστια του δικτύου διανομής.

### **Στάδιο 2: Εκτίμηση του χρόνου διαδρομής μεταξύ των προαστίων**

Στο στάδιο αυτό διατυπώνεται και επιλύεται ένα απλουστευμένο *Πρόβλημα Περιοδούντος Πωλητή - TSP* με κόμβους τα κέντρα μάζας (*centroids*) των προαστίων, την αρχική θέση του οχήματος και την αποθήκη.

Για την μετάβαση από κόμβο σε κόμβο χρησιμοποιείται ο απλός αλγόριθμος του Πλησιέστερου Γείτονα (*Nearest Neighbor*) ακολουθούμενος από την μέθοδο *2-opt* του Lin (1965) στην οποία ανταλλάσσονται τόξα της διαδρομής για την εξοικονόμηση απόστασης και την βελτίωση της λύσης του Πλησιέστερου Γείτονα. Οι δύο αυτοί απλοί αλγόριθμοι αναλύθηκαν στην αρχή του Κεφαλαίου 2. Ο συνδυασμός των δύο αυτών αλγορίθμων, παράγει λύσεις που συνήθως αποκλίνουν από τη βέλτιστη λύση έως 20% (Ong, 1988). Ωστόσο, στην περίπτωση μας, λαμβάνοντας υπόψη τον μικρό αριθμό προαστίων του προβλήματος (πρακτικά μέχρι 5-10 προάστια), η ποιότητα της λύσης αναμένεται να είναι πολύ καλύτερη, οπότε και δεν απαιτείται η χρήση ενός σύνθετου η περισσότερου χρονοβόρου αλγόριθμου.

Στο τέλος αυτού του σταδίου έχει υπολογιστεί προσεγγιστικά ο διαπροαστιακός χρόνος  $T_{inter}$ . Ο ενδοπροαστιακός χρόνος  $T_{intra}$  δίνεται από την εξίσωση:

$$T_{intra} = T_{max} - T_{inter} \quad (3.12)$$

Ο ενδοπροαστιακός χρόνος υπολογίζεται από την σχέση  $T_{int\ ra} = \tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_\nu$ , όπου  $\tau_i$  ο συνολικός χρόνος που θα παραμείνει το όχημα στο προάστιο  $i$ . Ο χρόνος αυτός για κάθε προάστιο  $k$  υπολογίζεται στο στάδιο 3 παρακάτω.

### **Στάδιο 3: Καθορισμός του διαθέσιμου χρόνου για την εξυπηρέτηση κάθε προαστίου**

Για τον καθορισμό του διαθέσιμου χρόνου του οχήματος ανά προάστιο ακολουθούνται τα εξής βήματα:

- Βήμα 1: Δημιουργία σειράς επίσκεψης μεταξύ των πελατών σε κάθε προάστιο  $k$ .
- Βήμα 2: Δημιουργία διακριτής συνάρτησης κέρδους (*Income Function*)  $J_k(t)$  για κάθε προάστιο  $k=1,2,\dots,\nu$  με βάση τη σειρά επίσκεψης των πελατών του προαστίου (Βήμα 1) και το κέρδος κάθε πελάτη. Συγκεκριμένα, η  $J_k(t)$  αντιπροσωπεύει την αύξηση του κέρδους που συλλέγεται από το όχημα καθώς εξυπηρετεί τους πελάτες του προαστίου ως συνάρτηση του χρόνου (Σχήμα 3.6) και είναι εκ κατασκευής μονότονη συνάρτηση.
- Βήμα 3: Προσέγγιση της παραπάνω διακριτής συνάρτησης από συνεχή συνάρτηση  $I_k(t)$ . Η συνεχής συνάρτηση θα χρησιμοποιηθεί στο Βήμα 4 για τη λύση ενός μη-γραμμικού προβλήματος βελτιστοποίησης.
- Βήμα 4: Μοντελοποίηση μη-γραμμικού προβλήματος βελτιστοποίησης για την μεγιστοποίηση του συνολικού κέρδους  $I(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_\nu) = \sum_{k=1}^{\nu} I_k(\tau_k)$  σε σχέση με τον χρόνο  $\tau_k$  τον οποίο αφιερώνει το όχημα σε κάθε προάστιο  $k$ . Η λύση του προβλήματος βελτιστοποίησης προσδιορίζει τις τιμές των μεταβλητών απόφασης  $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_\nu$ , οπότε και κατανέμεται κατάλληλα ο χρόνος  $T_{int\ ra}$  σε κάθε προάστιο  $k$ .

Παρακάτω περιγράφονται αναλυτικά τα παραπάνω βήματα:

### Βήμα 1: Δημιουργία διαδρομής εντός κάθε προαστίου

Η σειρά επίσκεψης των πελατών εντός του προαστίου επηρεάζει σημαντικά τη μορφή της συνάρτησης κέρδους του επόμενου βήματος 2, η οποία είναι μονότονα αύξουσα (εφόσον το κέρδος κάθε πελάτη είναι αυστηρά θετικό και συσσωρεύεται). Για την εύρεση της σειράς επίσκεψης των πελατών του προαστίου, χρησιμοποιείται αλγόριθμος που βασίζεται σε μετρική «καταλληλότητας» (*desirability*) του Tsiligirides (1984). Σύμφωνα με τη μετρική αυτή, οι πελάτες που δεν έχουν εισαχθεί ακόμη στη διαδρομή αξιολογούνται με βάση τη παρακάτω εξίσωση:

$$A_{ij} = \left( \frac{p_j}{c_{ij} + s_j} \right)^4 \quad \forall i, j \in V_u \quad (3.13)$$

όπου  $A_{ij}$  είναι η μετρική καταλληλότητας του υποψήφιου προς επίσκεψη πελάτη  $j$  από τον τρέχοντα τελευταίο πελάτη  $i$  του δρομολογίου,  $p_j$  είναι το κέρδος που αποκομίζει το όχημα με την επίσκεψη στον υποψήφιο πελάτη  $j$ ,  $s_j$  ο χρόνος εξυπηρέτησης του υποψήφιου προς επίσκεψη πελάτη  $j$  και  $c_{ij}$  το κόστος επίσκεψης του πελάτη  $j$  από τον τρέχοντα τελευταίο πελάτη  $i$  του δρομολογίου.

Σε κάθε βήμα επιλέγεται προς εισαγωγή, ο πελάτης με τη μεγαλύτερη τιμή της μετρικής  $A_{ij}$ . Σημειώνεται πως, ως σημείο εκκίνησης σύνθεσης της διαδρομής εντός του προαστίου, επιλέγεται ο πελάτης που παρουσιάζει τη βέλτιστη τιμή της μετρικής  $A_{ig_\kappa}$  (Εξ. 3.13) σε σχέση με το κέντρο μάζας  $g_\kappa$  του προαστίου  $\kappa$ . Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται έως ότου όλοι οι πελάτες του προαστίου  $\kappa$  περιληφθούν στη διαδρομή και για όλα τα  $\nu$  προάστια του προβλήματος.

### Βήμα 2: Συνάρτηση Κέρδους

Για κάθε προάστιο  $\kappa = 1, 2, \dots, \nu$  δημιουργείται αρχικά μια συνάρτηση κέρδους (*Income Function*)  $J_\kappa(t)$ , η οποία αντιπροσωπεύει την αύξηση του κέρδους που συλλέγεται από το όχημα καθώς εξυπηρετεί τους πελάτες του προαστίου  $\kappa$  ως συνάρτηση του χρόνου.

Ακολουθώντας τη διαδρομή που υπολογίστηκε στο 1<sup>ο</sup> Βήμα, για κάθε πελάτη  $i$  της διαδρομής του προαστίου  $\kappa$  ισχύει:

$$J_{\kappa}(t_i) = J_{\kappa}(t_{i-1}) + p_i \quad (3.14)$$

$$t_i = t_{i-1} + (c_{(i-1)i} + s_i) \quad (3.15)$$

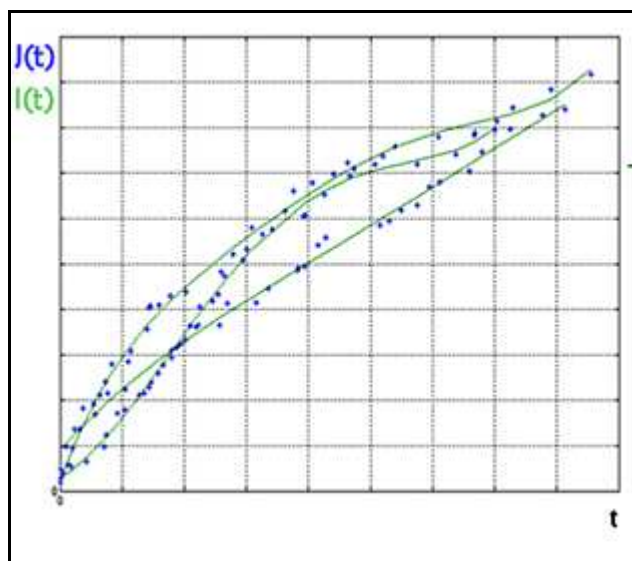
Ο χρόνος  $t_i$  περιλαμβάνει τον χρόνο μέχρι και την εξυπηρέτηση του πελάτη  $i$  συμπεριλαμβανομένου των χρόνων εξυπηρέτησης των προηγούμενων πελατών.

### Βήμα 3: Ομαλή προσέγγιση της συνάρτησης κέρδους

Για να καταστεί δυνατή η μαθηματική επεξεργασία της  $J_{\kappa}(t)$ , η τελευταία προσεγγίζεται από ομαλή πολυωνυμική συνάρτηση  $I_{\kappa}(t)$  τρίτου βαθμού η οποία είναι της μορφής:

$$I_{\kappa}(t) = a_3 t^3 + a_2 t^2 + a_1 t + a_0 \quad (3.16)$$

Οι συντελεστές του πολυωνύμου,  $a_3, a_2, a_1, a_0$  υπολογίζονται χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της γραμμικής παλινδρόμησης (βλ. Σχήμα 3.4)



Σχήμα 3.4 Η προσέγγιση της  $J_{\kappa}(t)$  από το πολυώνυμο  $I_{\kappa}(t)$

**Βήμα 4: Εύρεση - ανά προάστιο - του ενδοπροαστιακού χρόνου  $\tau_\kappa$** 

Ο διαθέσιμος χρόνος  $\tau_\kappa$  κάθε προαστίου υπολογίζεται επιλύοντας το παρακάτω μη-γραμμικό πρόβλημα βελτιστοποίησης:

$$\max \sum_{\kappa=1}^{\nu} I_{\kappa}(\tau_{\kappa}) \quad (3.17)$$

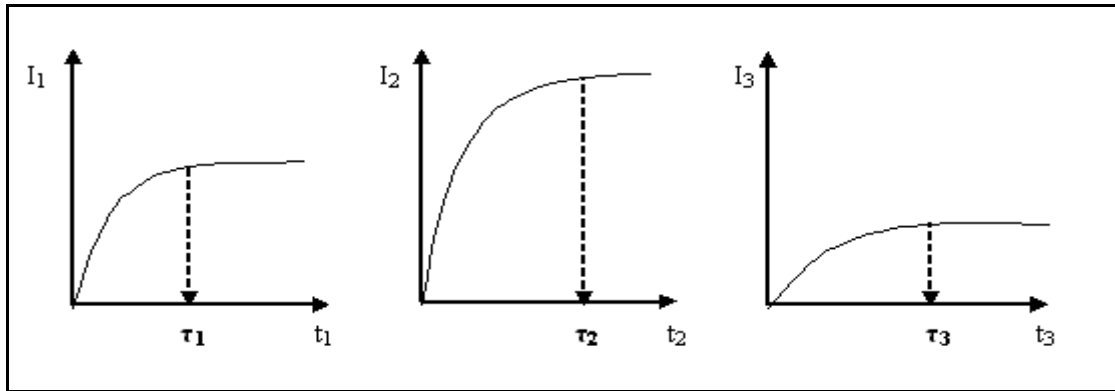
με περιορισμούς:

$$\sum_{\kappa=1}^{\nu} \tau_{\kappa} = T_{\text{int } ra} \quad (3.18)$$

$$\tau_{\kappa} \geq 0, \forall \kappa \quad (3.19)$$

όπου  $T_{\text{int } ra}$  είναι ο συνολικός ενδοπροαστιακός χρόνος που υπολογίστηκε στο Στάδιο 2 και  $\tau_\kappa$  ο διαθέσιμος χρόνος του οχήματος για την εξυπηρέτηση κάθε προαστίου. Επιλύοντας το παραπάνω πρόβλημα μεγιστοποίησης, βρίσκονται οι τιμές των ενδοπροαστιακών χρόνων  $\tau_\kappa$  που μεγιστοποιούν το συνολικό εισόδημα  $\sum_{\kappa=1}^{\nu} I_{\kappa}$  (άθροισμα κερδών όλων των προαστίων) του οχήματος.

Για παράδειγμα, σε δρομολόγιο που περιλαμβάνει τρία προάστια, η λύση του μη γραμμικού προβλήματος βελτιστοποίησης θα επιλέξει εκείνες τις τιμές  $\tau_1, \tau_2, \tau_3$  ούτως ώστε η συνεχής συνάρτηση κέρδους ( $\sum_{\kappa=1}^3 I_{\kappa}$ ) να μεγιστοποιηθεί. Συνεπώς, το όχημα θα παραμείνει  $\tau_1$  χρόνο στο πρώτο προάστιο,  $\tau_2$  στο δεύτερο και  $\tau_3$  στο τρίτο προάστιο με  $\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 = T_{\text{int } ra}$  (Σχήμα 3.5 για περίπτωση 3 προαστίων).



Σχήμα 3.5 Εύρεση των διαθέσιμων χρόνων  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  και  $\tau_3$  για τρεις ομάδες πελατών

Σημειώνεται ότι, με βάση τον διαθέσιμο χρόνο  $T_{int ra}$  και τις άλλες παραμέτρους του προβλήματος, υπάρχει περίπτωση μία ή περισσότερες μεταβλητές  $\tau_k$  να λάβουν την τιμή μηδέν, υποδεικνύοντας ότι δεν είναι συμφέρον για το όχημα να δαπανήσει χρόνο για να εξυπηρετήσει την αντίστοιχη ομάδα πελατών. Σε αυτή τη περίπτωση, οι πελάτες της αντίστοιχης ομάδας πελατών απομακρύνονται και η διαδικασία επαναλαμβάνεται ξεκινώντας από το Στάδιο 2, έτσι ώστε ο χρόνος που προκύπτει από την μη επίσκεψη ενός προαστίου να χρησιμοποιηθεί για επισκέψεις πελατών στα εναπομείναντα προάστια.

#### Βήμα 5: Τελική κατανομή του συνολικού χρονικού ορίζοντα μεταξύ προαστίων

Με σκοπό να ορισθεί ακριβώς το κάθε υπο-πρόβλημα για κάθε προάστιο  $k$ , ο διαθέσιμος χρόνος  $\theta_k$  για κάθε προάστιο προσδιορίζεται από τον τύπο

$$\theta_k = \tau_k + t_{k-1,k} \quad (3.20)$$

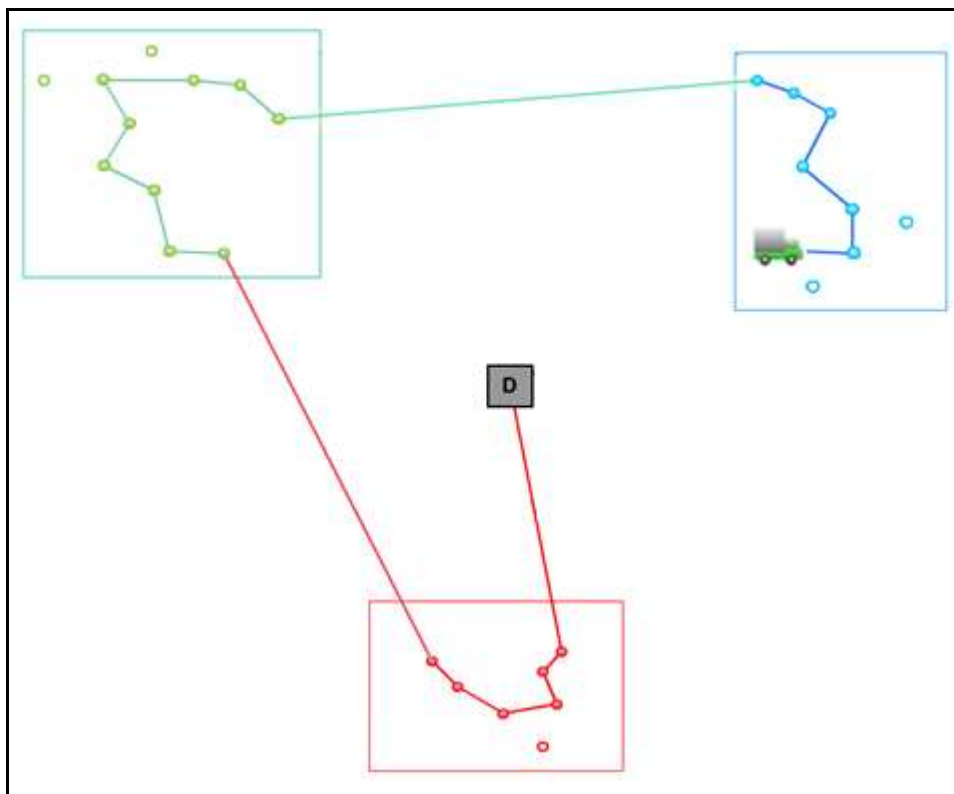
όπου  $\tau_k$  ο διαθέσιμος ενδοπροαστιακός χρόνος του προαστίου  $k$  και  $t_{k-1,k}$  είναι ο χρόνος μετάβασης από το προάστιο  $k-1$  στο προάστιο  $k$ . Υπενθυμίζεται ότι ο χρόνος αυτός υπολογίστηκε στο Στάδιο 1 με τη λύση του Προβλήματος Περιοδεύοντος Πωλητή (TSP) μεταξύ των κέντρων μάζας των προαστίων.

Για την τελική κατανομή του χρόνου σημειώνεται ότι:

- i. Για το πρώτο προάστιο (όπου  $k-1=0$ ), ως σημείο 0 θεωρείται η αρχική θέση  $\mu$  του οχήματος και
- ii. Για το τελευταίο προάστιο στη διαδρομή, προστίθεται στην Εξ. (3.20) και ο χρόνος διαδρομής από το κέντρο μάζας (centroid) του έως την αποθήκη, με σκοπό να ολοκληρωθεί η διαδρομή.

#### **Στάδιο 4: Λύση Υπό-προβλημάτων**

Για κάθε ένα από τα προάστια προς επίσκεψη επιλύεται ένα *Πρόβλημα Προσανατολισμού*. Επισημαίνεται ότι για τη διατύπωση και λύση του *Προβλήματος Προσανατολισμού* απαιτείται για κάθε προάστιο  $k$  ένα αρχικό και ένα τελικό σημείο της αντίστοιχης διαδρομής. Για κάθε πρόβλημα, ως σημείο εκκίνησης της διαδρομής θεωρείται ο τελευταίος πελάτης του προηγούμενου προαστίου ( $k-1$ ). Για την περίπτωση του πρώτου προαστίου, ως σημείο εκκίνησης θεωρείται η αρχική θέση του οχήματος ενώ για την περίπτωση του τελευταίου προαστίου, σημείο κατάληξης θεωρείται η αποθήκη.

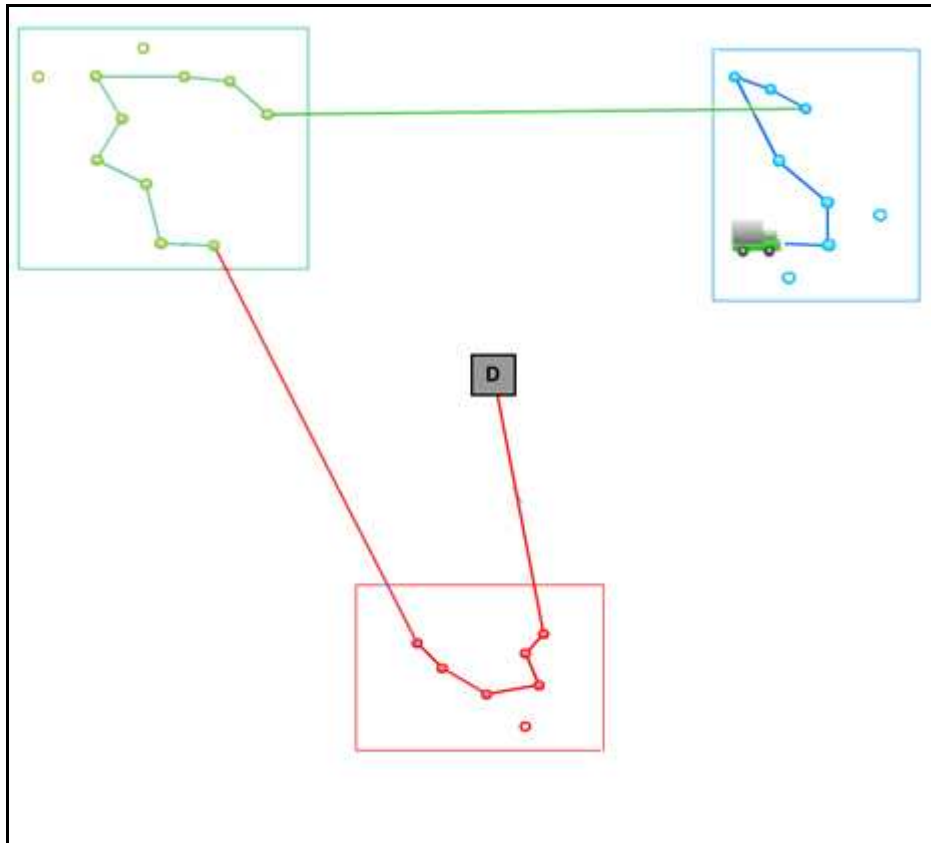


Σχήμα 3.6 Εξασφάλιση συνέχειας στο δρομολόγιο

Για παράδειγμα, στο Σχήμα 3.6 παρουσιάζεται δρομολόγιο οχήματος που ξεκινάει και επισκέπτεται πελάτες χωρικά καταναμημένους σε τρία προάστια. Για κάθε προάστιο λύνεται ένα (Υπο)πρόβλημα Προσανατολισμού το οποίο προσδιορίζει το σύνολο των πελατών προς επίσκεψη και τη σειρά επίσκεψής τους. Τα σημεία εκκίνησης και κατάληξης που αντιστοιχούν σε κάθε υποπρόβλημα είναι τα εξής:

- i. Για το «μπλε» προάστιο (το πρώτο στη σειρά επίσκεψης προαστίων), το σημείο εκκίνησης είναι το σημείο εκκίνησης του οχήματος και το σημείο κατάληξης είναι πελάτης του «μπλε» προαστίου
- ii. Για το «πράσινο» προάστιο, σημείο εκκίνησης είναι ο τελευταίος πελάτης του «μπλε» προαστίου και σημείο κατάληξης είναι ένας πελάτης του «πράσινου» προαστίου.
- iii. Για το «κόκκινο» προάστιο, σημείο εκκίνησης είναι ο τελευταίος πελάτης του «πράσινου» προαστίου και σημείο κατάληξης είναι η αποθήκη.

Η επιλογή του τελευταίου πελάτη κάθε προαστίου ενδέχεται να επηρεάζει σημαντικά την ποιότητα της λύσης. Για παράδειγμα: έστω δύο διαδοχικά προάστια στο ένα εκ' των οποίων εφαρμόζεται και επιλύεται Πρόβλημα Προσανατολισμού (III) χωρίς περιορισμό στον ορισμό του τελικού πελάτη. Όπως αναμένεται (και παρουσιάζεται ενδεικτικά στο Σχήμα 3.7), στον αλγόριθμο δεν λαμβάνεται υπόψη ποιο προάστιο ακολουθεί στη διαδρομή, με αποτέλεσμα να μην επηρεάζεται η επιλογή του τελευταίου πελάτη στη διαδρομή του προαστίου από τη θέση του επόμενου προαστίου. Στη περίπτωση του Σχήματος (3.7) το (υπο)πρόβλημα Προσανατολισμού στο «πράσινο» προάστιο έχει ως σημείο εκκίνησης πελάτη του «μπλε» προαστίου η θέση του οποίου είναι αντιδιαμετρικά αντίθετη από την πλευρά του «πράσινου» προαστίου, οπότε και ο χρόνος μετάβασης από τον πελάτη αυτό στον πρώτο πελάτη του «πράσινου» προαστίου δεν είναι ο ελάχιστος δυνατός.



**Σχήμα 3.7 Πολυπλοκότητα διαδρομής χωρίς την επιβολή περιορισμού στον τελευταίο πελάτη του προαστίου**

Καθίσταται, συνεπώς, συμφέρουσα η επιλογή προ της λύσης κάθε υπό-προβλήματος του τελευταίου προς εξυπηρέτηση πελάτη του τρέχοντος προαστίου. Η πρακτική να επιλεχθεί ως τελευταίος πελάτης ο κοντινότερος στο επόμενο προάστιο δεν είναι, εν γένει, κατάλληλη καθώς ο πελάτης αυτός ενδέχεται να μην έχει σημαντικό κέρδος για τη συνολική διαδρομή. Η παρακάτω μέθοδος (Νινίκας ,2005) αντιμετωπίζει αυτό το θέμα:

- i. Αρχικά επιλέγονται οι τέσσερις πελάτες που αντιστοιχούν στην πλησιέστερη απόσταση από το κέντρο μάζας του επόμενου προαστίου.
- ii. Στη συνέχεια αντιστοιχείται σε κάθε έναν τους επιλεχθέντες πελάτες η τιμή του μέτρου καταλληλότητας (*desirability measure*) της Εξ. (3.13)
- iii. Ο πελάτης με το υψηλότερο μέτρο καταλληλότητας επιλέγεται ως ο επιθυμητός τελευταίος πελάτης στη διαδρομή της συγκεκριμένης ομάδας
- iv. Για το τελευταίο προάστιο στη σειρά επίσκεψης, ως τελικός προορισμός στο *Πρόβλημα Προσανατολισμού* ορίζεται η αποθήκη.

Ως χρονικός ορίζοντας για την λύση του (υπο)προβλήματος προσανατολισμού σε κάθε προάστιο θεωρείται ο διαθέσιμος χρόνος  $\theta_k$ , Εξίσωση (3.20). Επίσης, λαμβάνονται υπόψη όλοι οι πελάτες του προαστίου  $k$ , ο πίνακας αποστάσεων μεταξύ τους, η μετρική κέρδους του κάθε πελάτη και οι χρόνοι εξυπηρέτησης αυτών. Όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενη ενότητα, για τη δημιουργία του πίνακα αποστάσεων, σε κάθε απόσταση  $c_{ij}$  προστίθεται και ο χρόνος εξυπηρέτησης του πελάτη  $j$ , δηλαδή το κάθε στοιχείο του πίνακα αποστάσεων ισούται με  $c_{ij} + s_j$ .

Για την βελτίωση της ποιότητας της τελικής λύσης, ο υπολειπόμενος χρόνος του οχήματος από την εξυπηρέτηση κάθε προαστίου (εάν το όχημα δεν εξαντλεί εντελώς το χρόνο  $\theta_k$ ) προστίθεται στον διαθέσιμο χρόνο του επόμενου προαστίου. Για την επίλυση των υπο-προβλημάτων χρησιμοποιείται ο *S-algorithm* που προτάθηκε από τον Tsiligirides (1984). Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος βασίζεται σε στοχαστική επιλογή των πελατών του δρομολογίου και περιγράφεται παρακάτω.

### **Στοχαστικός Αλγόριθμος S-algorithm**

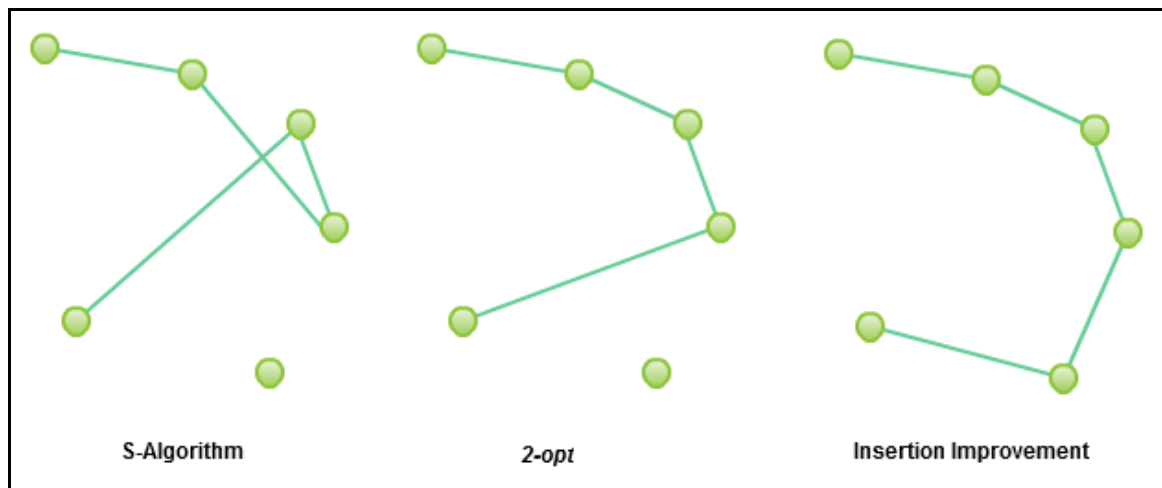
Ο Στοχαστικός Αλγόριθμος (*Stochastic algorithm, S-algorithm*) βασίζεται στη μέθοδο Monte Carlo στην οποία παράγεται ένας μεγάλος αριθμός λύσεων (δρομολογίων) και επιλέγεται η βέλτιστη από τις λύσεις αυτές. Το δρομολόγιο κάθε προαστίου κατασκευάζεται στη διαδρομή αναθέτοντας σε κάθε κόμβο  $j$  που δεν έχει εισαχθεί στο δρομολόγιο αυτό το μέτρο καταλληλότητας (*desirability measure*)  $A_j$  της Εξ. (3.13) όπου  $i$  ο τελευταίος κόμβος που έχει εισαχθεί στη διαδρομή. Οι τέσσερις, προς επίσκεψη, κόμβοι με τις υψηλότερες τιμές  $A_j$  ορίζουν σύνολο κορυφών  $U_j$ . Στη συνέχεια υπολογίζονται οι πιθανότητες εισαγωγής του πελάτη  $j$  στο δρομολόγιο μετά τον πελάτη  $i$ :

$$P_{ij} = \frac{A_{ij}}{\sum A_{ij}}, j \in U_j \quad (3.21)$$

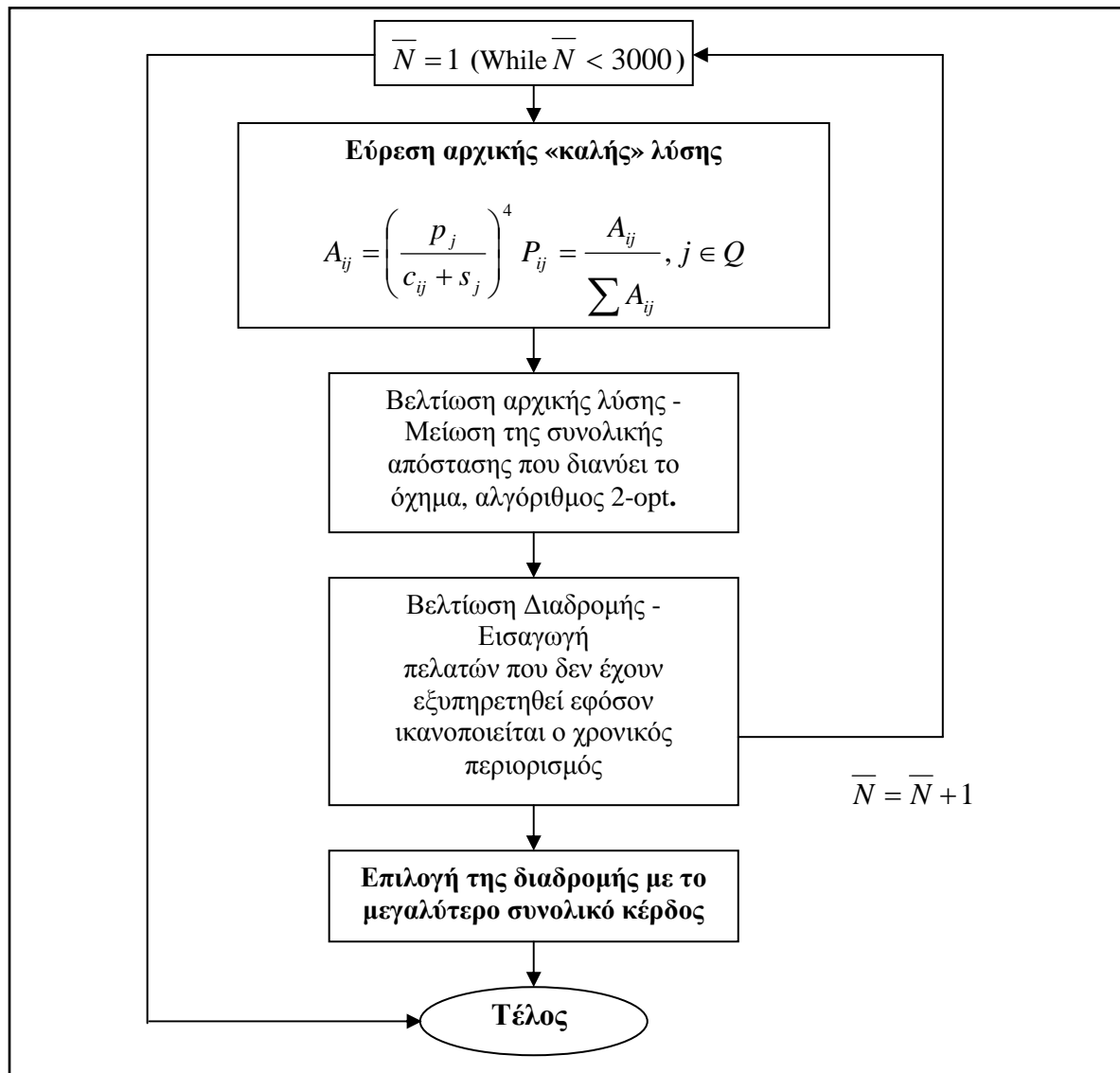
Το νέο σημείο  $j$  που θα εισαχθεί στην διαδρομή επιλέγεται τυχαία με βάση τις πιθανότητες  $P_{ij}$ . Αυτή η διαδικασία εισαγωγής επαναλαμβάνεται μέχρι κανένα

επιπρόσθετο σημείο να μπορεί να συμπεριληφθεί στη διαδρομή χωρίς να παραβιάζει τον περιορισμό του συνολικού χρονικού ορίζοντα.

Χρησιμοποιώντας αυτή την τεχνική παράγονται  $\bar{N}$  διαδρομές (π.χ.  $\bar{N} = 3000$ ) και ως τελική λύση επιλέγεται εκείνη που αντιστοιχεί στο μέγιστο συνολικό κέρδος. Τέλος, ο αλγόριθμος βελτιώνει την επιλεγθείσα λύση χρησιμοποιώντας την μέθοδο *2-opt* και, εάν εξοικονομείται με τον τρόπο αυτό χρόνος, εισάγονται πελάτες στο δρομολόγιο (με κριτήριο το ελάχιστο κόστος εισαγωγής) μέχρι να εξαντληθεί ο χρόνος αυτός. Ο αλγόριθμος περιγράφεται σχηματικά στο Σχήμα 3.8 και περιγράφεται στο παρακάτω διάγραμμα ροής [Σχήμα (3.9)].

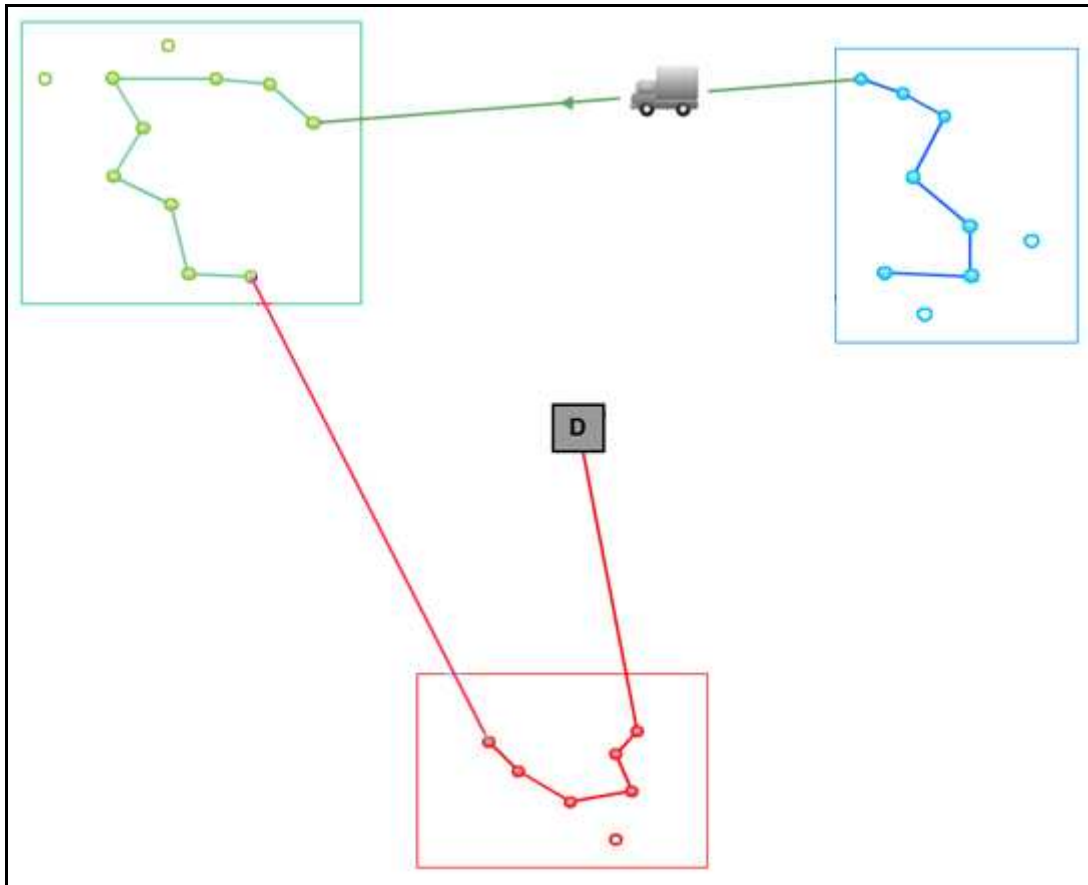


Σχήμα 3.8 Σχηματική περιγραφή των τριών βασικών λειτουργιών του στοχαστικού αλγορίθμου



Σχήμα 3.9 Διάγραμμα ροής για την επίλυση του υπο-προβλήματος σε κάθε ομάδα πελατών

Στο Σχήμα 3.10 παρατίθεται ένα παράδειγμα επίλυσης Προβλήματος Καθυστέρησης Οχήματος μετά την περάτωση όλων των σταδίων επίλυσης του ΠΚΟ.



Σχήμα 3.10 Παράδειγμα τελικής διαδρομής με την περάτωση του αλγορίθμου (3 προάστια)

Στο παραπάνω σχήμα, σε κάθε ένα από τα τρία προάστια επιλύεται ένα *Πρόβλημα Προσανατολισμού* («μπλε», «πράσινο» και «κόκκινο»). Για την εξασφάλιση της συνέχειας του δρομολογίου, το σημείο εκκίνησης κάθε προαστίου είναι ο τελευταίος πελάτης του προηγούμενου προαστίου. Στην περίπτωση του Σχήματος 3.10, ο τελευταίος πελάτης του «μπλε» και του «κόκκινου» προαστίου έχουν επιλεγεί με τον τρόπο που περιγράφηκε στο Στάδιο 4 της Ενότητας 3.2.2. Μετά την λύση των υποπροβλημάτων εφαρμόζεται αλγόριθμος *2-opt* (Lin, 1965) για περαιτέρω εξοικονόμηση χρόνου. Στο τέλος, εκμεταλλευόμενοι την εξοικονόμηση χρόνου, εισάγονται πελάτες (από οποιοδήποτε προάστιο) στο δρομολόγιο με βάση το ελάχιστο κόστος εισαγωγής τους στο δρομολόγιο.

### 3.3. ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

Η προτεινόμενη μέθοδος εφαρμόστηκε σε πρότυπα παραδείγματα που περιλαμβάνουν (α) σχετικά περιορισμένο αριθμό πελατών (40 πελάτες) και (β) μεγάλο αριθμό πελατών (99 πελάτες).

#### 3.3.1. Πρότυπα Προβλήματα

Για την δημιουργία των πρότυπων προβλημάτων, επιλέχτηκε χωρικό πλαίσιο  $10 \text{ km}^2$  και κατασκευάστηκαν πέντε διαφορετικά προβλήματα, κάθε ένα εκ των οποίων έχει διαφορετική ποιότητα ομαδοποίησης (*Quality of Clustering*, *QoC*). Τα προβλήματα υπό μελέτη δημιουργήθηκαν ώστε να προσομοιάζουν πραγματικές περιπτώσεις αστικών διανομών. Τα δεδομένα των πελατών σε κάθε πρόβλημα παράγονται τυχαία. Η ποιότητα ομαδοποίησης ορίζεται από την σχέση Davies-Bouldin (Davies & Bouldin, 1979):

$$Q = \frac{1}{\nu} \sum_{k=1}^{\nu} \max_{k \neq i} \left\{ \frac{\theta_k + \theta_i}{c_{ki}} \right\} \quad (3.22)$$

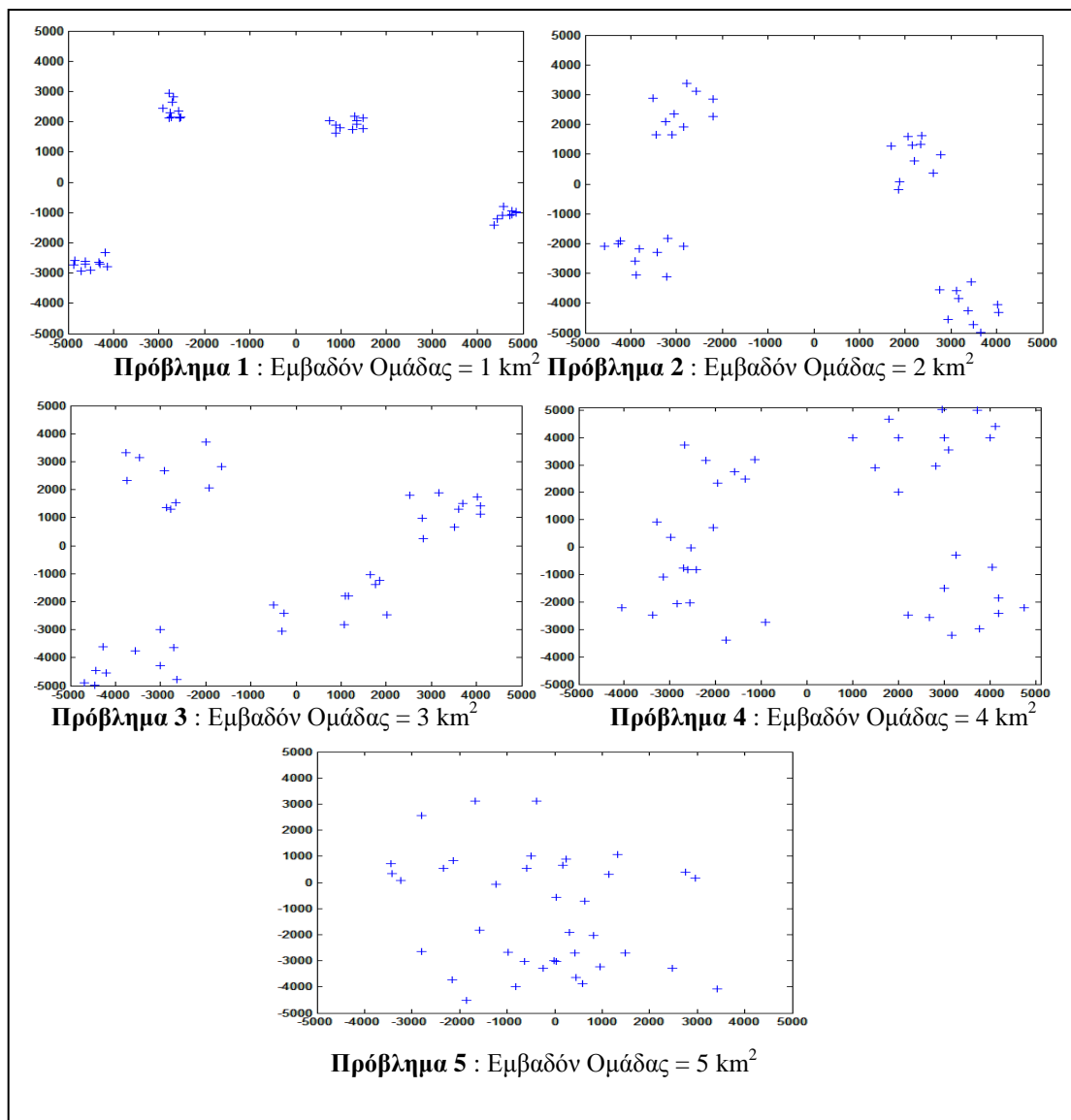
όπου  $c_{ki}$  είναι η διαπροαστιακή (*intercluster*) απόσταση μεταξύ των κέντρων μάζας του προαστίου  $k$  και του προαστίου  $i$ ,  $\theta_k$  είναι η ενδοπροαστιακή (*intracluster*) απόσταση του προαστίου  $k$ ,  $\theta_i$  είναι η ενδοπροαστιακή (*intracluster*) απόσταση του προαστίου  $i$  και τέλος,  $\nu$  είναι ο αριθμός των προαστίων/ομάδων. Για τον ορισμό της ενδοπροαστιακής απόστασης των πειραματικών δεδομένων θεωρούμε τη μέση τιμή όλων των αποστάσεων ανά ζεύγος πελατών του προαστίου.

Μικρές τιμές του  $Q$  αντιστοιχούν σε πολύ καλά ομαδοποιημένους πελάτες (οι ομάδες πελατών είναι συγκεντρωμένες σε μικρό γεωγραφικό χώρο και τα κέντρα τους είναι μακριά το ένα από το άλλο), ενώ αντίθετα μεγάλες τιμές του  $Q$  αντιστοιχούν σε μη διακριτά ομαδοποιημένους πελάτες.

#### Πρότυπα προβλήματα που αφορούν 40 πελάτες

Στο Σχήμα 3.11 κάθε πρόβλημα αποτελείται από 40 πελάτες, επιπλέον του αρχικού σημείου εκκίνησης του οχήματος και του σημείου της αποθήκης, και περιλαμβάνει

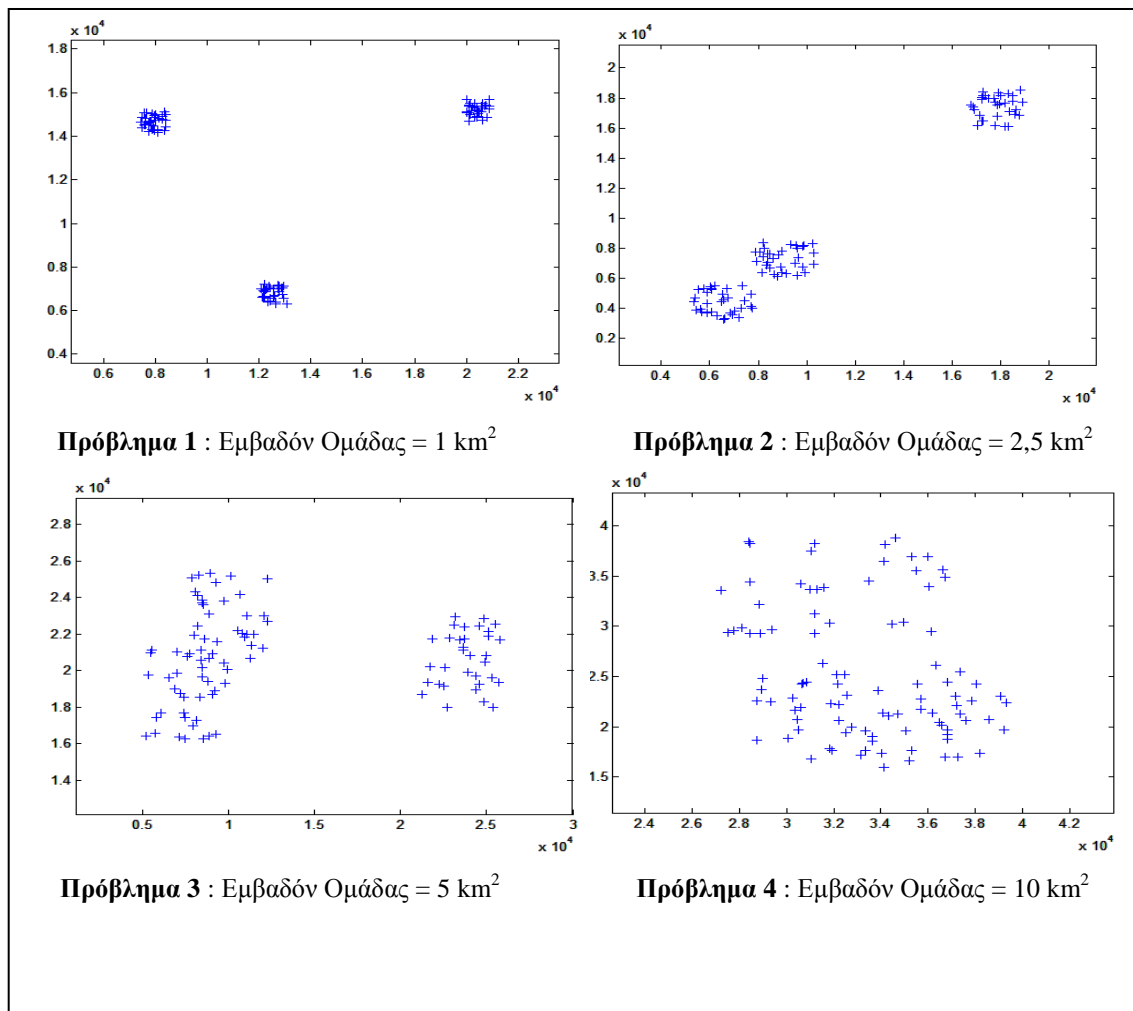
τέσσερις (4) ομάδες πελατών (clusters-προάστια). Η ποιότητα ομαδοποίησης (QoC) των πελατών μεταβάλλεται με παράμετρο που ονομάζουμε «εμβαδόν ομάδας», δηλαδή το εμβαδόν του μικρότερου τετραγώνου που περικλείει τους πελάτες του προαστίου. Για παράδειγμα στο Σχήμα 3.11 οι πελάτες του Προβλήματος 1 περικλείονται από τετράγωνο πλευράς  $D = 1km$ , οι πελάτες του Προβλήματος 2 περικλείονται από τετράγωνο πλευράς  $D = 2km$  κ.ο.κ. Στην περίπτωση του Προβλήματος 1, τα προάστια διακρίνονται ξεκάθαρα (χαμηλή τιμή του  $D$  και χαμηλή τιμή του  $Q$ ) ενώ αντίθετα στην περίπτωση 5, δεν διακρίνεται η ομαδοποίηση μεταξύ των πελατών (υψηλή τιμή του  $D$  και υψηλή τιμή του  $Q$ ).



Σχήμα 3.11 Πρότυπα προβλήματα για την σύγκριση του προτεινόμενου αλγορίθμου με τον αλγόριθμο του Tsiligirides (1984)

### Πρότυπα προβλήματα που αφορούν 99 πελάτες

Στην περίπτωση αυτή δημιουργήθηκαν τέσσερα (4) πρότυπα προβλήματα. Κάθε πρόβλημα περιλαμβάνει 99 πελάτες που τοποθετούνται σε χωρικό πλαίσιο των  $20 \text{ km}^2$  (βλ. Σχήμα 3.12). Ο αριθμός των προαστίων ισούται με τρία. Στο πρώτο πρόβλημα, οι πελάτες του περικλείονται από τετράγωνο πλευράς  $D = 1 \text{ km}$ , οι πελάτες του Προβλήματος 2 περικλείονται από τετράγωνο πλευράς  $D = 2,5 \text{ km}$  κοκ. Στην περίπτωση του Προβλήματος 1, τα προάστια διακρίνονται ξεκάθαρα (χαμηλή τιμή του  $D$  και χαμηλή τιμή του  $Q$ ) ενώ αντίθετα στην περίπτωση 4, δεν διακρίνεται η ομαδοποίηση μεταξύ των πελατών (υψηλή τιμή του  $D$  και υψηλή τιμή του  $Q$ ).



Σχήμα 3.12 Πρότυπα προβλήματα για την σύγκριση του προτεινόμενου αλγορίθμου με τον υφιστάμενο αλγόριθμο

### 3.3.2. Αποτελέσματα Πειραματικής Διερεύνησης

Ο αλγόριθμος της χωρικής και χρονικής αποσύνθεσης κωδικοποιήθηκε σε περιβάλλον MATLAB 7.0 της Mathworks σε υπολογιστή Pentium IV με ταχύτητα επεξεργαστή 2.6 GHz και μνήμη RAM 512 MB. Για την αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας της προτεινόμενης μεθόδου χωρικής και χρονικής αποσύνθεσης, τα Αποτελέσματα της μεθόδου στα παραπάνω πειραματικά δεδομένα συγκρίνονται με αυτά του αλγορίθμου του Tsiligirides (1984). Ο τελευταίος κωδικοποιήθηκε στο ίδιο προγραμματιστικό περιβάλλον.

#### Πρότυπα προβλήματα που αφορούν 40 πελάτες

Στους Πίνακες 3.1 μέχρι 3.5 παρουσιάζονται τα Αποτελέσματα της προτεινόμενης μεθόδου σε σχέση με τα Αποτελέσματα της μεθόδου του Tsiligirides (μονοδιάστατη λύση του προβλήματος χωρίς χωρική και χρονική αποσύνθεση) όσον αφορά το κέρδος της διανομής και τον υπολογιστικό χρόνο για τα πέντε πρότυπα προβλήματα του Σχήματος 3.13.

Η Στήλη 1 του πίνακα αναφέρεται στον αύξοντα αριθμό του πειράματος. Η Στήλη 2 αναφέρεται στο χρόνο που έχει στην διάθεση του το όχημα για την ολοκλήρωση του δρομολογίου. Για παράδειγμα, η τιμή  $T_{\max}$  (%) = 100 αναφέρεται στο χρόνο στον οποίο και οι δύο μέθοδοι μπορούν να επισκεφθούν όλους τους πελάτες του υπό μελέτη πρότυπου προβλήματος. Η Στήλη 3 αναφέρεται στο κέρδος που αποκομίζει το όχημα από το δρομολόγιο με την προτεινόμενη μέθοδο της χωρικής και χρονικής αποσύνθεσης. Η Στήλη 4 αναφέρεται στον υπολογιστικό χρόνο που απαιτείται για την λύση του προβλήματος με την προτεινόμενη μέθοδο. Αντίστοιχα, οι Στήλες 5 και 6 αναφέρονται στο κέρδος του οχήματος από το δρομολόγιο και τον υπολογιστικό χρόνο που απαιτεί η μονοδιάστατη μέθοδος του Tsiligirides. Η Στήλη 7 αναφέρεται στη ποσοστιαία απόκλιση του κέρδους της προτεινόμενης μεθόδου σε σχέση με την μέθοδο του Tsiligirides. Για παράδειγμα, αν η προτεινόμενη μέθοδος έχει κέρδος ίσο με  $P_a$  και η μέθοδος του Tsiligirides έχει κέρδος ίσο με  $P_b$ , η ποσοστιαία απόκλιση κέρδους της μεθόδου του Tsiligirides σε σχέση με την προτεινόμενη είναι  $\frac{P_a - P_b}{P_a}$ .

Τέλος, η Στήλη 8 αναφέρεται στην ποσοστιαία διαφορά του υπολογιστικού χρόνου της προτεινόμενης μεθόδου σε σχέση με αυτή του αλγορίθμου του Tsiligirides.

**Πίνακας 3.1 Περίπτωση 1 ( $D = 1km$ ) - Διακριτές ομάδες με πολύ καλή ποιότητα ομαδοποίησης (Quality of Clustering QoC=1)**

A/A	$T_{max}$ (%)	ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗ ΜΕΘΟΔΟΣ		Tsiligirides		Απόκλιση Κέρδους Tsiligirides(%)	Απόκλιση Χρόνου Tsiligirides (%)
		ΚΕΡΔΟΣ	sec	ΚΕΡΔΟΣ	sec		
1	100	<b>1164,2</b>	72,42	<b>1164,2</b>	73,81	0,0%	<b>1,92%</b>
2	95	<b>1141,1</b>	56,99	1058,9	70,1	<b>7,2%</b>	<b>23,00%</b>
3	90	<b>1035,7</b>	45,84	1030,1	66,14	<b>0,5%</b>	<b>44,28%</b>
4	85	<b>825,7</b>	41,46	816,8	62,46	<b>1,1%</b>	<b>50,65%</b>
5	81	<b>816,8</b>	44,48	<b>816,8</b>	57,27	0,0%	<b>28,75%</b>
6	77	<b>816,8</b>	43,98	<b>816,8</b>	53,87	0,0%	<b>22,49%</b>
7	73	<b>816,8</b>	32,53	<b>816,8</b>	50,05	0,0%	<b>53,86%</b>
8	69	<b>816,8</b>	29,55	<b>816,8</b>	45,98	0,0%	<b>55,60%</b>
9	66	<b>813,03</b>	36,48	<b>813,03</b>	54,81	0,0%	<b>50,25%</b>
10	63	<b>801,05</b>	37,94	789,32	45,22	<b>1,5%</b>	<b>19,19%</b>
11	59	<b>776,57</b>	33,15	719,34	46,31	<b>7,4%</b>	<b>39,70%</b>
12	56	<b>739,1</b>	30,52	719,34	42,61	<b>2,7%</b>	<b>39,61%</b>
13	51	<b>719,34</b>	28,54	<b>719,34</b>	41,98	0,0%	<b>47,09%</b>

**Πίνακας 3.2 Περίπτωση 2 ( $D = 2km$ ) - Διακριτές ομάδες με καλή ποιότητα ομαδοποίησης (Quality of Clustering QoC=2)**

A/A	$T_{max}$ (%)	ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗ ΜΕΘΟΔΟΣ		TSILIGIRIDES		Απόκλιση Κέρδους Tsiligirides(%)	Απόκλιση Χρόνου Tsiligirides (%)
		ΚΕΡΔΟΣ	Sec	ΚΕΡΔΟΣ	Sec		
1	100	<b>912,5</b>	64,2	<b>912,5</b>	68,5	0,00%	<b>6,70%</b>
2	95	<b>866,2</b>	48,7	864,7	67,4	<b>0,20%</b>	<b>38,40%</b>
3	90	<b>728,2</b>	44,6	711,2	65,9	<b>2,30%</b>	<b>47,76%</b>
4	85	<b>711,7</b>	39,2	<b>711,7</b>	63,6	0,00%	<b>62,24%</b>
5	81	<b>711,7</b>	34,3	<b>711,7</b>	61,8	0,00%	<b>80,17%</b>
6	77	<b>711,7</b>	42,2	<b>711,7</b>	57,3	0,00%	<b>35,78%</b>
7	73	<b>711,7</b>	39,5	678,8	51,8	<b>4,60%</b>	<b>31,14%</b>
8	69	<b>610,4</b>	34,8	572,3	46,8	<b>6,20%</b>	<b>34,48%</b>
9	66	<b>487,1</b>	32,4	466,2	41,7	<b>4,30%</b>	<b>28,70%</b>
10	63	<b>487,1</b>	31,9	<b>487,1</b>	36,8	0,00%	<b>15,36%</b>
11	59	<b>487,1</b>	27,2	466,2	32,1	<b>4,30%</b>	<b>18,01%</b>
12	56	<b>455,3</b>	25,4	<b>455,3</b>	30,9	0,00%	<b>21,65%</b>
13	51	<b>401,2</b>	24,3	<b>401,2</b>	30,4	0,00%	<b>25,10%</b>

Πίνακας 3.3 Περίπτωση 3 ( $D = 3km$ ) - Διακριτές ομάδες με μέτρια ποιότητα ομαδοποίησης (Quality of Clustering QoC=3)

A/A	Tmax (%)	ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗ ΜΕΘΟΔΟΣ		TSILIGIRIDES		Απόκλιση Κέρδους Tsiligirides(%)	Απόκλιση Χρόνου Tsiligirides (%)
		ΚΕΡΔΟΣ	Sec	ΚΕΡΔΟΣ	Sec		
1	100	<b>992</b>	55,43	<b>992</b>	65,82	0,00%	<b>18,74%</b>
2	95	920,6	46,07	<b>934,1</b>	62,39	-1,50%	<b>35,42%</b>
3	90	<b>851,6</b>	42,81	<b>851,6</b>	58,64	0,00%	<b>36,98%</b>
4	85	<b>805,7</b>	42,08	801,5	54,47	0,50%	<b>29,44%</b>
5	81	<b>789,1</b>	37,87	769,7	52,08	<b>2,50%</b>	<b>37,52%</b>
6	77	<b>726,9</b>	39,76	<b>726,9</b>	49,14	0,00%	<b>23,59%</b>
7	73	<b>691,3</b>	42,7	<b>691,3</b>	46,9	0,00%	<b>9,84%</b>
8	69	<b>691,3</b>	37,06	<b>691,3</b>	45,43	0,00%	<b>22,58%</b>
9	66	612,8	30,4	<b>631,1</b>	43,85	-3,00%	<b>44,24%</b>
10	63	584,4	30,19	<b>589,4</b>	42,69	-0,90%	<b>41,40%</b>
11	59	529,1	29,07	<b>535,1</b>	40,06	-1,10%	<b>37,81%</b>
12	56	476,8	26,43	<b>482,8</b>	38,52	-1,30%	<b>45,74%</b>
13	51	<b>435</b>	25,89	<b>435</b>	38,12	0,00%	<b>47,24%</b>

Πίνακας 3.4 Περίπτωση 4 ( $D = 4km$ ) - Σχεδόν διακριτές ομάδες πελατών (Quality of Clustering QoC=4)

A/A	Tmax (%)	ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗ ΜΕΘΟΔΟΣ		TSILIGIRIDES		Απόκλιση Κέρδους Tsiligirides(%)	Απόκλιση Χρόνου Tsiligirides (%)
		ΚΕΡΔΟΣ	Sec	ΚΕΡΔΟΣ	Sec		
1	100	<b>1020</b>	72,27	<b>1020</b>	75,78	0,00%	<b>4,86%</b>
2	95	961,2	63,72	956,5	72,66	<b>0,50%</b>	<b>14,03%</b>
3	90	845,1	60,18	<b>858,8</b>	72,28	-1,60%	<b>20,11%</b>
4	85	778,7	56,05	<b>799,8</b>	69,26	-2,70%	<b>23,57%</b>
5	81	749	56,75	<b>765,9</b>	68,17	-2,30%	<b>20,12%</b>
6	77	668,9	51,66	<b>694,3</b>	66,95	-3,80%	<b>29,60%</b>
7	73	<b>589</b>	51,73	<b>589</b>	65,16	0,00%	<b>25,96%</b>
8	69	584	49,07	<b>589</b>	62,95	-0,90%	<b>28,29%</b>
9	66	533,3	49	<b>533,3</b>	60,77	0,00%	<b>24,02%</b>
10	63	463,1	35,22	<b>486,5</b>	58,81	-5,10%	<b>66,98%</b>
11	59	413	36,84	<b>416,7</b>	54,68	-0,90%	<b>48,43%</b>
12	56	<b>402,2</b>	34,38	397,5	50,66	<b>1,20%</b>	<b>47,35%</b>
13	51	364	30,43	<b>364</b>	46,32	0,00%	<b>52,22%</b>

Πίνακας 3.5 Περίπτωση 5 ( $D = 5km$ ) - Μη διακριτές ομάδες πελατών, επικαλυπτόμενες (Quality of Clustering QoC=5)

A/A	Tmax (%)	ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗ ΜΕΘΟΔΟΣ		TSILIGIRIDES		Απόκλιση Κέρδους Tsiligirides(%)	Απόκλιση Χρόνου Tsiligirides (%)
		ΚΕΡΔΟΣ	Sec	ΚΕΡΔΟΣ	Sec		
1	100	<b>991</b>	57,92	<b>991</b>	68,73	0,00%	<b>18,66%</b>
2	95	950,6	54,2	<b>974,6</b>	65,33	-2,50%	<b>20,54%</b>
3	90	840,4	51,82	<b>897,3</b>	63,23	-6,80%	<b>22,02%</b>
4	85	798,9	52,03	<b>852,1</b>	61,94	-6,70%	<b>19,05%</b>
5	81	778,7	50,56	<b>809,4</b>	59,65	-3,90%	<b>17,98%</b>
6	77	751,5	48,66	<b>754,1</b>	57,41	-0,30%	<b>17,98%</b>
7	73	692,1	43,79	<b>710,9</b>	55,1	-2,70%	<b>25,83%</b>
8	69	636,7	42,07	<b>672,1</b>	52,3	-5,60%	<b>24,32%</b>
9	66	608,2	42,25	<b>628,8</b>	49,88	-3,40%	<b>18,06%</b>
10	63	586,8	38,18	<b>587,2</b>	46,87	-0,10%	<b>22,76%</b>
11	59	547,4	36,63	<b>550,3</b>	44,98	-0,50%	<b>22,80%</b>
12	56	<b>507,4</b>	33,79	<b>507,4</b>	42,83	0,00%	<b>26,75%</b>
13	51	<b>488,7</b>	30,12	<b>488,7</b>	41,65	0,00%	<b>38,28%</b>

### Πρότυπα προβλήματα που αφορούν 99 πελάτες

Στους Πίνακες (3.6) μέχρι και (3.9) παρατίθενται τα Αποτελέσματα της πειραματικής διερεύνησης για τα τέσσερα προβλήματα του Σχήματος (3.12). Οι στήλες των Πινάκων είναι ακριβώς ίδιες με αυτές των Πινάκων που αφορούν τα πρότυπα προβλήματα με 40 πελάτες.

**Πίνακας 3.6 Περίπτωση 1 ( $D = 1km$ ) - Διακριτές ομάδες με πολύ καλή ποιότητα ομαδοποίησης (Quality of Clustering QoC=1)**

A/A	Tmax (%)	ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗ ΜΕΘΟΔΟΣ		TSILIGIRIDES		Απόκλιση Κέρδους Tsiligirides(%)	Απόκλιση Χρόνου Tsiligirides (%)
		ΚΕΡΔΟΣ	Sec	ΚΕΡΔΟΣ	Sec		
1	100	<b>5099,79</b>	418,89	<b>5099,79</b>	531,84	0,00%	<b>26,96%</b>
2	80	<b>3392,57</b>	407,43	3265,91	624,44	<b>3,70%</b>	<b>53,26%</b>
3	60	<b>3218,59</b>	312,32	2861,28	467,87	<b>11,10%</b>	<b>49,80%</b>
4	50	<b>1679,42</b>	224,87	1586,49	475,48	<b>5,50%</b>	<b>111,45%</b>
5	40	<b>1679,42</b>	198,21	1586,49	377,16	<b>5,50%</b>	<b>90,28%</b>

**Πίνακας 3.7 Περίπτωση 2 ( $D = 2,5km$ ) - Διακριτές ομάδες με καλή ποιότητα ομαδοποίησης (Quality of Clustering QoC=2)**

A/A	T <sub>max</sub>	ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗ ΜΕΘΟΔΟΣ		TSILIGIRIDES		Απόκλιση Κέρδους Tsiligirides(%)	Απόκλιση Χρόνου Tsiligirides (%)
		ΚΕΡΑΟΣ	Sec	ΚΕΡΑΟΣ	Sec		
1	100	<b>4664,51</b>	387,43	<b>4664,51</b>	519,28	0,00%	<b>34,03%</b>
2	80	<b>3135,68</b>	321,56	<b>3135,68</b>	500,42	0,00%	<b>55,62%</b>
3	60	<b>2298,65</b>	257,75	2199,72	417,93	<b>4,30%</b>	<b>62,15%</b>
4	50	1982,34	184,23	<b>2088,25</b>	400,65	-5,30%	<b>117,47%</b>
5	40	<b>1585,84</b>	150,65	<b>1582,29</b>	343,76	0,20%	<b>128,18%</b>

Πίνακας 3.8 Περίπτωση 3 ( $D = 5km$ ) - Διακριτές ομάδες με μεσαία ποιότητα ομαδοποίησης (Quality of Clustering QoC=3)

A/A	T <sub>max</sub>	ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗ ΜΕΘΟΔΟΣ		TSILIGIRIDES		Απόκλιση Κέρδους Tsiligirides(%)	Απόκλιση Χρόνου Tsiligirides (%)
		ΚΕΡΑΟΣ	Sec	ΚΕΡΑΟΣ	Sec		
1	100	<b>5276,98</b>	487,96	<b>5276,98</b>	540,01	0,00%	<b>10,67%</b>
2	80	<b>4176,59</b>	400,23	4024,11	524,73	<b>3,70%</b>	<b>31,11%</b>
3	60	2894,76	346,9	<b>3594,65</b>	499,77	-24,2%	<b>44,07%</b>
4	50	2894,76	316,78	<b>3036,95</b>	453,88	-4,90%	<b>43,28%</b>
5	40	<b>2465,79</b>	215,65	2324,08	390,76	<b>5,70%</b>	<b>81,20%</b>

Πίνακας 3.9 Περίπτωση 4 ( $D = 10km$ ) - Μη διακριτές ομάδες πελατών, επικαλυπτόμενες (Quality of Clustering QoC=4)

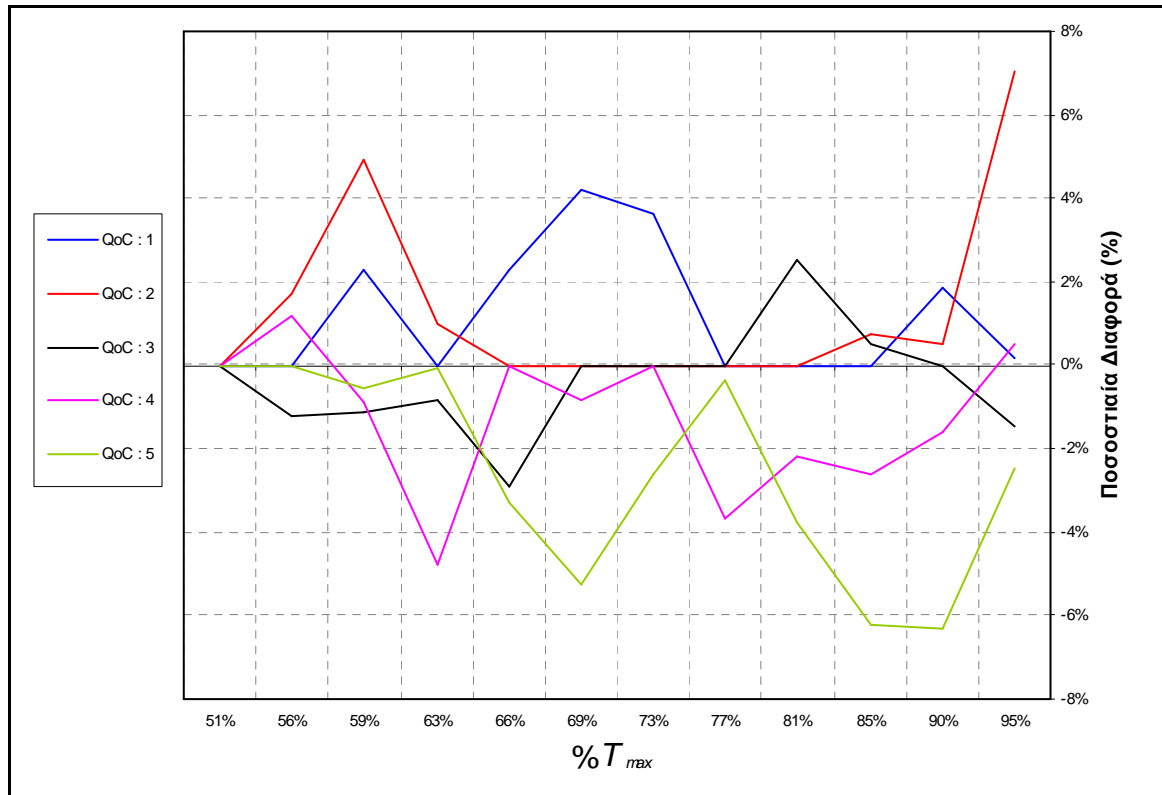
A/A	T <sub>max</sub>	ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗ ΜΕΘΟΔΟΣ		TSILIGIRIDES		Απόκλιση Κέρδους Tsiligirides(%)	Απόκλιση Χρόνου Tsiligirides (%)
		ΚΕΡΑΟΣ	Sec	ΚΕΡΑΟΣ	Sec		
1	100	<b>4913,39</b>	458,45	<b>4913,39</b>	568,87	0,00%	<b>24,09%</b>
2	80	<b>4215,4</b>	421,43	4074,12	494,21	<b>3,40%</b>	<b>17,27%</b>
3	60	<b>2756,8</b>	364,12	<b>2756,8</b>	433,99	0,00%	<b>19,19%</b>
4	50	2065,89	220,03	<b>2266,47</b>	367,83	-9,70%	<b>67,17%</b>
5	40	1375,43	210,75	<b>1726,3</b>	291,13	-25,5%	<b>38,14%</b>

### 3.3.3. Σύγκριση Αλγορίθμων και Αξιολόγηση Πειραμάτων

#### Πρότυπα προβλήματα που αφορούν 40 πελάτες

Όσον αφορά την ποιότητα λύσης, τα Αποτελέσματα των Πινάκων (3.1) μέχρι (3.5) συνοψίζονται στο Σχήμα (3.13). Οι θετικές τιμές του άξονα  $y$  δηλώνουν ότι οι λύσεις

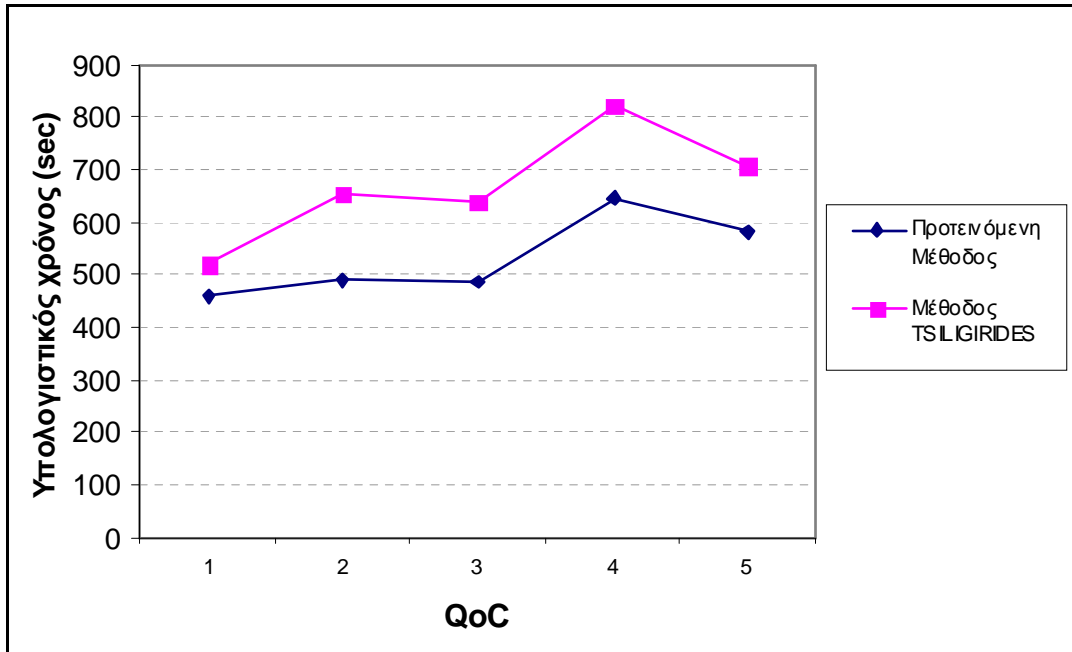
του προτεινόμενου αλγορίθμου είναι ανώτερες από αυτές του αλγορίθμου του Tsiligirides, ενώ οι αρνητικές τιμές δηλώνουν ότι ο προτεινόμενος αλγόριθμος υστερεί.



Σχήμα 3.13 Ποσοστιαία (%) διαφορά κέρδους μεταξύ των δύο συγκρινόμενων αλγορίθμων

Συμφωνά με το Σχήμα (3.13), ο προτεινόμενος αλγόριθμος υπερτερεί όσον αφορά την ποιότητα λύσης σε σχέση με τον αλγόριθμο του Tsiligirides σε προβλήματα που παρουσιάζουν από πολύ καλή έως καλή ομαδοποίηση πελατών σε ολόκληρο το φάσμα του συνολικού διαθέσιμου χρονικού ορίζοντα. Για προβλήματα με μέτρια ποιότητα ομαδοποίησης, ο προτεινόμενος αλγόριθμος παρουσιάζει παρόμοια Αποτελέσματα με αυτόν του Tsiligirides. Μόνο στην περίπτωση όπου οι ομάδες πελατών δεν είναι διακριτές, ο προτεινόμενος αλγόριθμος υστερεί συγκριτικά με τον μονοδιάστατο αλγόριθμο του Tsiligirides.

Στο Σχήμα (3.14), παρουσιάζεται το άθροισμα των υπολογιστικών χρόνων για κάθε τιμή της μεταβλητής  $T_{max}$ . Ο συνολικός αυτός χρόνος δίδεται ξεχωριστά ανά πρόβλημα και μέθοδο.



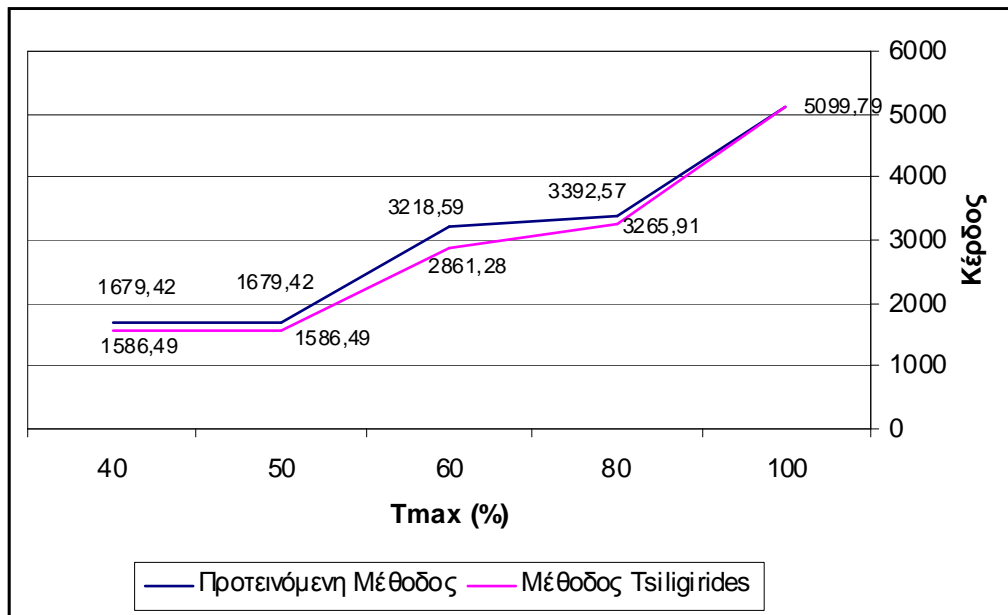
Σχήμα 3.14 Απαιτούμενος υπολογιστικός χρόνος (αθροιστικά για κάθε τιμή του  $T_{max}$ ) των δύο αλγορίθμων αλγορίθμων σε σχέση με την ποιότητα ομαδοποίησης

Από το σχήμα αυτό συμπεραίνεται πως το ποσοστό εξοικονόμησης υπολογιστικού χρόνου με την προτεινόμενη μέθοδο κυμαίνεται από 12% έως 26%, γεγονός που οφείλεται στη μείωση της πολυπλοκότητας του προβλήματος λόγω της ομαδοποίησης.

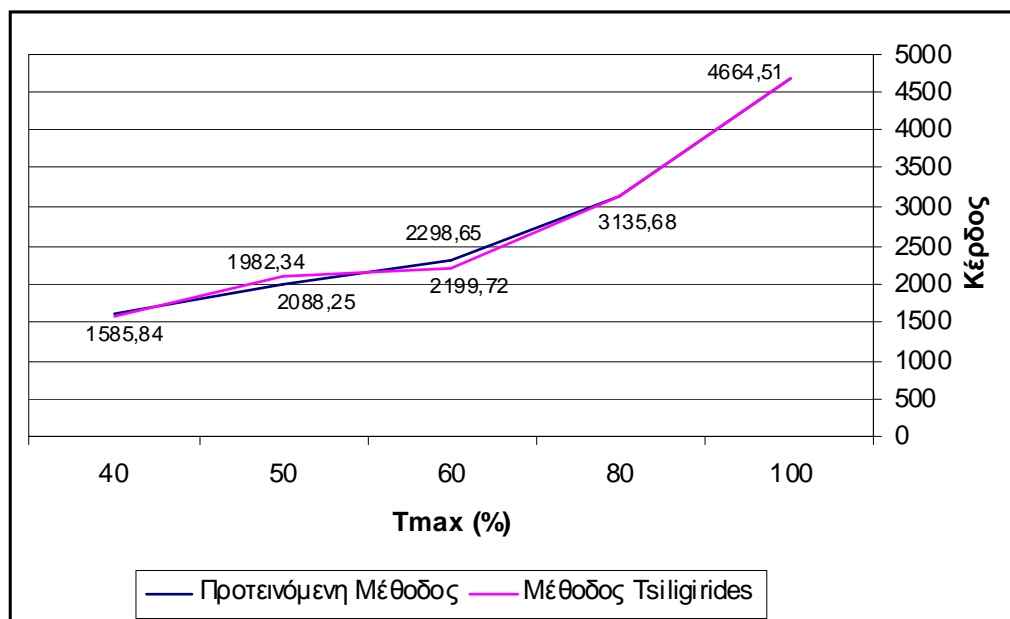
### Πρότυπα προβλήματα που αφορούν 99 πελάτες

Όσον αφορά την ποιότητα λύσης, τα Αποτελέσματα των Πινάκων 3.6 μέχρι 3.9 συνοψίζονται στα Σχήματα 3.15-3.18 όπου παρουσιάζεται η ποσοστιαία διαφορά μεταξύ του προτεινόμενου αλγόριθμου και του αλγόριθμου του *Tsiligirides*.

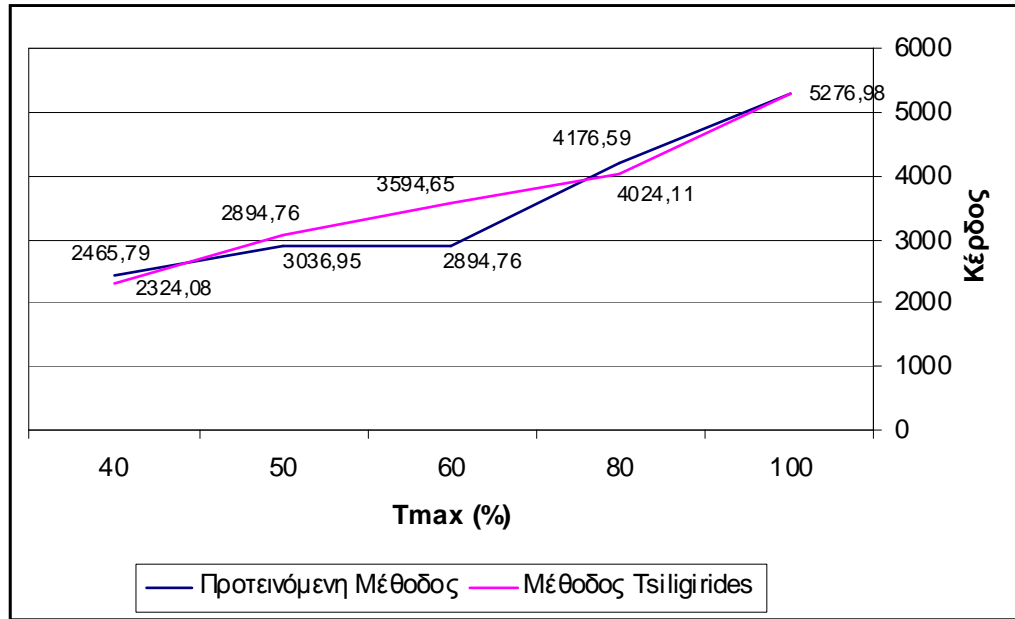
Η περίπτωση 1 αναφέρεται σε διακριτές ομάδες με πολύ καλή ποιότητα ομαδοποίησης (Quality of Clustering  $QoC = 1$ ). Η περίπτωση 2 αναφέρεται σε διακριτές ομάδες με καλή ποιότητα ομαδοποίησης ( $QoC = 2$ ). Η περίπτωση 3 αναφέρεται σε διακριτές ομάδες με μέτρια ποιότητα ομαδοποίησης ( $QoC = 3$ ). Τέλος, η περίπτωση 4 αναφέρεται σε διακριτές ομάδες με κακή ποιότητα ομαδοποίησης ( $QoC = 4$ )



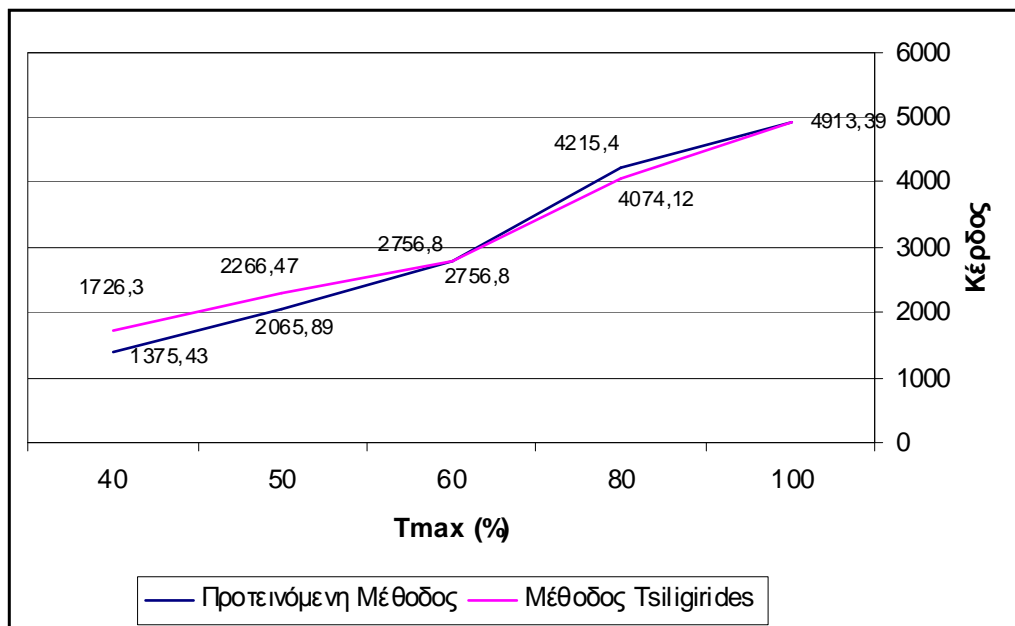
Σχήμα 3.15 Περίπτωση 1 ( $D = 1km$ ) - Διακριτές ομάδες με πολύ καλή ποιότητα ομαδοποίησης (Quality of Clustering  $QoC = 1$ )



Σχήμα 3.16 Περίπτωση 1 ( $D = 2,5km$ ) - Διακριτές ομάδες με καλή ποιότητα ομαδοποίησης (Quality of Clustering  $QoC = 2$ )



Σχήμα 3.17 Περίπτωση 1 ( $D = 5km$ ) - Διακριτές ομάδες με μέτρια ποιότητα ομαδοποίησης (Quality of Clustering  $QoC = 3$ )

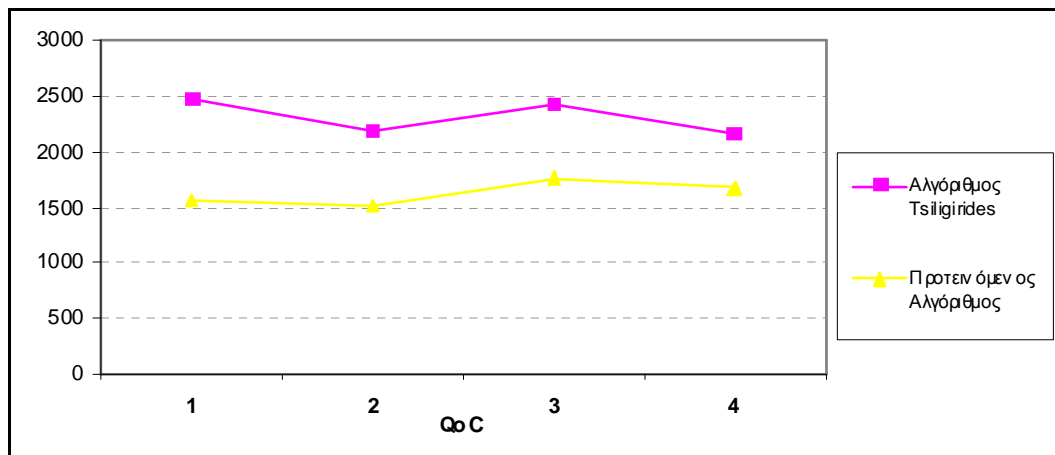


Σχήμα 3.18 Περίπτωση 1 ( $D = 10km$ ) - Διακριτές ομάδες με κακή ποιότητα ομαδοποίησης (Quality of Clustering  $QoC = 4$ )

Από τα παραπάνω εξάγεται το συμπέρασμα πως σε προβλήματα με πολλούς πελάτες ο προτεινόμενος αλγόριθμος υπερτερεί σε όλα τα ποσοστά του διαθέσιμου χρόνου όσον αφορά στην ποιότητα της λύσης (κέρδος), έναντι του αλγορίθμου του Tsiligirides όταν η

ποιότητα της ομαδοποίησης είναι πολύ καλή (περίπτωση 1-Ποιότητα ομαδοποίησης 1). Στην περίπτωση 2 (ποιότητα ομαδοποίησης 2) η ποιότητα της λύσης είναι περίπου ίδια, ενώ στις περιπτώσεις 3 και 4 (ποιότητα ομαδοποίησης 3 και 4 αντίστοιχα) η προτεινόμενη μέθοδος υπερτερεί όταν ο διαθέσιμος χρόνος του οχήματος είναι κοντά στο 100% χρόνου που απαιτείται για την εξυπηρέτηση όλων των πελατών (όταν δηλαδή το όχημα αντιμετωπίζει μικρή αργοπορία. Στην αντίθετη περίπτωση, η προτεινόμενη μέθοδος υστερεί ποιοτικά.

Η σύγκριση του υπολογιστικού χρόνου μεταξύ των δύο αλγορίθμων, παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.19. Στο Σχήμα αυτό, παρουσιάζονται οι χρόνοι αθροιστικά (για κάθε τιμή  $T_{max}$ ) για κάθε πρόβλημα.



Σχήμα 3.19 Απαιτούμενος υπολογιστικός χρόνος (αθροιστικά για κάθε τιμή του  $T_{max}$ ) των δύο αλγορίθμων σε σχέση με την ποιότητα ομαδοποίησης  $QoC = 4$

Ο προτεινόμενος αλγόριθμος, υπερτερεί όσον αφορά τον υπολογιστικό χρόνο, σε σημαντικό ποσοστό συγκριτικά με τον μονοδιάστατο αλγόριθμο. Πιο συγκεκριμένα, υπερτερεί της μεθόδου του Tsiligirides από 22% έως 37%. Το γεγονός αυτό υποδεικνύει την καταλληλότητα του αλγορίθμου για εφαρμογή σε προβλήματα πραγματικού χρόνου ιδιαίτερα σε αυτά που περιλαμβάνουν μεγάλο αριθμό πελατών.

### 3.4. ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η διαχείριση ενός αργοπορημένου οχήματος είναι ένα σημαντικό πρακτικό πρόβλημα που μπορεί να αντιμετωπιστεί χρησιμοποιώντας την ήδη εγκατεστημένη βάση τηλεματικών συστημάτων σε στόλους οχημάτων αστικών διανομών. Στην περίπτωση της αναδρομολόγησης ενός και μόνο οχήματος (*Πρόβλημα Καθυστέρησης Οχήματος*), το δρομολόγιο μεταβάλλεται ώστε να ελαχιστοποιηθεί η επίπτωση της καθυστέρησης επιλέγοντας πελάτες προς επίσκεψη (με συγκεκριμένη σειρά επίσκεψης) και πελάτες προς απόρριψη. Ο αντικειμενικός σκοπός της αναδρομολόγησης είναι η μεγιστοποίηση επιλεγμένης μετρικής (π.χ. όγκος πωλήσεων ημέρας, ποιότητα εξυπηρέτησης πελατών κ.α.). Το πρόβλημα μπορεί να περιγραφεί με βάση το μοντέλο του *Προβλήματος Προσανατολισμού* που αποτελεί ένα γνωστό πρόβλημα βελτιστοποίησης με αρκετές αναφορές στην βιβλιογραφία.

Η μέθοδος που προτάθηκε στην ενότητα αυτή της παρούσας διατριβής εκμεταλλεύεται ένα σημαντικό χαρακτηριστικό των αστικών διανομών, δηλαδή την χωρική κατανομή των πελατών σε γειτονιές/προάστια. Με βάση το χαρακτηριστικό αυτό αποσυνθέτει το πρόβλημα σε μικρότερα υπο-προβλήματα που περιλαμβάνουν τους πελάτες κάθε προαστίου ξεχωριστά. Το μοντέλο που προκύπτει είναι χαμηλότερης πολυπλοκότητας και μπορεί να επιλυθεί σε -σχεδόν- πραγματικό χρόνο.

Τα Αποτελέσματα εφαρμογής της προτεινόμενης μεθόδου σε πρότυπα προβλήματα (με μέτρια έως μεγάλη διάσταση) δείχνουν ότι:

- i. Σε σχέση με την ποιότητα της λύσης (κέρδος οχήματος), η προτεινόμενη μέθοδος υπερτερεί της κλασσικής μεθόδου που χρησιμοποιείται για την επίλυση του ενοποιημένου προβλήματος σε εκείνες τις περιπτώσεις που παρουσιάζουν από πολύ καλή έως καλή ομαδοποίηση πελατών σε ολόκληρο το φάσμα των κλασμάτων του συνολικού διαθέσιμου χρονικού ορίζοντα. Για προβλήματα με μέτρια ποιότητα ομαδοποίησης, ο προτεινόμενος αλγόριθμος παρουσιάζει παρόμοια Αποτελέσματα με αυτόν του *Tsiligirides* (μονοδιάστατη μέθοδος επίλυσης). Μόνο στην περίπτωση όπου οι ομάδες πελατών δεν είναι διακριτές, ο προτεινόμενος αλγόριθμος υστερεί συγκριτικά με τον αλγόριθμο του *Tsiligirides*.

- ii. Σε σχέση με τον υπολογιστικό χρόνο, ο προτεινόμενος αλγόριθμος υπερτερεί σε ικανοποιητικό επίπεδο του αλγορίθμου του Tsiligirides σε όλα τα προβλήματα και σε όλο το φάσμα του συνολικού διαθέσιμου χρονικού ορίζοντα. Το ποσοστό εξοικονόμησης κυμαίνεται από 12% έως 26%, και οφείλεται στην μείωση της πολυπλοκότητας του ενιαίου προβλήματος.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΑΚΙΝΗΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΟΣ (ΠΑΚΟ)

### 4.1. ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΠΑΚΟ

#### 4.1.1. Εισαγωγή

Στο παρόν Κεφάλαιο αναλύεται μια σημαντική περίπτωση διαχείρισης στόλου οχημάτων σε πραγματικό χρόνο. Θεωρούμε ένα στόλο οχημάτων στον οποίο έχει ανατεθεί ένα αρχικό πρόγραμμα διανομής διακριτών αγαθών σε ένα σύνολο πελατών. Για κάθε όχημα του στόλου, το πρόγραμμα διανομής, ορίζει ένα σύνολο πελατών προς επίσκεψη, τη σειρά επίσκεψής τους και έναν χρονικό περιορισμό (π.χ. λήξη βάρδιας οδηγού) στο τέλος του οποίου όλα τα οχήματα πρέπει να έχουν φτάσει στον τελικό τους προορισμό. Έστω ότι κατά τη διάρκεια της διανομής, ένα από τα οχήματα του στόλου αντιμετωπίζει απρόβλεπτο γεγονός (π.χ. βλάβη ή ατύχημα), το οποίο το αναγκάζει να ακινητοποιηθεί. Συνήθως, στη περίπτωση αυτή, οι παραδόσεις των αγαθών του ακινητοποιημένου οχήματος αναβάλλονται για την επόμενη ημέρα. Ωστόσο, ως εναλλακτική λύση, ο υπεύθυνος δρομολόγησης μπορεί να αναπροσδιορίσει τα δρομολόγια των

εναπομεινάντων ενεργών οχημάτων ώστε να μειώσει τις συνέπειες της ακύρωσης της παράδοσης των αγαθών στους πελάτες του ακινητοποιημένου οχήματος. Η αναδρομολόγηση σκοπεύει στη μεγιστοποίηση μιας μετρικής για το σύνολο του στόλου. Η μετρική αυτή μπορεί, για παράδειγμα, να εκφράζει τον συνολικό όγκο πωλήσεων της διανομής μετά το συμβάν της ακινητοποίησης.

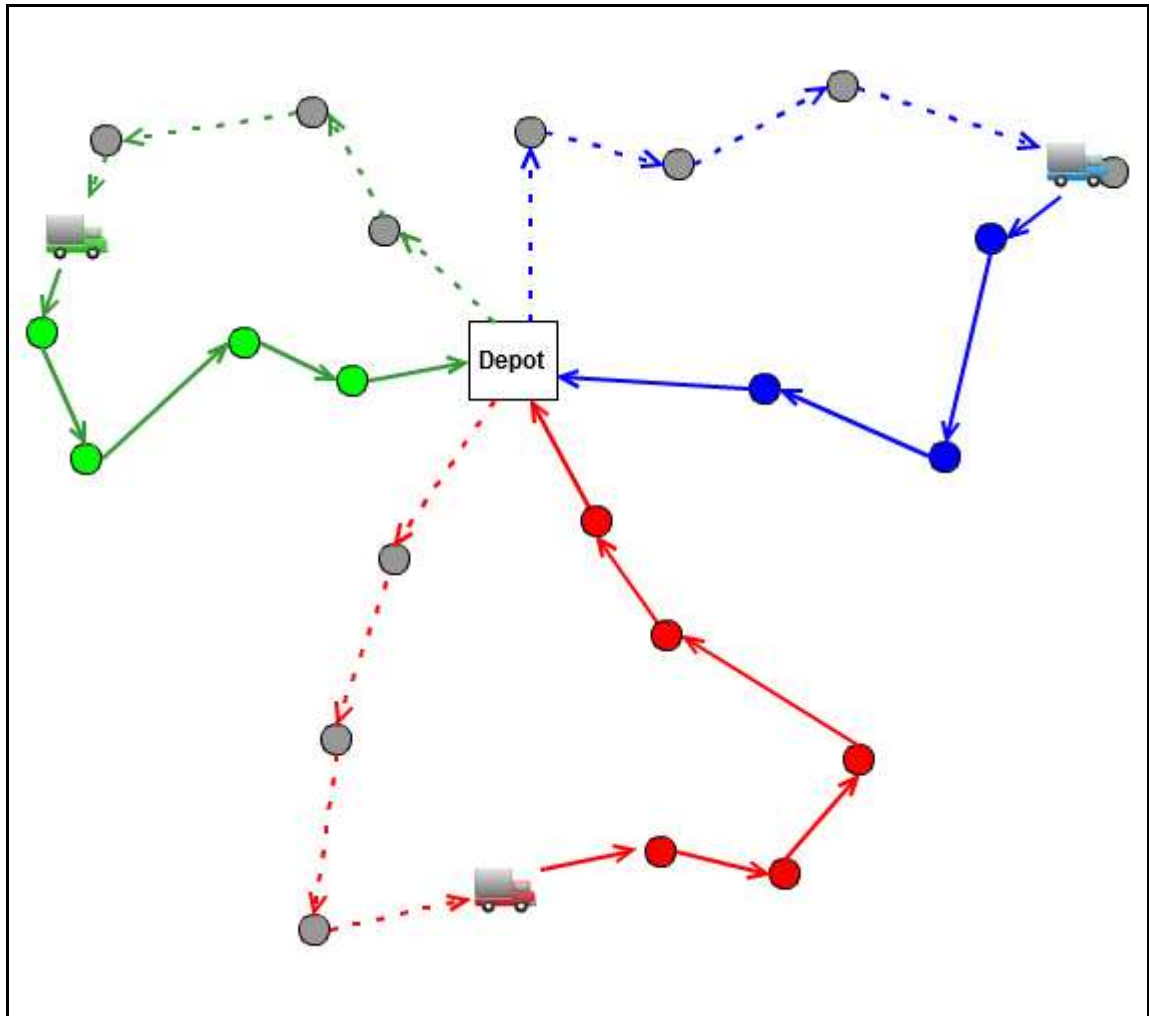
Οι ιδιαιτερότητες ενός τέτοιου προβλήματος εστιάζονται κυρίως στα εξής:

- i. Ο χρόνος που έχουν στη διάθεση τους τα οχήματα (π.χ. βάρδια οδηγών) για να παραδώσουν τα αγαθά είναι περιορισμένος. Λόγω του χρονικού αυτού περιορισμού, κάποιοι πελάτες του δικτύου ενδέχεται να μην εξυπηρετηθούν
- ii. Για την εξυπηρέτηση πελατών που είχαν ανατεθεί στο ακινητοποιημένο όχημα και εφόσον πρόκειται για παραδόσεις διακριτών προϊόντων (και όχι π.χ. ενός χύδην προϊόντος ή παραλαβές) πρέπει οπωσδήποτε να προηγηθεί επίσκεψη στο ακινητοποιημένο όχημα για μεταφόρτωση των εμπορευμάτων.

Η αντιμετώπιση του προβλήματος εμφανίζει ιδιαίτερη πρακτική σημασία και έχει άμεσο αντίκτυπο στο κόστος της διανομής και στην ικανοποίηση των τελικών πελατών της διανομής. Επισημαίνεται ότι το ΠΑΚΟ προέκυψε έπειτα από πρακτικές ανάγκες εταιρειών διανομής αγαθών (βλ. Κεφάλαιο 1) και παραλλαγές του (βλ. Κεφάλαιο 2) έχουν διερευνηθεί ανεξάρτητα και παράλληλα από τον Li *et al.* (2008a,b). Ωστόσο, στην παρούσα διατριβή εισάγεται (α) η έννοια του κοινού χρονικού παραθύρου των οχημάτων (π.χ. βάρδια οδηγών), (β) η χαλάρωση του περιορισμού επίσκεψης των οχημάτων σε όλους τους πελάτες, (γ) η ζήτηση σε διακριτά αγαθά, (δ) η δυνατότητα πολλαπλών επισκέψεων στο ακινητοποιημένο όχημα (αν βέβαια αυτό βελτιώνει την αντικειμενική συνάρτηση) και (ε) το πρόβλημα μοντελοποιείται ως πρόβλημα μεγιστοποίησης κέρδους στον εναπομείναντα χρόνο και όχι ως πρόβλημα ελαχιστοποίησης κόστους.

#### 4.1.2. Ορισμός Προβλήματος ΠΑΚΟ

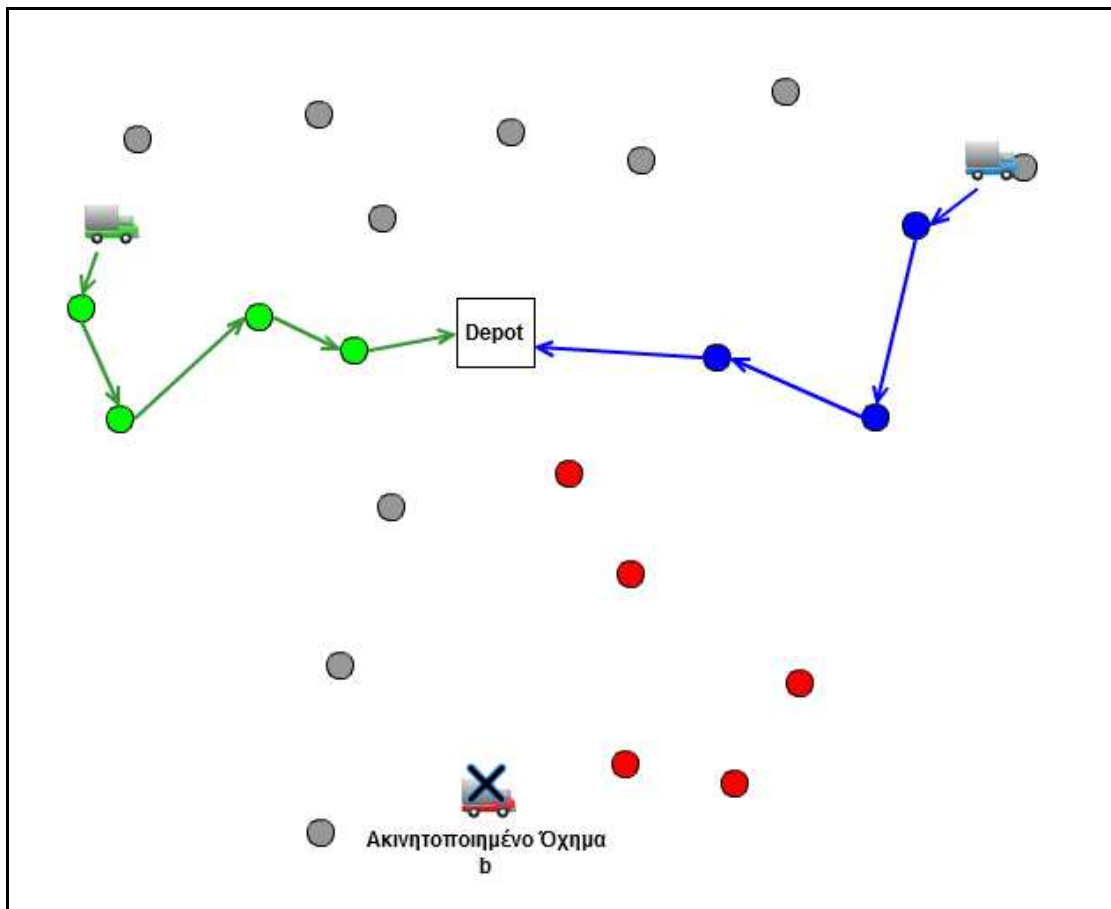
Για την καλύτερη περιγραφή του προβλήματος θεωρούμε ένα παράδειγμα διανομής με στόλο τριών οχημάτων (Σχήμα 4.1).



Σχήμα 4.1 Δρομολόγια 3 οχημάτων. Τη χρονική στιγμή  $t_1$  μέρος των δρομολογίων έχει ήδη υλοποιηθεί (διακεκομμένη γραμμή και «γκρι» πελάτες).

Σε κάθε όχημα έχει ανατεθεί ξεχωριστό σύνολο πελατών προς εξυπηρέτηση. Κάθε πελάτης έχει συγκεκριμένη ζήτηση από διακριτά και μοναδικά (για το συγκεκριμένο πελάτη) αγαθά. Τη χρονική στιγμή  $t = t_1$  κάθε όχημα έχει πραγματοποιήσει μέρος του δρομολογίου του (διακεκομμένη γραμμή) και μεταφέρει τα αγαθά που πρόκειται να παραδώσει στους εναπομείναντες πελάτες του δρομολογίου του (το «κόκκινο» όχημα θα επισκεφτεί τους εναπομείναντες «κόκκινους» πελάτες, το «μπλε» όχημα τους «μπλε» πελάτες κοκ.). Έστω ότι την χρονική στιγμή  $t = t_1$  το «κόκκινο» όχημα αντιμετωπίζει συμβάν που το αναγκάζει να ακινητοποιηθεί. Για τη διαχείριση του απρόβλεπτου γεγονότος ο υπεύθυνος δρομολόγησης έχει συνήθως τις εξής επιλογές:

- i. Ακύρωση των εναπομεινάντων παραδόσεων στους «κόκκινους» πελάτες που είχε αναλάβει το «κόκκινο» όχημα (Σχήμα 4.2) και αναπρογραμματισμός τους την επόμενη ημέρα. Οι πελάτες του «πράσινου» και «μπλε» οχήματος εξυπηρετούνται κανονικά με το αρχικό πρόγραμμα διανομής
- ii. Αναχώρηση νέου οχήματος από την αποθήκη (back-up όχημα) ώστε να επισκεφτεί το ακινητοποιημένο «κόκκινο» όχημα για μεταφόρτωση αγαθών (Σχήμα 4.3). Στη συνέχεια, το back-up όχημα θα εξυπηρετήσει μέρος του συνόλου των «κόκκινων» πελατών του δρομολογίου στον εναπομείναντα χρόνο της βάρδιας.
- iii. Αναδιάταξη των δρομολογίων συγκεκριμένων οχημάτων, επιτρέποντας στα οχήματα που βρίσκονται ήδη στη φάση της διανομής (π.χ. «μπλε» και «πράσινο») να επισκεφτούν το «κόκκινο» ακινητοποιημένο όχημα για μεταφόρτωση και εξυπηρέτηση μέρους των πελατών του (Σχήμα 4.4).

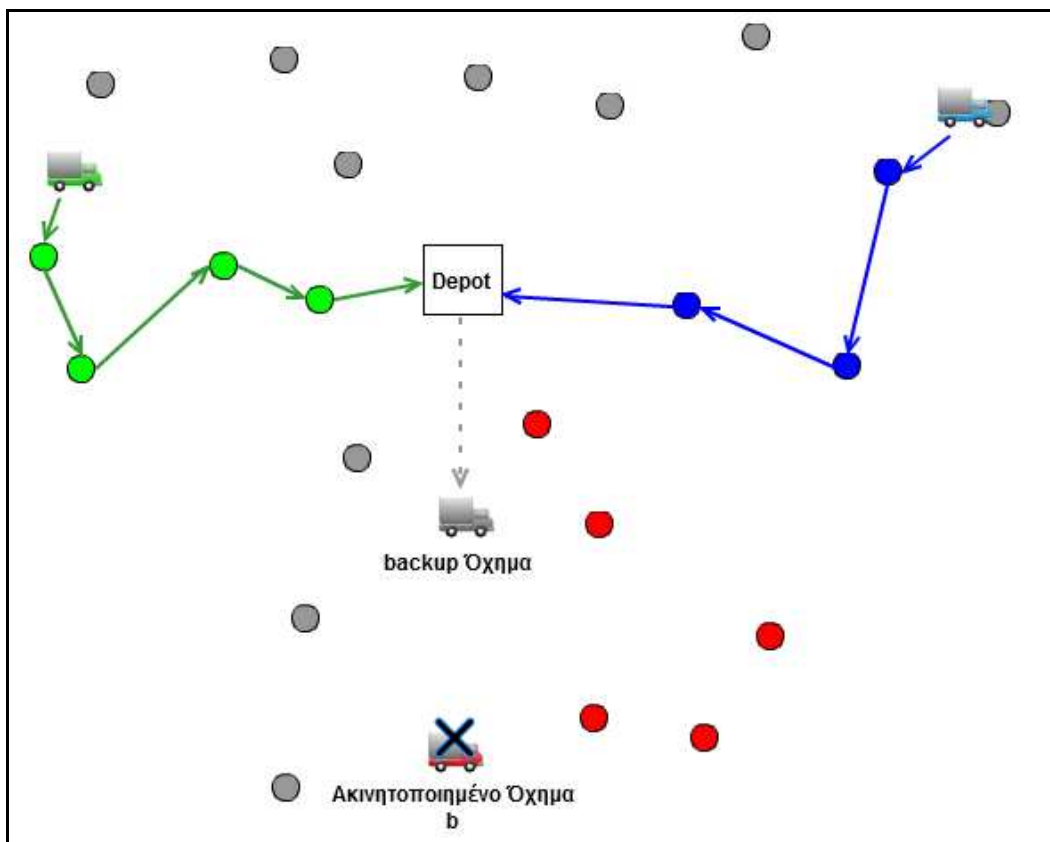


Σχήμα 4.2 Πιθανό σενάριο δρομολογίου στην περίπτωση που δεν υπάρχει επιπλέον back-up όχημα στην αποθήκη και δεν αναδρομολογούνται τα άλλα οχήματα.

Η επιλογή (i) (Σχήμα 4.2) αποτελεί συνήθη πρακτική σε παρόμοια συμβάντα ακινητοποίησης αλλά, ωστόσο, μπορεί να έχει μη αποδεκτό επιχειρησιακό κόστος για την εταιρεία διανομής.

Η επιλογή (ii) (Σχήμα 4.3) που αφορά στην αναχώρηση νέου οχήματος από την αποθήκη παρουσιάζει ομοιότητες με το *Πρόβλημα Καθυστέρησης Οχήματος* όπως έχει αναλυθεί στο Κεφάλαιο 3 της διατριβής. Μια τέτοια λύση:

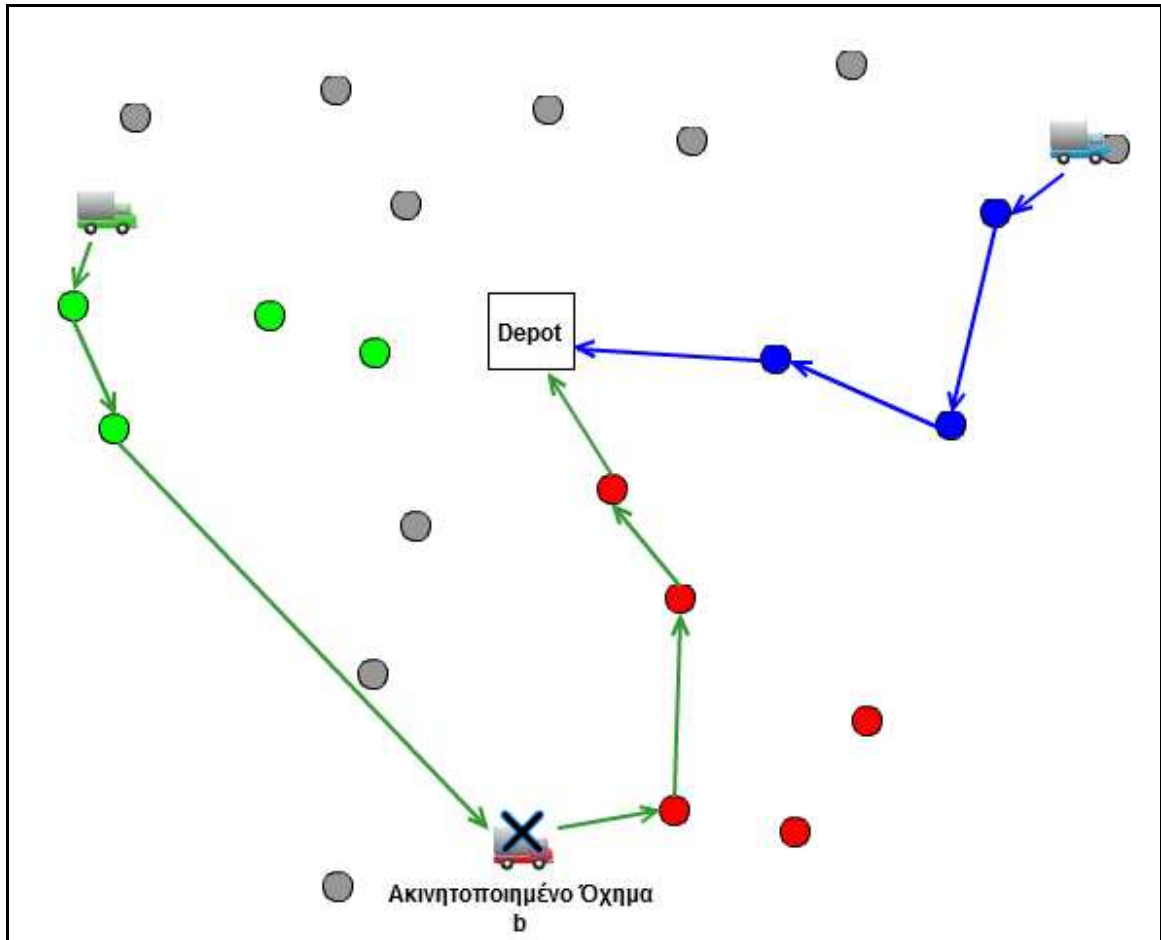
- i. Δεν είναι πάντα εφικτή καθώς ένα επιπλέον back-up όχημα δεν είναι πάντα διαθέσιμο και
- ii. πιθανόν να μην είναι η πλέον αποτελεσματική, σε περιπτώσεις κατά τις οποίες η απόσταση μεταξύ του σημείου εκκίνησης (συνήθως της αποθήκης) του νέου back-up οχήματος και της περιοχής της ακινητοποίησης είναι μεγάλη. Στις περιπτώσεις αυτές το νέο όχημα δε διαθέτει τον απαιτούμενο χρόνο να εξυπηρετήσει επιλεγθέντες πελάτες του ακινητοποιημένου οχήματος.



Σχήμα 4.3 Πιθανό σενάριο αναδρομολόγησης στην περίπτωση που υπάρχει επιπλέον back-up όχημα στην αποθήκη

Οι ιδιαιτερότητες της επιλογής (iii) (Σχήμα 4.4) είναι οι εξής:

- i. Σε κάθε όχημα είχε ανατεθεί ένα σύνολο πελατών προ του συμβάντος της ακινητοποίησης και κάθε πελάτης έχει συγκεκριμένη ζήτηση από διακριτά και μοναδικά αγαθά. Συνεπώς, μετά την ακινητοποίηση του «κόκκινου» οχήματος, οι πελάτες δεν μπορούν να εξυπηρετηθούν από άλλο όχημα παρά μόνο από το όχημα στο οποίο είχαν ανατεθεί αρχικά (π.χ. οι «πράσινοι» πελάτες από το «πράσινο» όχημα κοκ). Ο περιορισμός αυτός ισχύει για όλους τους πελάτες του δικτύου εκτός από τους πελάτες του «κόκκινου» οχήματος που έχει πλέον ακινητοποιηθεί. Οι «κόκκινοι» πελάτες μπορούν να εξυπηρετηθούν από όλα τα οχήματα με την προϋπόθεση αυτά να επισκεφτούν το ακινητοποιημένο όχημα για μεταφόρτωση των αγαθών των «κόκκινων» πελάτες που θα εξυπηρετήσουν.
- ii. Λόγω του χρονικού περιορισμού (π.χ. βάρδια οδηγών) δεν εξασφαλίζεται ότι θα εξυπηρετηθούν όλοι οι πελάτες του δικτύου και μάλιστα είναι πιθανό να μην εξυπηρετηθούν ορισμένοι «μπλε» ή «πράσινοι» πελάτες. Ωστόσο, ένας αποτελεσματικός αλγόριθμος επίλυσης θα επιλέξει συγκεκριμένους – σημαντικούς- πελάτες με τέτοια σειρά επίσκεψης ώστε να μειώσει στο ελάχιστο της συνέπειες της ακινητοποίησης. Η σημαντικότητα ενός πελάτη μπορεί να ορίζεται π.χ. από την ποσότητα ή το κέρδος από την πώληση των προϊόντων της ζήτησης του πελάτη αυτού.
- iii. Αν κριθεί αναγκαία η επίσκεψη ενός ενεργού οχήματος στο ακινητοποιημένο όχημα, ο όγκος των αγαθών που μεταφορτώνεται από το ακινητοποιημένο όχημα στο ενεργό όχημα δεν πρέπει να είναι μεγαλύτερος από (α) τον υπολειπόμενο χώρο του ενεργού οχήματος την στιγμή της επίσκεψής του στο ακινητοποιημένο όχημα ή (β) από την ζήτηση των «κόκκινων» πελατών που θα εξυπηρετήσει το ενεργό όχημα μέχρι το τέλος του δρομολογίου του ή μέχρι την επόμενη επίσκεψη στο ακινητοποιημένο όχημα.



Σχήμα 4.4 Πιθανό σενάριο αναδρομολόγησης στην περίπτωση που δεν υπάρχει επιπλέον back-up όχημα στην αποθήκη για την εξυπηρέτηση των σημαντικών πελατών του δικτύου

Το μαθηματικό μοντέλο του προβλήματος (ΠΑΚΟ) της Περίπτωσης (iii) ανωτέρω (Σχήμα 4.4) αναλύεται στην Ενότητα 4.1.3.

### 4.1.3. Μαθηματικό Μοντέλο ΠΑΚΟ

Για την διατύπωση του μαθηματικού μοντέλου, ορίζουμε γράφο  $G(V, A)$ , όπου  $V$  είναι το σύνολο των κόμβων και  $A$  το σύνολο των τόξων που ενώνουν τους κόμβους του δικτύου. Ως κόμβοι στο δίκτυο ορίζονται (α) οι θέσεις των ενεργών οχημάτων την στιγμή της ακινητοποίησης, (β) ο κόμβος της αποθήκης, (γ) οι κόμβοι των πελατών που δεν έχουν εξυπηρετηθεί μέχρι την στιγμή της ακινητοποίησης και (δ) το ακινητοποιημένο όχημα. Το τελευταίο αναπαρίσταται στο μαθηματικό μοντέλο με πολλαπλά «αντίτυπα»/κόμβους της γεωγραφικής του θέσης (ένα αντίτυπο αντιστοιχεί σε κάθε πελάτη που δεν έχει εξυπηρετηθεί).

Οι παράμετροι του προβλήματος περιλαμβάνουν τις εξής:

- Το σύνολο  $K$  αντιπροσωπεύει τα  $|K|$  ενεργά οχήματα του δικτύου (ως ενεργά ορίζονται τα εναπομείναντα οχήματα που τελικά θα αναδρομολογηθούν στο νέο δίκτυο). Το σύνολο  $S_k$  περιλαμβάνει τους κόμβους (πελάτες) που δεν έχουν ακόμα εξυπηρετηθεί και που είχαν αρχικά ανατεθεί στο λειτουργικό όχημα  $k$  προ του συμβάντος της ακινητοποίησης.
- Το σύνολο  $S_b$  περιλαμβάνει τους κόμβους (πελάτες) που δεν έχουν ακόμα εξυπηρετηθεί και είχαν ανατεθεί στο ακινητοποιημένο όχημα προ του συμβάντος της ακινητοποίησης.
- Ο κόμβος 0 αντιπροσωπεύει την αποθήκη (το σημείο που καταλήγουν όλα τα λειτουργικά οχήματα).
- κόμβος  $\mu_k$  αντιπροσωπεύει το σημείο που βρίσκεται το ενεργό όχημα  $k$  την στιγμή της ακινητοποίησης (σημείο εκκίνησης οχήματος  $k$ ). Όλοι αυτοί οι κόμβοι ορίζουν το σύνολο κόμβων  $M$ .
- Οι κόμβοι  $b_i$  αντιπροσωπεύουν το ακινητοποιημένο όχημα, βρίσκονται στο ίδιο μοναδικό γεωγραφικό σημείο στο επίπεδο και ορίζουν σύνολο  $B$ . Για κάθε κόμβο  $i, i \in S_k \cup S_b \cup M$  αντιστοιχεί ο κόμβος  $b_i$ . Ο κόμβος  $b_i$  μπορεί να δεχθεί επίσκεψη μόνο έπειτα από τον κόμβο  $i$ .
- Η δυαδική μεταβλητή  $x_{ijk}$  λαμβάνει την τιμή 1 αν το όχημα  $k$  διασχίσει το τόξο  $(i, j)$  ( $x_{ijk} = 0$  σε αντίθετη περίπτωση).
- Η μη αρνητική μεταβλητή  $c_{ij}$  αναφέρεται στο κόστος (χρόνο ή απόσταση) μετάβασης από τον κόμβο  $i$  στον κόμβο  $j$  (το κόστος αυτό είναι κοινό για κάθε όχημα  $k$ ).
- Η δυαδική μεταβλητή  $y_{ik}$  παίρνει την τιμή 1 αν ο κόμβος  $i$  δεχθεί επίσκεψη από το όχημα  $k$  (0 για μη επίσκεψη).
- Η μεταβλητή  $Q_{ki}$  αναφέρεται στο φορτίο επί του οχήματος  $k$  σε προϊόντα που προορίζονται για πελάτες του  $S_k$  αμέσως μετά το όχημα εξυπηρετήσει τον κόμβο  $i$ .

- Ομοίως,  $Q'_{ki}$  είναι το φορτίο επί του οχήματος  $k$  σε προϊόντα που προορίζονται για πελάτες του ακινητοποιημένου οχήματος αμέσως μετά την επίσκεψη στον κόμβο  $i$ .
- $C_k$  είναι η συνολική χωρητικότητα του οχήματος  $k$ .
- $d_i$  είναι η γνωστή ζήτηση του πελάτη  $i$  σε προϊόντα που προορίζονται πελατών του  $S_k$  και  $d'_i$  η γνωστή ζήτηση του πελάτη  $i$  σε προϊόντα πελατών του  $S_b$ . Ισχύει ότι  $d_i = 0, \forall i \in S_b \cup B$  και  $d'_i = 0, \forall i \in S_k$ .
- Η αρνητική μεταβλητή  $d'_{b_i}$  αναφέρεται στο φορτίο που μεταφορτώνεται στο όχημα  $k$  σε προϊόντα που προορίζονται για τους πελάτες του  $S_b$  αμέσως μετά το όχημα εξυπηρετήσει τον κόμβο  $b_i$  (ακινητοποιημένο όχημα). Η αρνητική τιμή καταδεικνύει ότι το ενεργό όχημα  $k$  παραλαμβάνει αγαθά σε κάθε του επίσκεψη στο ακινητοποιημένο όχημα.
- Η μετρική  $p_i$  είναι το «κέρδος» που αποκομίζει το όχημα καθώς επισκέπτεται τον κόμβο (πελάτη)  $i$ ,  $i \in S_b \cup S_k$  και αντιπροσωπεύει την *σημαντικότητα* του πελάτη  $i$ . Για παράδειγμα μπορεί να αντικατοπτρίζει την ποσότητα ζήτησης του πελάτη σε σχέση με τις ζητήσεις των υπολοίπων πελατών του δικτύου.
- Η μεταβλητή  $T_{\max}$  είναι το χρονικό διάστημα εντός του οποίου κάθε όχημα πρέπει να έχει επιστρέψει στην αποθήκη (θεωρούμε ότι η ακινητοποίηση συμβαίνει τη χρονική στιγμή  $t = 0$ ).

Η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος στοχεύει στην εξυπηρέτηση των πλέον σημαντικών πελατών του δικτύου:

$$\max \sum_{k \in K} \sum_{i \in (S_k \cup S_b)} p_i y_{ik} \quad (4.1)$$

με περιορισμούς:

$$\sum_{k \in K} \sum_{i \in V} x_{ijk} \leq 1, \forall j \in V \setminus \{0\} \cup M \quad (4.2)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in V} x_{ijk} \leq 1, \forall i \in V \setminus \{0\} \cup M \quad (4.3)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in V} x_{ijk} = \sum_{k \in K} \sum_{j \in V} x_{jik}, \forall i \in (V) \setminus \{0\} \cup M \quad (4.4)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in V} x_{0jk} = 0 \quad (4.5)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{i \in V \setminus B} x_{i0k} = |K| \quad (4.6)$$

$$\sum_{k \in K} x_{ijk} = 0, \forall i \in B, \forall j \in B \cup M \cup \{0\} \quad (4.7)$$

$$\sum_{j \in S_k \cup B \cup \{0\}} x_{\mu_k jk} = 1, \forall k \in K \quad (4.8)$$

$$\sum_{j \in S_b} x_{\mu_k jk} = 0, \forall k \in K \quad (4.9)$$

$$\sum_{i \in V} x_{i\mu_k k} = 0, \forall k \in K \quad (4.10)$$

$$\sum_{i \in V \setminus \{0\}} \sum_{j \in S_m} x_{ijk} = 0, \forall k \in K, \forall m \neq k, b \quad (4.11)$$

$$\sum_{i \in V_s} \sum_{j \in V_s} x_{ijk} \leq \sum_{i \in V_s} y_{ik} - 1, \forall V_s \subseteq V, \forall k \in K, V_s \neq \emptyset \quad (4.12)$$

$$Q_{ki} \geq 0, \forall i \in V \setminus M \cup B \cup \{0\}, \forall k \in K \quad (4.13)$$

$$Q'_{ki} \geq 0, \forall i \in V \setminus M \cup B \cup \{0\}, \forall k \in K \quad (4.14)$$

$$Q_{k\mu_k} = \sum_{i \in S_k} d_i, \forall k \in K \quad (4.15)$$

$$Q'_{k\mu_k} = 0, \forall k \in K \quad (4.16)$$

$$x_{ijk} \times Q_{kj} = x_{ijk} (Q_{ki} - d_j), \forall j \in S_k \cup S_b, \forall k \in K, \forall i \in (S_k \cup S_b \cup B) \quad (4.17)$$

$$x_{ijk} \times Q'_{kj} = x_{ijk} (Q'_{ki} - d'_j), \forall j \in S_k \cup S_b, \forall k \in K, \forall i \in (S_k \cup S_b \cup B) \quad (4.18)$$

$$x_{ib_i k} \times Q'_{kb_i} = x_{ib_i k} (Q'_{ki} - d'_{b_i}), i \in S_k \cup S_b \cup M, k \in K \quad (4.19)$$

$$x_{ib_i k} \times Q_{kb_i} = x_{ib_i k} \times Q_{ki}, i \in S_k \cup S_b \cup M, k \in K \quad (4.20)$$

$$\sum_{i \in (S_k \cup S_b \cup M)} x_{ib_i k} \times d'_{b_i} = - \sum_{i \in S_b} d'_i \times y_{ik}, \forall k \in K \quad (4.21)$$

$$x_{ib_i k} \times (Q'_{kb_i} + Q_{kb_i}) \leq x_{ib_i k} \times C_k, \forall k \in K, i \in S_k \cup S_b \cup M \quad (4.22)$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} x_{ijk} c_{ij} \leq T_{\max}, \forall k \in K \quad (4.23)$$

$$\sum_{i, j \in V} x_{ij} + \sum_{j, k \in V} x_{jk} = 2y_j, \forall j \in V \setminus M \cup \{0\} \quad (4.24)$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\}, \forall (i, j) \in A \quad y_{ik} \in \{0,1\}, \forall k \in K, \forall i \in V \quad (4.25)$$

Οι Περιορισμοί (4.2), (4.3) εξασφαλίζουν ότι αν υπάρχει επίσκεψη σε πελάτη αυτή θα είναι μοναδική. Ο Περιορισμός (4.4) εξασφαλίζει την συνέχεια του δρομολογίου. Οι Περιορισμοί (4.5) και (4.6) εξασφαλίζουν ότι κανένα ενεργό όχημα δεν εκκινεί από την αποθήκη και ότι όλα τα ενεργά οχήματα καταλήγουν στην αποθήκη όχι όμως απευθείας από το ακινητοποιημένο όχημα [Περιορισμός (4.7)]. Οι Περιορισμοί (4.8) και (4.9) εξασφαλίζουν ότι από το σημείο εκκίνησης κάθε ενεργό όχημα μπορεί να μεταβεί σε πελάτη που του είχε ανατεθεί προ της ακινητοποίησης, στο ακινητοποιημένο όχημα ή στην αποθήκη, αλλά όχι απευθείας σε πελάτη του ακινητοποιημένου οχήματος. Ο Περιορισμός (4.10) αναφέρει ότι δεν καταλήγει κανένα τόξο στα σημεία εκκίνησης των οχημάτων. Ο Περιορισμός (4.11) εξασφαλίζει ότι οι πελάτες που είχαν ανατεθεί στο όχημα  $k$  πριν από το συμβάν δεν μπορούν να εξυπηρετηθούν από άλλο ενεργό όχημα

(συνεπώς, το όχημα  $k$  μπορεί να εξυπηρετήσει πελάτες του συνόλου  $S_k$  και πελάτες του συνόλου  $S_b$ ). Ο Περιορισμός (4.12) εξασφαλίζει την συνδετικότητα του δρομολογίου (*sub-tour elimination*). Το υποσύνολο  $V_s$  μπορεί να είναι οποιοδήποτε –μη κενό– υποσύνολο του συνόλου κορυφών  $V$ . Οι Περιορισμοί (4.13) και (4.14) εξασφαλίζουν ότι σε κανένα σημείο του δρομολογίου τα ενεργά οχήματα δεν μπορούν να έχουν αρνητικό φορτίο. Οι Περιορισμοί (4.15) και (4.16) εξασφαλίζουν ότι κάθε όχημα αμέσως μετά τη στιγμή της ακινητοποίησης φέρει (α) φορτίο ίσο με την ζήτηση των πελατών που του είχε ανατεθεί πριν την ακινητοποίηση και δεν έχουν ακόμη εξυπηρετηθεί, και (β) μηδενικό φορτίο προϊόντων του ακινητοποιημένου οχήματος. Οι Περιορισμοί (4.17) και (4.18) εξασφαλίζουν ότι το όχημα  $k$  παραδίδει την ζήτηση του πελάτη  $i$  κατά την επίσκεψη του σε αυτόν. Οι Περιορισμοί (4.19) και (4.20) εξασφαλίζουν ότι το όχημα  $k$  παραλαμβάνει φορτίο (μεταβλητή του προβλήματος) πελατών του συνόλου  $S_b$  από το ακινητοποιημένο όχημα κατά την επίσκεψη του σε αυτό. Ο Περιορισμός (4.21) εξασφαλίζει ότι η συνολική ποσότητα που θα παραλάβει κάθε ενεργό όχημα  $k$  από το ακινητοποιημένο όχημα είναι ίση με την ζήτηση όλων των πελατών του συνόλου  $S_b$  που τελικά θα εξυπηρετήσει το όχημα  $k$ . Ο Περιορισμός (4.22) εξασφαλίζει ότι το φορτίο του οχήματος δεν ξεπερνά την χωρητικότητά του. Ο Περιορισμός (4.23) εξασφαλίζει ότι ο χρόνος που έχουν στην διάθεση τους τα οχήματα για την εκτέλεση των δρομολογίων τους δεν θα παραβιαστεί. Ο Περιορισμός (4.24) ορίζει την σχέση μεταξύ των μεταβλητών  $x$  και  $y$ . Τέλος, ο Περιορισμός (4.25) ορίζει τον τύπο των μεταβλητών απόφασης του προβλήματος.

## 4.2. ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΑΚΟ

### 4.2.1. Εισαγωγή

Το Πρόβλημα της Ακινητοποίησης Οχήματος παρουσιάζει ορισμένες ομοιότητες με το Πρόβλημα του Ομαδικού Προσανατολισμού που προτάθηκε από τον Chao *et al.* (1996). Οι βασικές διαφορές είναι οι εξής:

- i. Στο Πρόβλημα του Ομαδικού Προσανατολισμού οι κόμβου/πελάτες του δικτύου είναι επισκέψιμοι από όλα τα οχήματα. Αντίθετα, στο Πρόβλημα της

*Ακινητοποίησης Οχήματος* οι κόμβοι/πελάτες δεν είναι επισκέψιμοι από όλα τα οχήματα (Περιορισμός 4.9). Συγκεκριμένα, οι πελάτες του δικτύου είναι επισκέψιμοι μόνο από τα οχήματα στα οποία είχαν αρχικά ανατεθεί προ της ακινητοποίησης. Εξαιρέση αποτελούν οι πελάτες που είχαν ανατεθεί στο ακινητοποιημένο όχημα, οι οποίοι και είναι επισκέψιμοι από όλα τα οχήματα (προϋπόθεση είναι η επίσκεψη στο ακινητοποιημένο όχημα για μεταφόρτωση των αγαθών τους εξαιτίας των Περιορισμών φορτίου 4.14 και 4.16).

- ii. Στο *Πρόβλημα του Ομαδικού Προσανατολισμού* δεν υπάρχει περιορισμός σχετικά με την χωρητικότητα των οχημάτων. Αντίθετα, στο *Πρόβλημα της Ακινητοποίησης Οχήματος*, τα οχήματα έχουν πεπερασμένη χωρητικότητα. Συνεπώς, αν κριθεί αναγκαία η επίσκεψη ενεργού οχήματος στο ακινητοποιημένο όχημα, ο όγκος των αγαθών που μεταφορτώνεται από το ακινητοποιημένο όχημα στο ενεργό όχημα δεν πρέπει να είναι μεγαλύτερος από (α) τον υπολειπόμενο χώρο του ενεργού οχήματος την στιγμή της επίσκεψής του στο ακινητοποιημένο όχημα ή (β) την ζήτηση των πελατών που ανήκουν στο σύνολο  $S_b$  που θα εξυπηρετήσει το ενεργό όχημα μέχρι το τέλος του δρομολογίου του.

Ο 1<sup>ος</sup> προτεινόμενος αλγόριθμος επίλυσης του *ΠΑΚΟ* (Στοχαστικός Αλγόριθμος - ΣΑ) (α) χρησιμοποιεί αρχές από την στοχαστική εισαγωγή πελατών στο δρομολόγιο (Tsiligirides, 1984) και (β) τροποποιεί την μέθοδο δυναμικού προγραμματισμού των Tsirimpas *et al.* (2008) για την λύση του υποπροβλήματος του προσδιορισμού κατάλληλων επισκέψεων στο ακινητοποιημένο όχημα (αναλύεται παρακάτω). Ο προτεινόμενος αλγόριθμος, όπως φαίνεται στην παραμετρική ανάλυση των πειραματικών αποτελεσμάτων, είναι αποτελεσματικός σε προβλήματα που απαιτούν καλές λύσεις σε σχεδόν πραγματικό χρόνο.

Ο 2<sup>ος</sup> προτεινόμενος αλγόριθμος (Γενετικός Αλγόριθμος - ΓΑ) ανήκει στην κατηγορία των εξελικτικών αλγορίθμων. Και σε αυτή τη περίπτωση, κατά την διάρκεια της εφαρμογής των τελεστών του ΓΑ, χρησιμοποιείται η μέθοδος δυναμικού προγραμματισμού για τον προσδιορισμό κατάλληλων επισκέψεων στο ακινητοποιημένο όχημα.

Ο ΓΑ χρησιμοποιείται για την θέσπιση πρότυπων λύσεων (benchmarks) στα προβλήματα ΠΑΚΟ. Η ανάπτυξη πρότυπων λύσεων είναι αναγκαία, καθώς το ΠΑΚΟ είναι νέο πρόβλημα στην βιβλιογραφία και δεν υπάρχουν πρότυπα Αποτελέσματα με τα οποία μπορεί να συγκριθεί ο ΣΑ. Σημειώνεται ότι παρότι η ποιότητα των λύσεων του ΓΑ υπερτερεί, σε ορισμένες περιπτώσεις, αυτής των λύσεων του ΣΑ, ο ΓΑ δεν είναι κατάλληλος για την λύση του ΠΑΚΟ σε πραγματικό χρόνο καθώς η εκτέλεση του αλγορίθμου απαιτεί σημαντικό υπολογιστικό χρόνο.

#### 4.2.2. Προτεινόμενη ευρετική στοχαστική μέθοδος

Η προτεινόμενη μέθοδος αποτελείται από δύο διακριτά βήματα: (α) Δημιουργία ενός πολυπληθούς συνόλου λύσεων καλής ποιότητας και (β) επιλογή και βελτίωση της πλέον αποτελεσματικής των λύσεων αυτών.

##### **Βήμα 1: Βασική Διαδικασία**

Στο πρώτο βήμα ανατίθενται πελάτες του δικτύου στα διαθέσιμα οχήματα μέσω μετρικής καταλληλότητας και συνάρτησης τυχαίας επιλογής. Για κάθε ενεργό όχημα  $k$  το αρχικό δρομολόγιο είναι το τόξο  $(\mu_k, 0)$  που ενώνει το σημείο εκκίνησης με την αποθήκη (καταληκτικό σημείο κάθε οχήματος). Συνεπώς, κατά την εκκίνηση, για κάθε όχημα  $k$  ισχύει  $x_{\mu_k 0k} = 1$ . Στη συνέχεια, για κάθε πελάτη  $m \in (S_k \cup S_b)$  που δεν έχει ήδη ενταχθεί σε δρομολόγιο οχήματος  $k$ , και για κάθε τόξο  $(i, j)$  του δικτύου για το οποίο ισχύει  $x_{ijk} = 1$ , υπολογίζεται η τιμή της ακόλουθης μετρικής «καταλληλότητας» εισαγωγής του πελάτη  $m$  στο δρομολόγιο του οχήματος  $k$  μεταξύ των πελατών  $i$  και  $j$ .

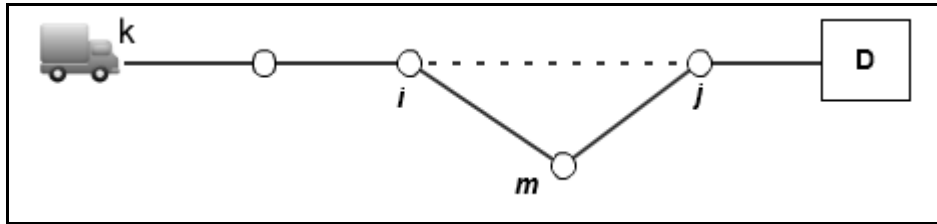
$$A_{m,(i,j),k} = \left( \frac{p_m}{\Delta C_{m,(i,j),k}} \right)^n$$

$$, \forall m \in (S_k \cup S_b) : y_{mk} = 0, \forall (i, j) : x_{ijk} = 1, \forall k \in K \quad (4.26)$$

όπου  $p_m$  το κέρδος που αποκομίζει το όχημα  $k$  καθώς επισκέπτεται τον πελάτη  $m$  μεταξύ των πελατών  $i$  και  $j$ , και  $\Delta C_{m,(i,j),k}$  το διαφορικό κόστος επίσκεψης του πελάτη  $m$  από το όχημα  $k$  μεταξύ των πελατών  $i$  και  $j$  που ανήκουν στο όχημα αυτό. Για

παράδειγμα, (Σχήμα 4.5) το διαφορικό κόστος  $\Delta C_{m,(i,j),k}$  για την εισαγωγή του πελάτη  $m$  που ανήκει στο όχημα  $k$  στο δρομολόγιο του οχήματος αυτού μεταξύ των πελατών  $i$  και  $j$  είναι:

$$\Delta C_{m,(i,j),k} = x_{imk} c_{im} + x_{mjk} c_{mj} - x_{ijk} c_{ij} \quad (4.27)$$



Σχήμα 4.5 Εισαγωγή πελάτη  $m$  στο υφιστάμενο δρομολόγιο.

Οπότε και το συνολικό κόστος του δρομολογίου του οχήματος  $k$  με αλληλουχία πελατών  $\lambda_k$  (μετά την εισαγωγή του πελάτη  $m$ ) διαμορφώνεται από την σχέση:

$$TC_{\lambda_k} = TC_{\lambda'_k} + \Delta C_{m,(i,j),k} \quad (4.28)$$

όπου  $TC_{\lambda'_k}$  το συνολικό κόστος του δρομολογίου του οχήματος  $k$  με αλληλουχία πελατών  $\lambda'_k$  (πριν την εισαγωγή του πελάτη  $m$  στο δρομολόγιο του οχήματος  $k$ ). Η Εξ. (4.27) δεν ισχύει εάν το φορτίο του οχήματος  $k$  δεν επαρκεί για την εξυπηρέτηση του πελάτη  $m$ , οπότε και το όχημα θα πρέπει να ανεφοδιαστεί από το ακινητοποιημένο όχημα. Η περίπτωση αυτή εξηγείται στην επόμενη παράγραφο.

Βάση των τεσσάρων πιο υψηλών τιμών σημαντικότητας  $A^1, A^2, A^3, A^4$  που υπολογίζονται από την Σχέση (4.26), οι πιθανότητες εισαγωγής του πελάτη  $m$  στο δρομολόγιο οχήματος  $k$  μεταξύ των πελατών  $i$  και  $j$  υπολογίζονται από την Εξ. (4.29):

$$P_{m,(i,j),k}^u = \frac{A_{m,(i,j),k}^u}{\sum_{\sigma=1}^4 A_{m,(i,j),k}^{\sigma}}, u \in \{1,2,3,4\} \quad (4.29)$$

Βάση πιθανοτήτων, η μέθοδος επιλέγει, σε κάποιες περιπτώσεις, πελάτες μικρότερης σημαντικότητας με τυχαίο τρόπο και έτσι αποφεύγεται (τουλάχιστον μερικώς) ο εγκλωβισμός σε τοπικό ελάχιστο. Σημειώνεται ότι οι τιμές σημαντικότητας που χρησιμοποιούνται στην Σχέση (4.29) μπορεί να αναφέρονται στον ίδιο, προς εισαγωγή πελάτη, περισσότερες από μία φορές στο ίδιο ή σε άλλο όχημα του στόλου. Ο αλγόριθμος τερματίζεται όταν δεν είναι εφικτό να εισαχθεί οιοσδήποτε πελάτης σε οιοδήποτε τόξο σε οιοδήποτε δρομολόγιο οχήματος.

Επισημαίνεται ότι η μετρική της Εξ. (4.26) είναι παρόμοια με αυτή που προτάθηκε από τον Tsiligirides (1984). Όσον αφορά τον εκθέτη  $n$ , ο Tsiligirides είχε προτείνει την τιμή  $n=4$ . Η επίδραση του  $n$  στην επιλογή πελατών αναλύεται στον Πίνακα 4.1 παρακάτω: Έστω οι πελάτες  $m, u$  με μετρικές κέρδους  $p_m = 10$  και  $p_u = 20$  αντίστοιχα, και έστω ότι το κόστος εισαγωγής καθενός στο δρομολόγιο του οχήματος  $k$  στη θέση του τόξου  $(i, j)$  είναι ίσο με 50 μονάδες χρόνου. Οι πιθανότητες εισαγωγής σύμφωνα με τις Εξ. (4.26) και (4.29) για ενδεικτικές τιμές του εκθέτη  $n$  παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.1:

**Πίνακας 4.1 Πιθανότητα επιλογής πελάτη σε σχέση με τον εκθέτη  $n$  για  $\Delta C_{\bullet,(i,j),k} = 50$**

<b>n</b>	<b>Client</b>	$\Delta C_{\bullet,(i,j),k}$	$p_{\bullet}$	$P_{\bullet,(i,j)}^k$
1	<i>m</i>	50	10	33%
	<i>u</i>	50	20	66%
4	<i>m</i>	50	10	5,9%
	<i>u</i>	50	20	94,1%
6	<i>m</i>	50	10	1,5%
	<i>u</i>	50	20	98,5%

Το παράδειγμα του Πίνακα 4.1 δείχνει ότι η επιλογή εισαγωγής ενός πελάτη στο δρομολόγιο, έναντι ενός άλλου πελάτη, γίνεται με άπληστο τρόπο (*greedy*) όσο πιο

υψηλή είναι η τιμή του  $n$ . Κατά συνέπεια, ο αντίστοιχος αλγόριθμος θα τείνει να εγκλωβίζεται σε τοπικά ακρότατα. Αντίστοιχα, όσο το  $n$  ελαττώνεται, τόσο οι πελάτες τείνουν να επιλέγονται με ποιο τυχαίο τρόπο. Φαίνεται ότι η επιλογή διαφορετικών τιμών του  $n$  σε διαφορετικά προβλήματα μεταβάλλει σημαντικά την ποιότητα της λύσης. Στην περίπτωση μας, χρησιμοποιείται η τιμή  $n=4$  όπως προτείνεται στην εργασία του Tsiligirides (1984).

### **Βήμα 1: Υποπρόβλημα Εισαγωγής Επισκέψεων στο Ακίνητοποιημένο Όχημα για Μεταφόρτωση Αγαθών**

Σε δύο σημαντικές περιπτώσεις το διαφορικό κόστος  $\Delta C_{m,(i,j),k}$  δεν υπολογίζεται μέσω της Εξ. (4.27). Οι περιπτώσεις αυτές είναι οι εξής:

- i. Ο πελάτης  $m$  προς εισαγωγή ανήκει στο σύνολο πελατών του ακίνητοποιημένου οχήματος ( $m \in S_b$ ) ή
- ii. Υπάρχει ήδη τουλάχιστον μια επίσκεψη σε πελάτη του ακίνητοποιημένου οχήματος ( $j \in S_b$ ), ο πελάτης  $m$  προς εισαγωγή ανήκει στο σύνολο πελατών του ενεργού οχήματος  $k$  ( $m \in S_k$ ) και εισάγεται πριν από την τελευταία επίσκεψη σε πελάτη του ακίνητοποιημένου οχήματος.

Στις παραπάνω περιπτώσεις το διαφορικό κόστος εισαγωγής  $\Delta C_{m,(i,j),k}$  προκύπτει λαμβάνοντας υπόψη την τυχόν νέα επίσκεψη στο ακίνητοποιημένο όχημα για την αναγκαία μεταφόρτωση αγαθών προς εξυπηρέτηση των πελατών του ακίνητοποιημένου οχήματος. Η αιτιολόγηση της ανάγκης εισαγωγής της επίσκεψης αυτής στην περίπτωση (i) είναι προφανής, καθώς το ενεργό όχημα δεν διαθέτει τα αγαθά προς παράδοση του πελάτη  $m$ . Στην περίπτωση (ii), η θέση επίσκεψης (ή επισκέψεων) στο ακίνητοποιημένο όχημα πιθανόν να μεταβληθεί καθώς με την παράδοση της ζήτησης του πελάτη  $m$  διαφοροποιείται η υπολειπόμενη χωρητικότητα του οχήματος  $k$ , άρα διαφοροποιείται και το φορτίο που δύναται να μεταφορτωθεί από το ακίνητοποιημένο όχημα στο ενεργό μετά τον πελάτη  $m$ .

Επισημαίνεται, [Εξ. (4.20)], ότι η ζήτηση σε αγαθά του πελάτη  $m$  πρέπει να είναι μικρότερη ή ίση από την ποσότητα που μπορεί να μεταφορτωθεί από το ακινητοποιημένο όχημα  $b$  στο ενεργό όχημα  $k$  κατά την επίσκεψη του τελευταίου στο πρώτο αμέσως μετά τον πελάτη  $i$ . Σε διαφορετική περίπτωση, η υπολειπόμενη χωρητικότητα του οχήματος  $k$  αμέσως προ της επίσκεψης στον  $m$  δεν επαρκεί για την εξυπηρέτηση του πελάτη  $m$  οπότε και το πρόβλημα είναι ανέφικτο.

Στην περίπτωση της στοχαστικής μεθόδου επίλυσης του ΠΑΚΟ, σε κάθε βήμα του αλγορίθμου και για κάθε όχημα, οι πελάτες, και η σειρά εξυπηρέτησής τους, είναι γνωστοί. Επομένως το πρόβλημα διατυπώνεται ως εξής: Έστω ενεργό όχημα  $k$  που εξυπηρετεί συγκεκριμένους πελάτες  $(k_1, k_2, \dots, k_{n_k})$  με δεδομένη (γνωστή) σειρά επίσκεψης  $\lambda_k = \mu_k, k_1, k_2, \dots, k_i, k_{i+1}, \dots, k_{n_k}, 0$ . Οι αποστάσεις μεταξύ της αρχικής θέσης του ενεργού οχήματος και του πρώτου πελάτη, των πελατών μεταξύ τους, και των πελατών με το ακινητοποιημένο όχημα, καθώς και του τελευταίου πελάτη με την αποθήκη, είναι γνωστές. Επίσης γνωστή είναι και η ζήτηση των πελατών.

Ζητείται ο προσδιορισμός των κατάλληλων θέσεων επίσκεψης στο ακινητοποιημένο όχημα για μεταφόρτωση των αγαθών, έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται το συνολικό κόστος  $TC_{\lambda_k}$  της διαδρομής του οχήματος  $k$ . Επισημαίνεται ότι το πλήθος επισκέψεων μπορεί να είναι μεγαλύτερο της μίας όταν το όχημα εξυπηρετεί πολλαπλούς πελάτες του ακινητοποιημένου οχήματος και η χωρητικότητα δεν επαρκεί για την φόρτωση των αγαθών τους με μόνο μία επίσκεψη.

Το πρόβλημα αυτό είναι συνδυαστικό και σχετίζεται με το Vehicle Routing with Depot Returns (for stock replenishment) Problem (VRDRP), το οποίο έχει διερευνηθεί από τους Tsirimpas *et al.* (2008). Οι τελευταίοι προτείνουν αλγόριθμο δυναμικού προγραμματισμού για την επίλυσή του. Στην σχετική εργασία τους, θεωρούν δρομολόγιο οχήματος με συγκεκριμένη σειρά επίσκεψης πελατών που αναχωρεί και καταλήγει στην αποθήκη (η οποία είναι και ο κόμβος ανεφοδιασμού). Το όχημα εκκινεί με πλήρες φορτίο ενώ η αποθήκη διαθέτει άπειρο απόθεμα. Η αντικειμενική συνάρτηση του VRDRP είναι η ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους του δρομολογίου με μεταβλητές

απόφασης την μετάβαση –ή μη- στην αποθήκη έπειτα από κάθε πελάτη του δικτύου για ανεφοδιασμό.

Οι διαφορές του παρόντος προβλήματος με το VRDRP συνοψίζονται στα παρακάτω σημεία:

- i. Στο VRDRP το σημείο εκκίνησης του δρομολογίου είναι η αποθήκη. Στο ΠΑΚΟ το δρομολόγιο εκκινεί από το σημείο  $\mu_k$  που βρίσκεται το ενεργό όχημα την στιγμή της ακινητοποίησης. Από το σημείο αυτό το ενεργό όχημα εκκινεί με μηδενικό φορτίο σε αγαθά πελατών  $S_b$
- ii. Στο ΠΑΚΟ, διανέμονται δύο τύποι αγαθών: (α) Τα αγαθά που προορίζονται για τους αρχικούς πελάτες του οχήματος, για τα οποία δεν απαιτείται επίσκεψη στο ακινητοποιημένο όχημα, καθώς μεταφέρονται ήδη από το ενεργό όχημα. (β) Τα αγαθά των πελατών του ακινητοποιημένου οχήματος για τα οποία απαιτείται επίσκεψη στο τελευταίο, και η φόρτωση των οποίων εξαρτάται από την εναπομένουσα χωρητικότητα του ενεργού οχήματος.

Έστω η περίπτωση του ΠΑΚΟ με γνωστή αλληλουχία πελατών  $\lambda_k = \mu_k, k_1, k_2, \dots, k_i, k_{i+1}, \dots, k_{n_k}, 0$  του οχήματος  $k$  και γνωστή ζήτηση για κάθε πελάτη. Χρησιμοποιώντας τα σύμβολα  $Q_{kk_i}$  για το φορτίο του οχήματος σε αγαθά πελατών του και  $Q'_{kk_i}$  για το φορτίο σε αγαθά πελατών του ακινητοποιημένου οχήματος μετά την εξυπηρέτηση του πελάτη  $k_i$ , η ποσότητα που μπορεί να μεταφορτωθεί από το ακινητοποιημένο όχημα  $b$  στο ενεργό όχημα  $k$  αν υπάρξει επίσκεψη του τελευταίου στο πρώτο αμέσως μετά τον πελάτη  $k_i$  έχει ως εξής:

$$\min \left\{ C_k - (Q'_{kk_i} + Q_{kk_i}), \left( \sum_{j=i+1}^{n_k} d'_{k_j} \right) \right\}$$

Η σχέση αυτή καθορίζει ότι η ποσότητα δεν μπορεί να υπερβεί (α) την υπολειπόμενη χωρητικότητα του ενεργού οχήματος μετά τον πελάτη  $k_i$  ή (β) την ποσότητα της

ζήτησης των πελατών  $S_b$  που απομένουν μετά τον  $k_i$  και μέχρι το τέλος του δρομολογίου του ενεργού οχήματος  $k$ .

Το παραπάνω πρόβλημα ορίζεται για κάθε ενεργό όχημα του δρομολογίου. Για παράδειγμα, για το όχημα  $k$  με την παραπάνω αλληλουχία πελατών  $\lambda_k$  και με βάση τους συμβολισμούς της Ενότητας 4.1.2 οι μεταβλητές απόφασης είναι οι εξής:

$$x_{\mu_k, k_1, k} \in \{0,1\}$$

$$x_{\mu_k, b_{\mu_k}, k} \in \{0,1\}$$

$$x_{k_i, k_{i+1}, k} \in \{0,1\}, \forall i = 1, 2, \dots, n_k - 1$$

$$x_{k_i, b_{k_i}, k} \in \{0,1\}, \forall i = 1, 2, \dots, n_k - 1$$

Οι παραπάνω μεταβλητές δείχνουν ότι από κάθε πελάτη του δρομολογίου το όχημα μπορεί να μεταβεί στον επόμενο πελάτη είτε απευθείας είτε μέσω του ακινητοποιημένου οχήματος (για μεταφόρτωση). Η τιμή κάθε μεταβλητής προκύπτει από την λύση του παρακάτω προβλήματος με αντικειμενική συνάρτηση την ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους του δρομολογίου για την γνωστή αλληλουχία πελατών  $\lambda_k$  του οχήματος  $k$  (Εξ. 4.30). Για την απλοποίηση του μοντέλου θεωρούμε πώς ισχύει  $k_0 = \mu_k$  και  $Q_{k\mu_k} = Q_{kk_0}$ :

$$\min TC_{\lambda_k} = \sum_{i=0}^{n_k-1} \left( c_{k_i, k_{i+1}} x_{k_i, k_{i+1}, k} + x_{k_i, b_{k_i}, k} \left( c_{k_i, b_{k_i}} + c_{b_{k_i}, k_{i+1}} \right) \right) + c_{k_{n_k}, 0} \quad (4.30)$$

Με περιορισμούς:

$$x_{k_i, k_{i+1}, k} + x_{k_i, b_{k_i}, k} = 1, \forall i = 0, \dots, n_k - 1 \quad (4.31)$$

$$x_{k_i, b_{k_i}, k} = x_{b_{k_i}, k_{i+1}, k}, \quad \forall i = 0, \dots, n_k - 1 \quad (4.32)$$

$$Q'_{kk_i} = Q'_{kk_{i-1}} - d'_{k_i} + \left( x_{b_{k_{i-1}}, k_i, k} \times \min \left\{ C_k - (Q'_{kk_{i-1}} + Q_{kk_{i-1}}), \left( \sum_{j=i}^n d'_{k_j} \right) \right\} \right), \quad \forall i = 1, \dots, n_k \quad (4.33)$$

$$Q_{kk_i} = Q_{kk_{i-1}} - d_{k_i}, \quad \forall i = 2, \dots, n_k \quad (4.34)$$

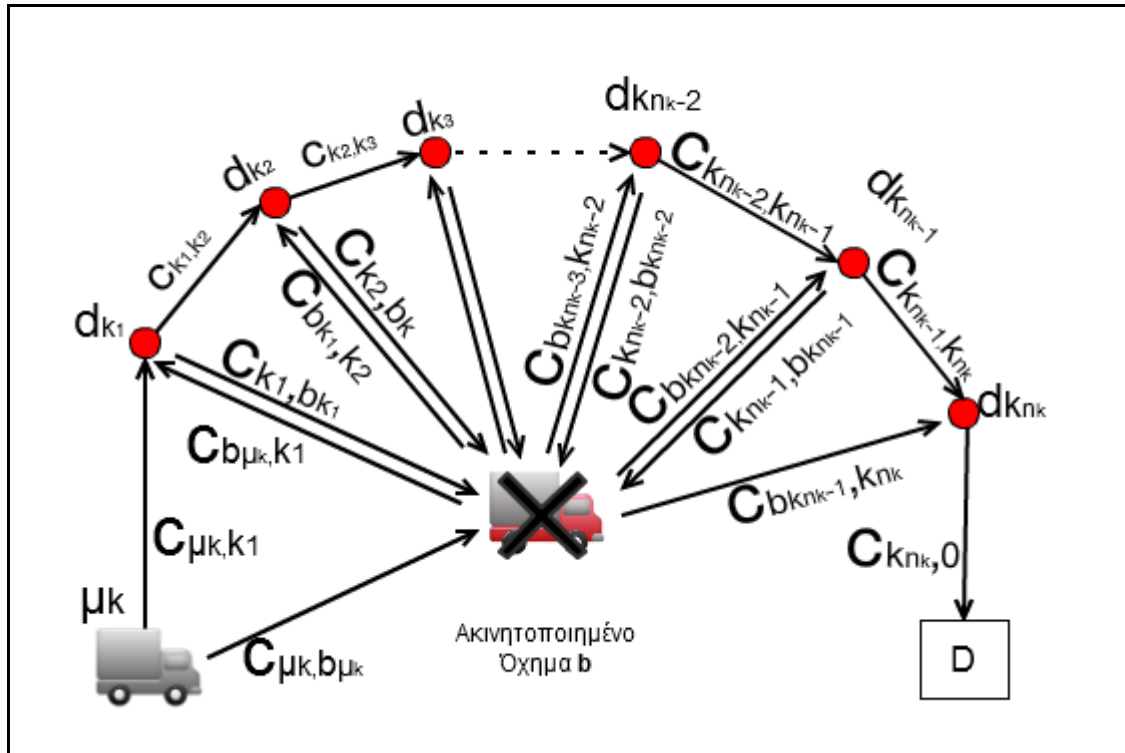
$$Q_{k\mu_k} = \sum_{i \in \lambda_k} d_i \quad (4.35)$$

$$Q'_{k\mu_k} = 0 \quad (4.36)$$

$$Q'_{kk_i}, Q_{kk_i} \geq 0, \quad \forall i = 1, \dots, n_k \quad (4.37)$$

Ο Περιορισμός (4.31) εξασφαλίζει ότι το όχημα από οιοδήποτε κόμβο, μπορεί να επισκεφτεί είτε τον επόμενο πελάτη είτε το ακινητοποιημένο όχημα. Ο Περιορισμός (4.32) εξασφαλίζει την συνέχεια του δρομολογίου στην περίπτωση που το ακινητοποιημένο όχημα δέχεται επίσκεψη. Ο Περιορισμός (4.33) καθορίζει τη μεταβολή της ποσότητας του διαθέσιμου φορτίου σε προϊόντα που προορίζονται για πελάτες του ακινητοποιημένου οχήματος. Ο Περιορισμός (4.34) καθορίζει τη μεταβολή της ποσότητας του διαθέσιμου φορτίου σε προϊόντα που προορίζονται για πελάτες του συνόλου  $S_k$ . Οι Περιορισμοί (4.35) και (4.36) θέτουν τις αρχικές τιμές των φορτίων στο σημείο εκκίνησης. Τέλος, ο Περιορισμός (4.37) εξασφαλίζει ότι το διαθέσιμο φορτίο δεν μπορεί να είναι αρνητικό έπειτα από επίσκεψη σε οιοδήποτε πελάτη.

Για την κατανόηση του αλγορίθμου επίλυσης του υποπροβλήματος θεωρούμε το παρακάτω παράδειγμα (Σχήμα 4.6).



Σχήμα 4.6 Πρόβλημα εισαγωγής ακίνητοποιημένου οχήματος στο δρομολόγιο του ενεργού οχήματος  $k$  για μεταφόρτωση αγαθών.

Έστω το δρομολόγιο του ενεργού οχήματος  $k$  με σημείο εκκίνησης τον κόμβο  $\mu_k$ , όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.6. Ορίζουμε την συνάρτηση  $D_{k_i}(Q'_{kk_i})$  που εκφράζει την ελάχιστη απόσταση από τον κόμβο  $k_i$  ( $k_i = k_{n_k}, k_{n_k-1}, \dots, k_1, \mu_k$ ) μέχρι το τέλος του δρομολογίου σε συνάρτηση με τις πιθανές τιμές του φορτίου σε αγαθά του ακίνητοποιημένου οχήματος,  $0 \leq Q'_{kk_i} \leq \max(Q'_{kk_i})$  που μπορεί να φέρει το όχημα  $k$  αμέσως μετά την αναχώρηση από τον πελάτη  $k_i$  (για τον κόμβο  $\mu_k$  ισχύει  $Q'_{k\mu_k} = 0$ ). Η μέγιστη ποσότητα φορτίου  $\max(Q'_{kk_i})$  είναι ίση με την μικρότερη των δύο ποσοτήτων:

(α) Της συνολικής ζήτησης των εναπομεινάντων πελατών του δρομολογίου του οχήματος  $k$  σε αγαθά του ακίνητοποιημένου οχήματος (β) της υπολειπόμενης χωρητικότητας του ενεργού οχήματος :

$$\max(Q'_{kk_i}) = \min \left\{ C_k - (Q'_{kk_{i-1}} + Q_{kk_{i-1}}), \left( \sum_{j=i}^{n_k} d'_{k_j} \right) \right\} - d'_{k_i} \quad (4.38)$$

Συγκεκριμένα η συνάρτηση  $D_{k_i}(Q'_{kk_i})$  λαμβάνει τις εξής τιμές ανά κόμβο  $k_i$  της ακολουθίας  $\lambda_k$ :

Για τον κόμβο  $k_i = k_{n_k}$ :

$$D_{k_{n_k}}(Q'_{kk_{n_k}}) = c_{k_{n_k},0} \quad : Q'_{kk_{n_k}} = 0 \quad (4.39)$$

Για τους κόμβους  $k_i = k_{n-1}, \dots, k_1, \mu_k$

$$D_{k_i}(Q'_{kk_i}) = c_{k_i, b_{k_i}} + c_{b_{k_i}, k_{i+1}} + D_{k_{i+1}}(\max(Q'_{kk_{i+1}})) \quad : Q'_{kk_i} < d'_{k_{i+1}} \quad (4.40.a)$$

$$D_{k_i}(Q'_{kk_i}) = \min \begin{cases} c_{k_i, b_{k_i}} + c_{b_{k_i}, k_{i+1}} + D_{k_{i+1}}(\max(Q'_{kk_{i+1}})) \\ c_{k_i, k_{i+1}} + D_{k_{i+1}}(Q'_{kk_i} - d'_{k_{i+1}}) \end{cases} \quad : Q'_{kk_i} \geq d'_{k_{i+1}} \quad (4.40.b)$$

Η Εξ. (4.40.a) αναφέρει ότι εάν το όχημα δεν διαθέτει αρκετό φορτίο για την εξυπηρέτηση του επόμενου  $k_{i+1}$  πελάτη ( $Q'_{kk_i} < d'_{k_{i+1}}$ ), η μόνη επιλογή του ενεργού οχήματος  $k$  μετά τον κόμβο  $k_i$  είναι η επίσκεψη στο ακινητοποιημένο όχημα για μεταφόρτωση και έπειτα συνέχεια στον κόμβο  $k_{i+1}$ . Σε αντίθετη περίπτωση, (Εξ. 4.40.b), για  $Q'_{kk_i} \geq d'_{k_{i+1}}$  έχουμε τις εξής δύο περιπτώσεις:

- i. Αν  $c_{k_i, b_{k_i}} + c_{b_{k_i}, k_{i+1}} + D_{k_{i+1}}(\max(Q'_{kk_{i+1}})) \geq c_{k_i, k_{i+1}} + D_{k_{i+1}}(Q'_{kk_i} - d'_{k_{i+1}})$ , τότε η βέλτιστη επιλογή είναι η απευθείας μετάβαση στον πελάτη  $k_{i+1}$
- ii. Αν  $c_{k_i, b_{k_i}} + c_{b_{k_i}, k_{i+1}} + D_{k_{i+1}}(\max(Q'_{kk_{i+1}})) < c_{k_i, k_{i+1}} + D_{k_{i+1}}(Q'_{kk_i} - d'_{k_{i+1}})$ , τότε η βέλτιστη επιλογή είναι η μετάβαση στο ακινητοποιημένο όχημα (κόμβος  $b_{k_i}$ ) και έπειτα στον πελάτη  $k_{i+1}$ .

Όταν πλέον ο αλγόριθμος καταλήξει στο σημείο έναρξης (κόμβος  $\mu_k$ ), τότε υπάρχει η πληροφορία όλων των τιμών ελάχιστου κόστους επιστροφής στην αποθήκη από όλους τους πελάτες του δρομολογίου και με όλα τα πιθανά φορτία σε αγαθά πελατών του ακινητοποιημένου οχήματος που μπορεί να φέρει το όχημα  $k$  αφού αναχωρήσει από κάθε πελάτη. Έτσι, το συνολικό κόστος του δρομολογίου θα είναι  $\min TC_{\lambda_k} = D_{\mu_k}(0)$ . Σε φυσική γλώσσα, τα βήματα του αλγορίθμου παρουσιάζονται στο Σχήμα 4.7:

- |    |  |
|----|--|
| 1. | Για γνωστό δρομολόγιο πελατών με γνωστές ζητήσεις σε αγαθά πελατών $S_b$ και $S_k$                                     |
| 2. | Εκίνησε από τον τελευταίο πελάτη $k_{n_k}$ και υπολόγισε την $D_{k_{n_k}}(Q'_{kk_{n_k}})$ με τη βοήθεια της Εξ. (4.39) |
| 3. | Συνέχισε για όλους τους πελάτες του δρομολογίου (μέχρι και τον $\mu_k$ ) με την βοήθεια των Εξ. (4.40.a) και (4.40.b)  |
| 4. | Υπολόγισε την βέλτιστη εισαγωγή επισκέψεων στο ακινητοποιημένο όχημα $D_{\mu_k}(0)$                                    |
| 5. | Τέλος Αλγορίθμου   |

**Σχήμα 4.7 Τα βήματα του αλγορίθμου επίλυσης του υποπροβλήματος εισαγωγής κατάλληλων επισκέψεων στο ακινητοποιημένο όχημα σε φυσική γλώσσα**

Στο τέλος του αλγορίθμου του υποπροβλήματος επιλέγονται εκείνες οι εισαγωγές του ακινητοποιημένου οχήματος στο δρομολόγιο ώστε (α) να ικανοποιούνται οι περιορισμοί φορτίου και χωρητικότητας, [Εξ. (4.13) έως (4.22)] και (β) το συνολικό κόστος  $TC_{\lambda_k}$  του δρομολογίου με την γνωστή αλληλουχία πελατών  $\lambda_k$  να είναι το ελάχιστο.

Έπειτα από την εύρεση του ελάχιστου  $TC_{\lambda_k}$ , το διαφορικό κόστος εισαγωγής του κόμβου  $m$  μεταξύ των κόμβων  $i, j$  στο δρομολόγιο του οχήματος  $k$  διαμορφώνεται από την Εξίσωση:  $\Delta C_{m,(i,j),k} = TC_{\lambda_k} - TC_{\lambda'_k}$ , όπου  $TC_{\lambda'_k}$  το συνολικό κόστος του δρομολογίου του οχήματος  $k$  με αλληλουχία πελατών  $\lambda'$  πριν την εισαγωγή του πελάτη  $m$ . Υπενθυμίζεται ότι η μετρική καταλληλότητας [Εξ. (4.25)] εξαρτάται από το διαφορικό κόστος  $\Delta C_{m,(i,j),k}$  εισαγωγής του πελάτη στο υφιστάμενο δρομολόγιο.

## **Βήμα 2: Επιλογή Καλύτερης Λύσης και Βελτίωση αυτής**

Με την ολοκλήρωση του πρώτου βήματος, έχουν παραχθεί  $\Omega$  λύσεις με την μέθοδο της ανάθεσης πελατών του δικτύου σε διαθέσιμα οχήματα μέσω της μετρικής *καταλληλότητας* και της συνάρτησης τυχαίας επιλογής.

Το δεύτερο βήμα του ΣΑ περιλαμβάνει την επιλογή της συνολικά καλύτερης λύσης (ΚΛ) από το σύνολο των  $\Omega$  λύσεων και την βελτίωσή της εφαρμόζοντας μια παραλλαγή του γνωστού αλγόριθμου *2-opt* (Lin, 1965) που λαμβάνει υπόψη τους περιορισμούς χωρητικότητας, [Περιορισμοί (4.13-4.22)]. Συγκεκριμένα, για την εξασφάλιση της εφικτότητας των περιορισμών χωρητικότητας, το δρομολόγιο χωρίζεται σε τμήματα που ορίζονται μεταξύ κάθε δύο διαδοχικών επισκέψεων –αν υπάρχουν– στο ακινητοποιημένο όχημα  $b$  ή μεταξύ του αρχικού σημείου του ενεργού οχήματος και της πρώτης επίσκεψης στο ακινητοποιημένο όχημα, καθώς και μεταξύ της τελευταίας επίσκεψης στο ακινητοποιημένο όχημα και της αποθήκης. Στη συνέχεια, ο αλγόριθμος *2-opt* εφαρμόζεται σε κάθε τμήμα κάθε δρομολογίου ξεχωριστά. Για παράδειγμα, έστω το δρομολόγιο του οχήματος  $k = 1$  του Σχήματος 4.8 που περιλαμβάνει επίσκεψη σε πελάτες με την παρακάτω σειρά:

$$\mu_1 \rightarrow 1 \rightarrow b_1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow b_5 \rightarrow 6 \rightarrow 0(\text{Depot})$$

Τα τρία μέρη στα οποία εφαρμόζεται ο αλγόριθμος *2-opt* είναι τα:

- i. μεταξύ του σημείου εκκίνησης του ενεργού οχήματος  $\mu_1$  και του σημείου του ακινητοποιημένου οχήματος  $b$  (ωστόσο, σε αυτή την περίπτωση δεν υπάρχουν αρκετοί πελάτες για εφαρμογή του αλγορίθμου *2-opt*)
- ii. μεταξύ των δύο διαδοχικών επισκέψεων στο ακινητοποιημένο όχημα. Στην περίπτωση αυτή η σειρά επισκέψεων στους πελάτες είναι η:

$$b_1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow b_5$$

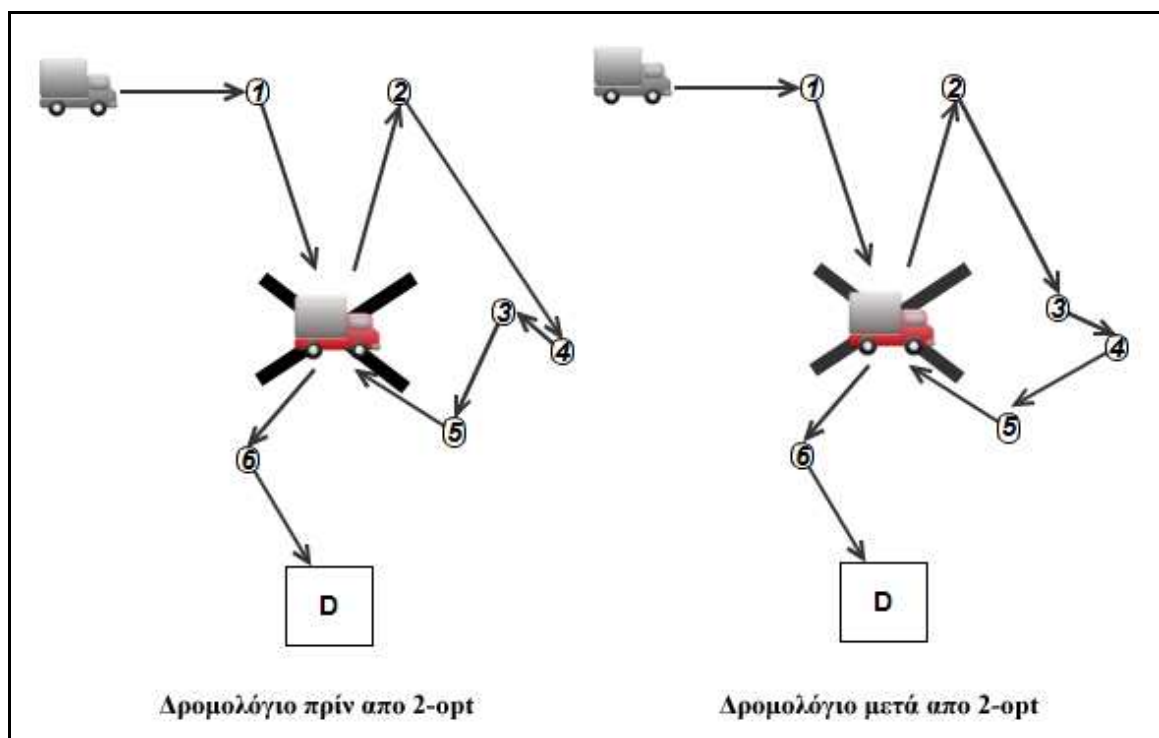
μετά την εφαρμογή του αλγορίθμου *2-opt* το δρομολόγιο μετασχηματίζεται σε:

$$b_1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow b_5$$

και συνεπώς το κόστος μειώνεται κατά:

$$c_{23} + c_{45} - (c_{24} + c_{35})$$

- iii. μεταξύ του ακινητοποιημένου οχήματος  $b_5$  και της αποθήκης  $D$  (επίσης, και στην περίπτωση αυτή υπάρχουν αρκετοί πελάτες για εφαρμογή αλγορίθμου 2-opt)



Σχήμα 4.8 Εφαρμογή αλγορίθμου 2-opt στο τμήμα του δρομολογίου μεταξύ των επισκέψεων στο ακινητοποιημένο όχημα

Τέλος, ο βρόχος 1 του ΣΑ του Σχήματος 4.9 επαναλαμβάνεται μόνο μία φορά ( $\Omega=1$ ) για την εισαγωγή επιπλέον πελατών με βάση το περιθώριο χρόνου (κόστους) που εξοικονομήθηκε από τον αλγόριθμο 2-opt, οπότε και προκύπτει η τελική Καλύτερη Λύση (ΚΛ) του ΣΑ. Η σύνοψη του αλγορίθμου παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.9.

**ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ βρόχου 1 Ω φορές**

**ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ βρόχου 2 μέχρι να προκύψει ένα εφικτό δρομολόγιο**

**ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ βρόχου 3  $\forall$  πελάτη  $m$  εκτός δρομολογίου**

**ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ βρόχου 3A  $\forall$  όχημα  $k$**

**ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ βρόχου 3B  $\forall$  τόξο  $(i, j)$**

**ΣΥΝΘΗΚΗ:** Οι περιορισμοί χωρητικότητας δεν ικανοποιούνται ή υπάρχει επίσκεψη στο ακινητοποιημένο όχημα  $b$

Υπολογισμός  $TC_{m,(i,j),k}$  με δυναμικό προγραμματισμό

**ΣΥΝΘΗΚΗ:** Οι περιορισμοί χωρητικότητας ικανοποιούνται

Υπολογισμός  $TC_{m,(i,j),k}$  σύμφωνα με Εξ. (4.27) και (4.28), (Σχήμα 4.5)

**ΤΕΛΟΣ ΣΥΝΘΗΚΗΣ**

**Έλεγχος χρονικής εφικτότητας  $TC_{m,(i,j),k}$  στο δρομολόγιο//** Αν ικανοποιείται ο Περιορισμός (4.23)

**ΣΥΝΘΗΚΗ:** επίσκεψη στον  $m$  είναι εφικτή από το όχημα  $k$  στη μεταξύ των πελατών  $(i, j)$

Υπολογισμός καταλληλότητας επίσκεψης του  $m$  από όχημα  $k$  μεταξύ των πελατών  $(i, j)$ . Προσθήκη σε άνυσμα

$A(m, k, (i, j))$ . ΑΛΛΙΩΣ Διακοπή επανάληψης 3B //προχώρησε σε επόμενο  $j, k$  ή  $m$

**ΤΕΛΟΣ ΣΥΝΘΗΚΗΣ**

**ΤΕΛΟΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ// 3B**

**ΤΕΛΟΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ // 3A**

**ΤΕΛΟΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ // 3**

**Μέτρηση καταλληλότητας  $\forall m \forall k \forall (i, j), x_{ijk} = 1$  από το άνυσμα  $A(m, k, (i, j))$ . Διατήρηση των 4 καλύτερων τιμών**

**ΣΥΝΘΗΚΗ:** Αν υπάρχει έστω και μια τιμή στο  $A(m, k, (i, j))$

**Εκτίμηση Καταλληλότητας εισαγωγής του  $m$  στο όχημα  $k$  μεταξύ των πελατών  $(i, j)$  και επιλογή ενός εκ τεσσάρων (4) πιο κατάλληλων πελατών**

**βάση στοχαστικής επιλογής. Ανανέωση δρομολογίου  $k$  για να συμπεριλάβει τον  $m$ , ανανέωση υπολειπόμενης χωρητικότητας του οχήματος  $k$**

**ΤΕΛΟΣ ΣΥΝΘΗΚΗΣ**

**ΤΕΛΟΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ // βρόχος 2** (Μια εφικτή λύση έχει υλοποιηθεί)

**Εγγραφή λύσης  $n$  και αλλαγή δείκτη  $n = n + 1$  //εγγραφή κέρδους λύσης και αλλαγή δείκτη**

**ΤΕΛΟΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ // βρόχος 1**

**Επιλογή της καλύτερης λύσης (ΚΑ) εκ των  $\Omega$  λύσεων**

**Εφαρμογή αλγορίθμου εξοικονόμησης χρόνου στην λύση ΚΑ (partial 2-opt). Προκύπτει λύση ΚΑ-2opted**

**Εφαρμογή αλγορίθμου προσθήκης πελατών στην λύση ΚΑ-2opted**

**Σχήμα 4.9 Βήματα Στοχαστικού Αλγόριθμου (ΣΑ)**

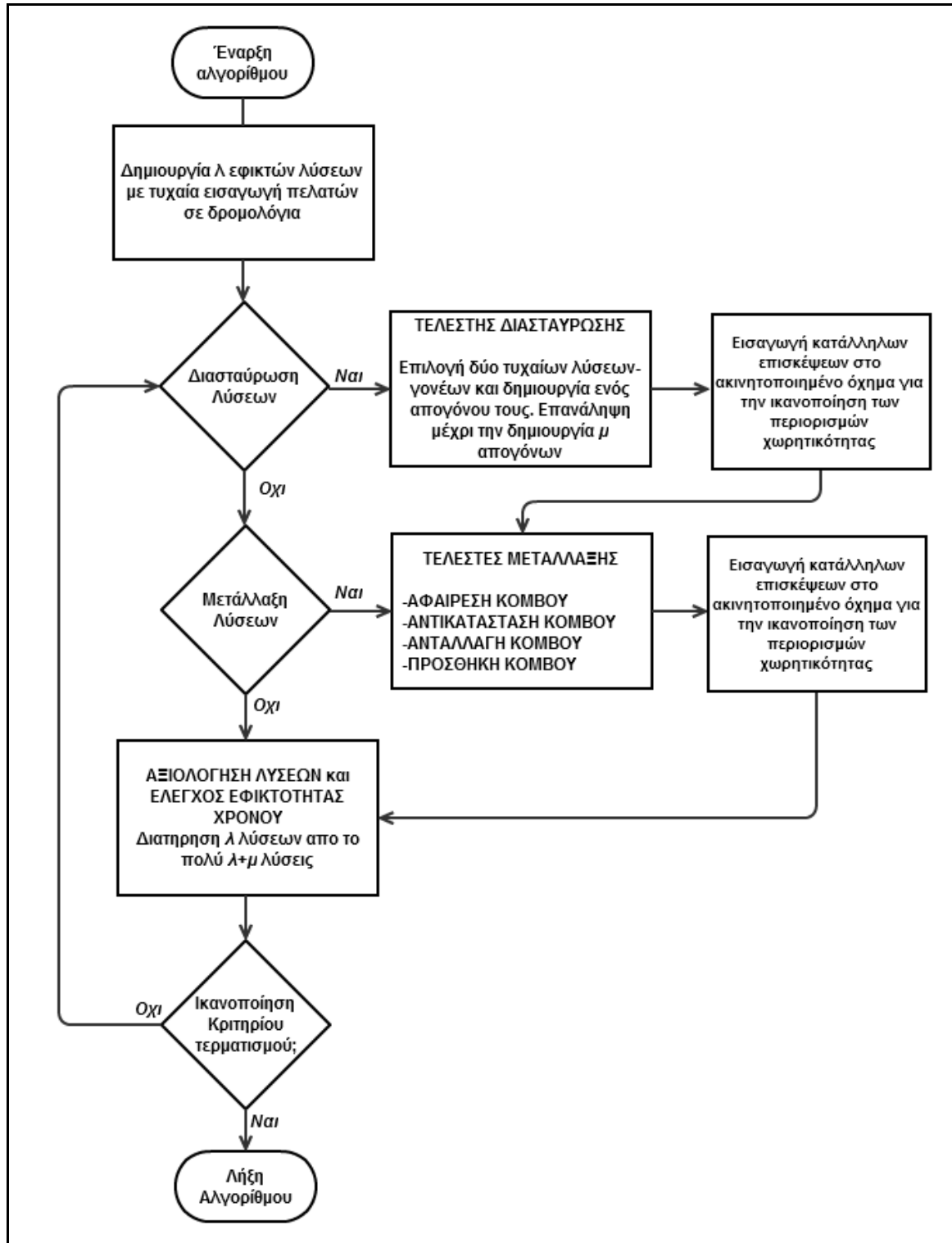
### 4.2.3. Προτεινόμενος Γενετικός Αλγόριθμος

Το Σχήμα 4.10 παρουσιάζει τα βασικά βήματα του προτεινόμενου ΓΑ για το ΠΑΚΟ. Ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί ορισμένες τεχνικές της μεθόδου που πρότεινε ο Tasgetiren (2001) για την λύση του απλού Προβλήματος Προσανατολισμού (*Orienteering Problem*).

Αρχικά δημιουργείται πληθυσμός λύσεων  $\Pi$  μεγέθους  $\lambda$ . Για την δημιουργία κάθε λύσης, οι κόμβοι ανατίθενται σε οχήματα με τυχαία επιλογή. Η τυχαία επιλογή προτιμάται για τρεις λόγους: Είναι γρήγορη, δημιουργεί ένα ποικίλο πληθυσμό που είναι ομοιόμορφα κατανεμημένος σε όλο το εύρος των λύσεων και σύμφωνα με τον Bräysy *et al.* (1999) ο γενετικός αλγόριθμος –σε παρόμοια προβλήματα- δεν επηρεάζεται από την ποιότητα των αρχικών λύσεων. Μετά από κάθε ανάθεση κόμβου σε όχημα ελέγχεται η εφικτότητα του δρομολογίου όσον αφορά τον περιορισμό χωρητικότητας. Στη περίπτωση που το πρόβλημα είναι ανέφικτο, ενεργοποιείται ο δυναμικός αλγόριθμος εύρεσης των βέλτιστων επισκέψεων στο ακινητοποιημένο όχημα για μεταφόρτωση αγαθών. Στη συνέχεια -έχοντας εξασφαλίσει τους περιορισμούς χωρητικότητας- ελέγχεται ο χρονικός περιορισμός. Αν η εισαγωγή του πελάτη είναι ανέφικτη χρονικά εξετάζεται ο επόμενος πελάτης μέχρι να είναι αδύνατη οποιαδήποτε επιπλέον εφικτή ανάθεση πελάτη σε δρομολόγιο οχήματος. Σε κάθε επαναληπτική γενιά του ΓΑ, ο πληθυσμός διασταυρώνεται ή/και μεταλλάσσεται βάση μιας πιθανότητας διασταύρωσης και μετάλλαξης.

Στην διασταύρωση, επιλέγονται τυχαία δύο γονείς για την δημιουργία ενός απόγονου μέσω *τελεστή διασταύρωσης*. Η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι να δημιουργηθεί πληθυσμός απογόνων μεγέθους  $\mu$ . Στον πληθυσμό αυτό εκτελούνται τέσσερεις διαφορετικοί *υπο-τελεστές μετάλλαξης*: *Αφαίρεση κόμβου*, *Πρόσθεση κόμβου*, *Αντικατάσταση κόμβου* και *Ανταλλαγή κόμβου*. Σε κάθε απόγονο που προκύπτει από τον *τελεστή διασταύρωσης* ελέγχονται οι περιορισμοί χωρητικότητας για όλα τα δρομολόγια των οχημάτων βάση της μεθόδου επίλυσης του υποπροβλήματος της εισαγωγής κατάλληλων επισκέψεων στο ακινητοποιημένο όχημα. Η ίδια διαδικασία ελέγχου των περιορισμών χωρητικότητας επαναλαμβάνεται μετά την ολοκλήρωση ενός κύκλου μετάλλαξης (ένας κύκλος μετάλλαξης περιλαμβάνει την εφαρμογή των 4 υπο-τελεστών μετάλλαξης).

Στο τέλος αυτού του βήματος, ο πληθυσμός των εφικτών απογόνων προστίθεται στον αρχικό πληθυσμό οπότε προκύπτει πληθυσμός μεγέθους  $\lambda + \mu$  από τον οποίο επιλέγονται οι καλύτερες  $\lambda$  λύσεις διατηρώντας σταθερό τον πληθυσμό των λύσεων. Ο  $\Gamma A$  σταματάει τις επαναλήψεις όταν ικανοποιηθεί το κριτήριο τερματισμού, όταν δηλαδή η καλύτερη -μέχρι στιγμής- λύση δεν βελτιωθεί για 200 επαναλήψεις του  $\Gamma A$ .



Σχήμα 4.10 Άποψη του ΓΑ για την επίλυση του ΠΑΚΟ.

Στις παρακάτω Ενότητες αναλύεται η αναπαράσταση της συμβολοσειράς του ΓΑ καθώς και τα βήματα του ΓΑ που περιλαμβάνουν τους τελεστές διασταύρωσης και μετάλλαξης του πληθυσμού όπως διατυπώνονται στο Σχήμα (4.10) παραπάνω.

### Αναπαράσταση Συμβολοσειράς Λύσεως για τον ΓΑ

Η επίλυση του προβλήματος με ΓΑ απαιτεί την αναπαράσταση του δρομολογίου σε συμβολοσειρά που αποτελεί βασικό συστατικό κάθε εξελικτικού αλγορίθμου. Μια εφικτή λύση του προβλήματος ορίζει  $K$  δρομολόγια για τα  $K$  ενεργά οχήματα του στόλου και αναπαρίσταται από μια σειρά αριθμών/συμβόλων που περιλαμβάνει τους κωδικούς (ID's) των οχημάτων, τον κωδικό του ακινητοποιημένου οχήματος (αν υπάρχει επίσκεψη σε αυτό), τους κωδικούς των πελατών και τέλος τον κωδικό της αποθήκης. Σε κάθε εφικτή λύση πρέπει να διακρίνονται:

- i. Τα διαφορετικά δρομολόγια των οχημάτων μεταξύ τους. Για το σκοπό αυτό εισάγεται ο μοναδικός αριθμός “999” μεταξύ των δρομολογίων
- ii. Το σημείο εκκίνησης κάθε οχήματος. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιείται ο αρνητικός του κωδικού αριθμού του οχήματος. Για παράδειγμα, το σημείο εκκίνησης του οχήματος με κωδικό “5” αναπαριστάται με το “-5”.
- iii. Το ακινητοποιημένο όχημα (αν υπάρχει επίσκεψη σε αυτό). Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιείται ο διακριτικός αριθμός “0” στη συμβολοσειρά της λύσης. Σημειώνεται ότι είναι πιθανό να υπάρχουν περισσότερες από μια επισκέψεις στο ακινητοποιημένο όχημα από το ίδιο ενεργό όχημα.
- iv. Το σημείο τερματισμού κάθε οχήματος. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιείται ο αρνητικός του κωδικού αριθμού κάθε οχήματος μείον τον αριθμό 100. Για παράδειγμα, το σημείο τερματισμού του οχήματος με κωδικό “5” αναπαριστάται με το “-105”.

Τα παραπάνω συνοψίζονται στο παράδειγμα που ακολουθεί. Έστω ότι έχουμε τα εξής σύνολα πελατών:

$S_7 = \{1,2,3,4,5\}$  πελάτες που αντιστοιχούν στο όχημα με κωδικό αριθμό “7”

$S_{13} = \{6,7,8,9,10\}$  πελάτες που αντιστοιχούν στο όχημα με κωδικό αριθμό “13”

$S_2 = \{11,12,13,14,15\}$  πελάτες που αντιστοιχούν στο όχημα με διακριτικό αριθμό “2”

$S_b = \{20, 21, 22, 23, 24, 25, 26\}$  πελάτες που αντιστοιχούν στο ακινητοποιημένο όχημα “b” (αναπαριστάται με τον κωδικό αριθμό “0” στη συμβολοσειρά της λύσης). Τα παραπάνω σύνολα χρησιμοποιούνται και στα επεξηγηματικά παραδείγματα των τελεστών διασταύρωσης και μετάλλαξης.

Σύμφωνα με τον ορισμό του προβλήματος, οι πελάτες που αντιστοιχούν σε ένα όχημα δεν είναι επισκέψιμοι από άλλα οχήματα. Αυτό ισχύει για όλα τα σύνολα πελατών εκτός από το σύνολο των πελατών  $S_b$  που αντιστοιχεί στο ακινητοποιημένο όχημα  $b$ . Μια εφικτή λύση μπορεί να είναι η εξής:

{-7 3 2 4 5 0 **23 21 22 26** -107 999 -13 10 7 8 9 0 **20 24 25** -113 999 -2 11 -102 999 -4 -104}

Στη λύση αυτή περιλαμβάνονται τα 4 ενεργά οχήματα με κωδικούς αριθμούς **7, 13, 2, 4** και, συνεπώς, 4 δρομολόγια. Οι πελάτες του συνόλου  $S_b$  σημειώνονται με κόκκινο χρώμα. Στο παράδειγμα της παραπάνω λύσης:

- i. Το όχημα 7 μετά το σημείο εκκίνησής του (-7), επισκέπτεται τους πελάτες με κωδικούς αριθμούς 3, 2, 4, 5 (ανήκουν στο όχημα με κωδικό αριθμό 7), έπειτα επισκέπτεται το ακινητοποιημένο όχημα 0, τους πελάτες του τελευταίου με διακριτικούς αριθμούς 23, 21, 22, 26 (ανήκουν στο σύνολο  $S_b$ ) και τέλος καταλήγει στο σημείο τερματισμού -107 (αποθήκη)
- ii. Το όχημα 13 μετά από το σημείο εκκίνησής του (-13), επισκέπτεται τους πελάτες με κωδικούς αριθμούς 10, 7, 8, 9 (ανήκουν στο όχημα με κωδικό αριθμό 13), έπειτα επισκέπτεται το ακινητοποιημένο όχημα 0, τους πελάτες του τελευταίου με κωδικούς αριθμούς 20, 24, 25 (ανήκουν στο σύνολο  $S_b$ ) και τέλος καταλήγει στο σημείο τερματισμού (-113) (αποθήκη)
- iii. Το όχημα 2 μετά το σημείο εκκίνησής του -2, επισκέπτεται τον πελάτη με κωδικό αριθμό 11 και καταλήγει στο σημείο -102
- iv. Το όχημα 4 μετά από το σημείο -4 καταλήγει στο σημείο τερματισμού -104 χωρίς καμία επίσκεψη σε πελάτη. Σημειώστε ότι δεν υπάρχει σύνολο πελατών που να

ανήκει στο όχημα με κωδικό αριθμό “4”. Συνεπώς, το όχημα με κωδικό 4 μπορεί να επισκεφτεί μόνο πελάτες που ανήκουν στο σύνολο  $S_b$ .

### Ανάλυση Βημάτων ΓΑ

Η γενική λειτουργία του Γενετικού Αλγορίθμου παρουσιάζεται στον παρακάτω ψευδοκώδικα του Σχήματος 4.11. Τα επιμέρους βήματα εξηγούνται παρακάτω.

```

A.1 Αρχικοποίηση Πληθυσμού Π μεγέθους λ
A.2 ΣΥΝΘΗΚΗ: Αν δεν ικανοποιείται το κριτήριο τερματισμού
ΕΠΑΝΕΛΑΒΕ // ΒΡΟΧΟΣ 1
  A.3 Τελεστής διασταύρωσης: Σύμφωνα με την πιθανότητα Διασταύρωσης, Διασταύρωσε 2λ
  λύσεις για την δημιουργία  $\mu$  απόγονων
    A.3.1 Έλεγχος εφικτότητας χωρητικότητας (κατάλληλη εισαγωγή επισκέψεων στο
    ακινητοποιημένο όχημα)
  A.4 Σύμφωνα με την πιθανότητα Μετάλλαξης, Μετάλλαξε  $\mu$  λύσεις: Τελεστής Μετάλλαξης
  (local neighborhood search)
    A.4.1 Τελεστής Αφαίρεσης κόμβου
    A.4.2 Τελεστής Πρόσθεσης κόμβου
    A.4.3 Τελεστής Αντικατάστασης κόμβου
    A.4.4 Τελεστής Ανταλλαγής κόμβου
    A.4.5 Έλεγχος εφικτότητας χωρητικότητας (κατάλληλη εισαγωγή επισκέψεων στο
    ακινητοποιημένο όχημα)
    A.4.6 Έλεγχος εφικτότητας χρόνου μεταλλαγμένης λύσης
  Έλεγχος Συνθήκης A.2 και έξοδος από βρόχο αν ικανοποιηθεί το κριτήριο τερματισμού
  A.5 Αξιολόγησε και επέλεξε  $\lambda$  λύσεις μεταξύ των  $\mu + \lambda$  λύσεων του P
ΤΕΛΟΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ // ΒΡΟΧΟΥ 1
ΤΕΛΟΣ ΣΥΝΘΗΚΗΣ // A2
A.6 Τέλος Αλγορίθμου

```

Σχήμα 4.11 Βήματα Γενετικού Αλγορίθμου

### **A.1 Αρχικοποίηση Πληθυσμού**

Οι αρχικές λύσεις δημιουργούνται με τυχαία εισαγωγή πελατών. Το μέγεθος του πληθυσμού ορίζεται σε  $\lambda = 100$  λύσεις όπως προτείνεται από τον Tasgetiren (2001). Οι λύσεις δημιουργούνται με τυχαία ανάθεση πελατών σε οχήματα όπως προτείνεται από τον Bräysy *et al.* (1999) ώστε ο αλγόριθμος να περιέχει αρχικά μεγάλο εύρος πιθανών λύσεων. Σε κάθε τυχαία ανάθεση πελάτη σε δρομολόγιο ενεργού οχήματος  $k$  χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος δυναμικού προγραμματισμού για την επίλυση του υποπροβλήματος της εισαγωγής κατάλληλων επισκέψεων στο ακινητοποιημένο όχημα

που εξασφαλίζει τη εφικτότητα του δρομολογίου όσον αφορά στη χωρητικότητα του οχήματος  $k$  και στην βέλτιστη εισαγωγή των επισκέψεων στο ακινητοποιημένο όχημα. Στη συνέχεια, αν το δρομολόγιο δεν παραβιάζει το χρονικό Περιορισμό 4.20 ο πελάτης εισάγεται στο δρομολόγιο του οχήματος  $k$ . Αν όχι, επιλέγουμε τον επόμενο πελάτη προς εισαγωγή μέχρι να εξεταστούν όλοι οι πελάτες οπότε και ολοκληρώνεται μια λύση του ΠΑΚΟ.

## A.2 Κριτήριο Τερματισμού

Ο αλγόριθμος τερματίζει όταν η καλύτερη μέχρι τότε λύση δεν βελτιώνεται για 200 επαναλήψεις. Στην περίπτωση που δεν ικανοποιείται το κριτήριο τερματισμού τότε εκτελούνται οι παρακάτω τελεστές.

## A.3 Τελεστής Διασταύρωσης (*Crossover Operation*)

Ο τελεστής διασταύρωσης (Σχήμα 4.12) εφαρμόζεται βάση της πιθανότητας διασταύρωσης, που έχει οριστεί ίση με 0,7. Ως επακόλουθο, οι λύσεις μιας γενιάς έχουν 70% πιθανότητα να διασταυρωθούν μεταξύ τους οπότε και προκύπτουν νέοι απόγονοι. Στην περίπτωση που ο απόγονος είναι μη εφικτή -λόγω χωρητικότητας- λύση, τότε σύμφωνα με τους περιορισμούς του ΠΑΚΟ, το ενεργό όχημα πρέπει να επισκεφτεί το ακινητοποιημένο όχημα για μεταφόρτωση αγαθών και η επίσκεψη (ή οι επισκέψεις όταν οι περιορισμοί του προβλήματος το επιβάλλουν) πρέπει να γίνει με τον βέλτιστο (οικονομικότερο) δυνατό. Αν και η λύση που προκύπτει μετά την κατάλληλη εισαγωγή του ακινητοποιημένου οχήματος είναι μη εφικτή λόγω χρόνου, η διαδικασία επαναλαμβάνεται  $\Phi$  φορές μέχρι να προκύψει εφικτή λύση. Αν και πάλι δεν προκύψει εφικτός απόγονος, επιλέγεται ως απόγονος ο καλύτερος εκ των δύο γονέων. Ο τελεστής, που αναλύεται παρακάτω (Σχήμα 4.12), επαναλαμβάνεται μέχρι την δημιουργία  $\lambda$  εφικτών απογόνων:

**A.3**

**ΣΥΝΘΗΚΗ:** Αν ο απόγονος δεν είναι εφικτός

**ΕΠΑΝΕΛΑΒΕ // ΒΡΟΧΟΣ 1** - Επανέλαβε  $\Phi$  φορές μέχρι η λύση να είναι εφικτή

Τυχαία επιλογή ζεύγους λύσεων  $O_m, A_m$  από τον πληθυσμό μεγέθους  $\mu$

Τελεστής Διασταύρωσης μεταξύ δύο λύσεων

Έλεγχος εφικτότητας χωρητικότητας με κατάλληλη εισαγωγή επισκέψεων στο ακινητοποιημένο όχημα

Έλεγχος εφικτότητας χρόνου διασταυρωμένης λύσης  $O_m$

**ΤΕΛΟΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ // ΒΡΟΧΟΣ 1**

**ΤΕΛΟΣ ΣΥΝΘΗΚΗΣ**

**Σχήμα 4.12 Τελεστής διασταύρωσης λύσεων**

Η λειτουργία του τελεστή διασταύρωσης μεταξύ δύο γονέων/λύσεων επεξηγείται στο παρακάτω παράδειγμα:

Έστω ένα ζεύγος γονέων:

*Γονέας 1*

{-7 3 2 4 5 0 23 21 22 26 -107 999 -13 10 7 8 9 0 20 24 25 -113 999 -2 11 -102 999 -4 -104}

*Γονέας 2*

{-7 1 2 3 5 0 22 20 26 -107 999 -13 7 8 9 0 24 25 -113 999 -2 11 -102 999 -4 -104}

Ο τελεστής επιλέγει τυχαία δύο δρομολόγια από τους παραπάνω γονείς τα οποία και θα διασταυρώσει. Για να λειτουργήσει ο τελεστής, τα δρομολόγια πρέπει να έχουν επαρκή αριθμό πελατών. Συνεπώς, αν ένα δρομολόγιο οχήματος περιλαμβάνει μια και μόνο επίσκεψη σε πελάτη (σε έναν από τους δύο ή και στους δύο γονείς), τότε το δρομολόγιο αυτό δεν περιλαμβάνεται στην τυχαία επιλογή. Στο παραπάνω παράδειγμα μόνο τα οχήματα με κωδικό αριθμό **7** και **13** επισκέπτονται περισσότερους του ενός πελάτες και στους δύο γονείς.

Έστω ότι από τους δύο γονείς επιλέγεται το όχημα με κωδικό αριθμό **7**. Στο παράδειγμα μας, το δρομολόγιο οχήματος με κωδικό αριθμό **7** στον πρώτο γονέα είναι: {-7 3 2 4 5 0 23 21 22 26 -107} και στον δεύτερο γονέα είναι {-7 1 2 3 5 0 22 20 26 -107}. Η διασταύρωση των δρομολογίων πραγματοποιείται ως εξής:

Γονέας 1, Δρομολόγιο οχήματος με κωδικό 7: {-7 3 2 4 5 0 23 21 22 26 -107}

Γονέας 2, Δρομολόγιο οχήματος με κωδικό 7: {-7 1 2 3 5 0 22 20 26 -107}

Επιλέγεται τυχαία ένα σημείο μεταξύ του -7 και -107 και στους δύο γονείς:

Γονέας 1, Δρομολόγιο οχήματος με κωδικό 7: {-7 3 2 4 5 0 23 21 22 26 -107}

Γονέας 2, Δρομολόγιο οχήματος με κωδικό 7: {-7 1 2 3 5 0 22 20 26 -107}

και δημιουργείται ο *Απόγονος* εισάγοντας μετά τον κόμβο 21 του δρομολογίου του πρώτου γονέα, τους κόμβους που ακολουθούν τον κόμβο 1 του δρομολογίου του δεύτερου γονέα ως εξής:

Απόγονος, δρομολόγιο οχήματος με κωδικό 7: {-7 3 2 4 5 0 23 21 2 3 5 0 22 20 26 22 26 -107}

Από την λύση αφαιρούνται τα σημεία/πελάτες που εμφανίζονται 2 φορές. Αυτά είναι τα σημεία: 2, 3, 5, 0, 22 και 26 και ο απόγονος μετασχηματίζεται σε:

Απόγονος, δρομολόγιο οχήματος με κωδικό 7: {-7 3 2 4 5 0 23 21 22 20 26 -107}

Στη συνέχεια αντικαθιστάται το δρομολόγιο με κωδικό αριθμό 7 του γονέα 1 με το δρομολόγιο με κωδικό 7 του απόγονου:

Απόγονος: {-7 3 2 5 0 23 21 22 20 26 -107 999 -13 10 7 8 9 0 20 24 25 -113 999 -2 11 -102 999 -4 -104}

Τέλος, αν υπάρχουν διπλά σημεία/πελάτες στο συνολικό δρομολόγιο (π.χ. στον παραπάνω απόγονο εμφανίζεται δύο φορές το σημείο 20, στο δρομολόγιο του οχήματος με κωδικό 7 και στο δρομολόγιο του οχήματος με κωδικό 13), οι επαναλήψεις αφαιρούνται τυχαία από τα αντίστοιχα δρομολόγια ώστε να υπάρχει μοναδικότητα στην επίσκεψη των κόμβων. Στο τέλος, η λύση έχει την μορφή:

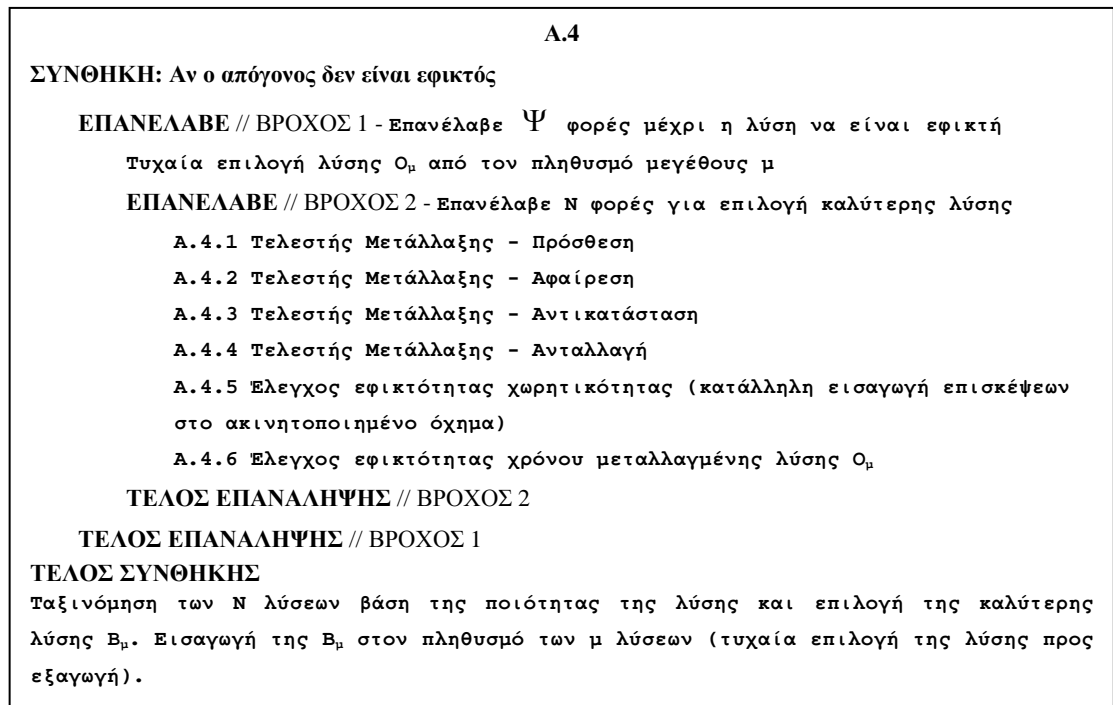
Απόγονος: {-7 3 2 5 0 23 21 22 20 26 -107 999 -13 10 7 8 9 0 24 25 -113 999 -2 11 -102 999 -4 -104}

### A.3.1 Έλεγχος εφικτότητας χωρητικότητας

Η τελική λύση ύστερα από την διασταύρωση είναι πιθανόν να μην είναι εφικτή λόγω παραβίασης του περιορισμού χωρητικότητας οχημάτων. Στην περίπτωση αυτή (Σχήμα 4.11, Βήμα Α.3.1), επιλύεται το υποπρόβλημα της εισαγωγής κατάλληλων επισκέψεων στο ακινητοποιημένο όχημα. Αν η λύση που προκύπτει εξακολουθεί να είναι μη εφικτή λόγω χρόνου, τότε απορρίπτεται και η όλη διαδικασία επαναλαμβάνεται  $\Phi$  φορές μέχρι η λύση να είναι εφικτή. Αν και μετά τις  $\Phi$  επαναλήψεις δεν προκύπτει εφικτός απόγονος, τότε ο καλύτερος εκ των δύο γονέων επιλέγεται ως απόγονος. Με τον τρόπο αυτό εξασφαλίζεται ότι θα προκύψουν  $\mu$  απόγονοι ώστε ο αριθμός των λύσεων να ανέλθει στις  $\mu + \lambda$ .

#### A.4 Τελεστής Μετάλλαξης

Ο τελεστής μετάλλαξης (Σχήμα 4.13) περιλαμβάνει συνολικά 4 υπο-τελεστές και εφαρμόζεται βάση της πιθανότητα μετάλλαξης που έχει οριστεί ως 0,4 οπότε οι λύσεις μιας γενιάς έχουν 40% πιθανότητα να μεταλλαχθούν και να προκύψουν νέοι απόγονοι. Οι υπο-τελεστές λειτουργούν σύμφωνα με τον ψευδοκώδικα του Σχήματος 4.13.



Σχήμα 4.13 Τελεστής μετάλλαξης λύσεων

Σημειώνεται ότι στην περίπτωση του τελεστή ανταλλαγής (Σχήμα 4.13, Βήμα Α.4.4), δεν υπάρχει επανάληψη του βρόχου 2 για επιλογή ποιοτικότερης λύσης, καθώς όλες οι Ν λύσεις έχουν την ίδια ποιότητα (το σύνολο των πελατών του δρομολογίου δεν αλλάζει). Οι τέσσερις υπο-τελεστές μετάλλαξης είναι οι εξής:

#### **Α.4.1 Τελεστής Πρόσθεσης Κόμβου**

Ο τελεστής αναζητά πελάτη που δεν υπάρχει στην υφιστάμενη λύση και στη συνέχεια τον προσθέτει σε τυχαία θέση εντός της λύσης.

Αν ο πελάτης που επελέγη ανήκει στο ακινητοποιημένο όχημα  $\theta$  τότε η εισαγωγή θα γίνει τυχαία σε οποιοδήποτε δρομολόγιο οχήματος (π.χ. μεταξύ των σημείων **-13** και **-113** ή μεταξύ **-7** και **-107** στο παραπάνω παράδειγμα).

Αν ο πελάτης προς εισαγωγή δεν ανήκει στο ακινητοποιημένο όχημα και ανήκει π.χ. στο όχημα με διακριτικό **7**, τότε μπορεί να εισαχθεί τυχαία μόνο μεταξύ των σημείων **-7** και του **-107**.

#### **Α.4.2 Τελεστής Αφαίρεσης Κόμβου**

Ο τελεστής αναζητά κόμβο που υπάρχει στην υφιστάμενη λύση και στην συνέχεια τον αφαιρεί από τη λύση. Στην περίπτωση που ο κόμβος που επελέγη ανήκει στο ακινητοποιημένο όχημα  $\theta$  και είναι ο μοναδικός πελάτης που ανήκει στο δρομολόγιο του οχήματος αυτού, τότε αφαιρείται και ο κόμβος του ακινητοποιημένου οχήματος  $\theta$ .

Για παράδειγμα, εάν ο αρχικός απόγονος είναι:

**Απόγονος: {-7 3 2 5 0 23 21 22 20 26 -107 999 -13 10 7 8 9 0 24 25 -113 999 -2 0 23 11 -102 999 -4 -104}**

επιλέγεται τυχαία για αφαίρεση ο κόμβος **23**. Ο κόμβος αυτός, όμως, είναι ο μοναδικός κόμβος του δρομολογίου που ανήκει στο ακινητοποιημένο όχημα. Συνεπώς αφαιρείται και ο κόμβος  $\theta$ . Ο απόγονος θα έχει την μορφή:

Απόγονος: {-7 3 2 5 0 23 21 22 20 26 -107 999 -13 10 7 8 9 0 24 25 -113 999 -2 11 -102 999 -4 -104}

#### A.4.3 Τελεστής Αντικατάστασης Κόμβου

Ο τελεστής αναζητά πελάτη που δεν μετέχει στα υφιστάμενα δρομολόγια. Ο πελάτης αυτός ανταλλάσσεται με έναν από τους πελάτες του υφιστάμενου δρομολογίου του οχήματος που ανήκει ο αρχικός πελάτης. Για παράδειγμα έστω ο απόγονος:

Απόγονος: {-7 3 5 0 23 21 22 20 26 -107 999 -13 10 7 8 9 0 24 25 -113 999 -2 11 -102 999 -4 -104}

Επιλέγεται τυχαία ο πελάτης *I* που δεν μετέχει στην λύση. Ο πελάτης αυτός ανήκει στο όχημα με διακριτικό αριθμό 7. Επιλέγεται ένας πελάτης (έστω ο πελάτης 5) που ανήκει στο όχημα με διακριτικό 7 και μετέχει στη λύση. Ο πελάτης 5 αντικαθιστάται με τον πελάτη *I*. Ο νέος απόγονος θα έχει την μορφή:

Απόγονος: {-7 3 1 0 23 21 22 20 26 -107 999 -13 10 7 8 9 0 24 25 -113 999 -2 11 -102 999 -4 -104}

#### A.4.4 Τελεστής Ανταλλαγής Κόμβου

Ο τελεστής αναζητά πελάτες της λύσης που ανήκουν στο ακινητοποιημένο όχημα. Αν οι πελάτες που ανήκουν στο ακινητοποιημένο όχημα είναι λιγότεροι από δύο τότε δεν πραγματοποιείται αλλαγή. Αν οι πελάτες είναι δύο ή περισσότεροι, ο τελεστής επιλέγει τυχαία δύο από τους πελάτες αυτούς και τους ανταλλάσσει μεταξύ τους. Για παράδειγμα:

Απόγονος: {-7 3 1 0 23 21 22 20 26 -107 999 -13 10 7 8 9 0 24 25 -113 999 -2 11 -102 999 -4 -104}

Επιλέγεται τυχαία ο πελάτης 20 και ο πελάτης 25 (ανήκουν στο ακινητοποιημένο όχημα) και οι θέσεις τους ανταλλάσσονται μεταξύ τους. Ο μεταλλαγμένος απόγονος θα έχει την μορφή:

Απόγονος: {-7 3 1 0 23 21 22 25 26 -107 999 -13 10 7 8 9 0 24 20 -113 999 -2 11 -102 999 -4 -104}

#### **A.4.5 Έλεγχος εφικτότητας χωρητικότητας (κατάλληλη εισαγωγή επισκέψεων στο ακινητοποιημένο όχημα)**

Η τελική λύση ύστερα από την μετάλλαξη είναι πιθανόν να μην είναι εφικτή λόγω παραβίασης του περιορισμού χωρητικότητας οχημάτων. Στην περίπτωση αυτή (A.4.5 στο ψευδοκώδικα του Σχήματος 4.11), επιλύεται το υποπρόβλημα εισαγωγής του ακινητοποιημένου οχήματος στο δρομολόγιο. Αν η λύση που προκύπτει εξακολουθεί να είναι μη εφικτή λόγω χρόνου (Σχ. 4.11 - A.4.6), τότε απορρίπτεται και η όλη διαδικασία επαναλαμβάνεται  $\Psi$  φορές μέχρι η λύση να είναι εφικτή. Αν και μετά τις  $\Psi$  επαναλήψεις δεν προκύπτει εφικτός απόγονος, τότε ο αρχικός γονέας επιλέγεται ως έχει. Με τον τρόπο αυτό εξασφαλίζεται ότι θα διατηρηθεί σταθερός ο αριθμός των  $\mu$  απογόνων.

#### **A.5 Αξιολόγηση Λύσεων**

Η αξιολόγηση των λύσεων περιλαμβάνει την τελική επιλογή πληθυσμού λύσεων  $\lambda$  από τον πληθυσμό  $\mu + \lambda$  που προκύπτει έπειτα από την διαδικασία των απογόνων. Η επιλογή γίνεται πιθανοθεωρητικά με την τεχνική *roulette wheel*. Με τον τρόπο αυτό, οι καλύτερες λύσεις έχουν μεγαλύτερη πιθανότητα να επιλεγούν στην επόμενη γενιά.

#### **A.6 Επιλογή της καλύτερης λύσης**

Ο αλγόριθμος ολοκληρώνεται με βάση το κριτήριο μη βελτίωσης της καλύτερης λύσης για 200 επαναλήψεις. Με την ολοκλήρωση, επιλέγεται η καλύτερη λύση από τον τρέχοντα πληθυσμό (μεγέθους  $\lambda$  λύσεων). Το κριτήριο τερματισμού ορίστηκε βάση πειραματικών αποτελεσμάτων.

### **4.3. ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΠΑΚΟ**

Όπως αναφέρθηκε στην αρχή του παρόντος Κεφαλαίου, το ΠΑΚΟ είναι νέο πρόβλημα στην βιβλιογραφία και, επομένως, δεν υφίστανται πειραματικά δεδομένα σε πρότυπα προβλήματα μέσω των οποίων να αξιολογηθεί η αποτελεσματικότητα των προτεινόμενων αλγορίθμων (ΓΑ και της Ευρετικής Στοχαστικής Μεθόδου).

Για το λόγο αυτό χρησιμοποιούμε το παρόμοιο κλασσικό πρόβλημα *Ομαδικού Προσανατολισμού*, που μπορεί να προκύψει από το *Πρόβλημα Ακινητοποίησης Οχήματος* με τη χαλάρωση συγκεκριμένων περιορισμών του τελευταίου (όπως π.χ. η πεπερασμένες χωρητικότητες των οχημάτων). Για το πρόβλημα του Ομαδικού Προσανατολισμού υφίστανται πρότυπα προβλήματα και πειραματικά δεδομένα από πολλαπλούς αλγορίθμους της βιβλιογραφίας, βλ. Vansteenwegen *et. al* (2009). Η τακτική, επομένως, που ακολουθείται είναι η εξής:

- i. Ο *ΓΑ* μετατρέπεται ώστε να επιλύει το Πρόβλημα του Ομαδικού Προσανατολισμού
- ii. Χρησιμοποιείται ο *ΓΑ* για την επίλυση υφιστάμενων πρότυπων προβλημάτων Ομαδικού Προσανατολισμού. Τα Αποτελέσματα συγκρίνονται με αυτά σειράς μεθόδων της βιβλιογραφίας. Με τον τρόπο αυτό πιστοποιείται η ποιότητα των λύσεων του *ΓΑ* σε ένα πρόβλημα παρόμοιο με το *ΠΑΚΟ*, και, συνεπώς, η καταλληλότητα του *ΓΑ* για την αποτελεσματική επίλυση του *ΠΑΚΟ* (βλ. Ενότητα 4.3.1 κατωτέρω)
- iii. Δημιουργούνται νέα πρότυπα Προβλήματα ΑΚΟ και επιλύονται τόσο με τον *ΓΑ*, όσο και με την ευρετική μέθοδο (*ΣΑ*). Τα προβλήματα και τα Αποτελέσματα παρουσιάζονται στην Ενότητα 4.3.2.
- iv. Αξιολογείται ο *ΣΑ* συγκρίνοντας τις λύσεις αυτής σε σχέση με τις «καλές» λύσεις του *ΓΑ* τόσο από πλευράς ποιότητας όσο και από πλευράς χρόνων επίλυσης.
- v. Τέλος, ο αλγόριθμος δοκιμάστηκε σε πραγματικές συνθήκες κατά την εκτέλεση δρομολογίων εταιρείας διανομής που εδρεύει στην Αττική. Το πρακτικό αυτό σενάριο πραγματοποιήθηκε στα πλαίσια ερευνητικού προγράμματος της ΓΓΕΤ, στο οποίο συμμετείχε και υλοποίησε το εργαστήριο Συστημάτων Παραγωγής και Λειτουργιών του Τμήματος Μηχανικών Οικονομίας και Διοίκησης του Πανεπιστημίου Αιγαίου. Το σενάριο και τα Αποτελέσματα παρουσιάζονται στην Ενότητα 4.3.3.

### 4.3.1. Αξιολόγηση ΓΑ μέσω Επίλυσης Πρότυπων Προβλημάτων Ομαδικού Προσανατολισμού

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, στα πλαίσια της αξιολόγησης, ο ΓΑ μετατράπηκε κατάλληλα ώστε να επιλύει το ΠΟΠ, δηλαδή το πρόβλημα που προκύπτει από (α) την χαλάρωση των Περιορισμών χωρητικότητας (4.13) – (4.22) του ΠΑΚΟ και (β) την ταύτιση των σημείων εκκίνησης των ενεργών οχημάτων μεταξύ τους. Οι σημαντικές αλλαγές του ΓΑ είναι οι εξής (βλ. Σχήμα 4.11):

- i. Βήματα A.3.1 και A.4.5 Δεν πραγματοποιείται ο έλεγχος εφικτότητας για την χωρητικότητα του οχήματος
- ii. Βήμα A.4.1 Τελεστής Πρόσθεσης Κόμβου: Η εισαγωγή πελάτη μπορεί να γίνει σε οποιοδήποτε δρομολόγιο οχήματος (στο ΠΟΠ δεν υπάρχουν οι περιορισμοί των διαφορετικών συνόλων πελατών).
- iii. A.4.4 Τελεστής Ανταλλαγής Κόμβου: Επιλέγονται δυο οιοδήποτε πελάτες και όχι μόνο πελάτες του συνόλου  $S_b$

Για το σκοπό της ποιοτικής σύγκρισης έχουν επιλεγεί τρία από τα επτά πρότυπα προβλήματα της εργασίας των Chao *et al.* (1996b). Τα προβλήματα διαφέρουν –κυρίως– στον αριθμό των πελατών και στην χωρική κατανομή τους. Η επιλογή των τριών προβλημάτων έγινε βάση της πολυπλοκότητας τους. Συγκεκριμένα επιλέχθηκε το πρόβλημα 3 (31 πελάτες - χαμηλή πολυπλοκότητα), το πρόβλημα 5 (64 πελάτες - μέτρια πολυπλοκότητα) και το πρόβλημα 4 (98 πελάτες - υψηλή πολυπλοκότητα). Κάθε ένα από τα τρία προβλήματα επιλύεται με 2, 3 και 4 οχήματα οπότε προκύπτουν 9 υπο-προβλήματα. Τέλος, σε κάθε υπο-πρόβλημα μεταβάλλεται ο διαθέσιμος χρόνος (παράμετρος  $T_{\max}$ ) που έχουν στην διάθεση τους τα οχήματα για την ολοκλήρωση του δρομολογίου (Εξ. 4.20). Σημειώνεται ότι με τη σταδιακή αύξηση του  $T_{\max}$  δημιουργείται κάθε φορά ένα νέο και πιο χαλαρό πρόβλημα στο οποίο τα οχήματα έχουν περισσότερο χρόνο στην διάθεση τους (και άρα μπορούν να εξυπηρετήσουν μεγαλύτερο αριθμό πελατών).

Οι πρότυπες λύσεις στο Πρόβλημα ΟΠ 3 (μικρής πολυπλοκότητας) προέρχονται από τις εργασίες των:

- EXACT, An Exact Algorithm to solve the TOP από Boussier *et al.* (2007)
- SVF, Slow Variable Neighbourhood Search από Archetti *et al.* (2007).

Σημειώνεται ότι ο αλγόριθμος βέλτιστης λύσης των Boussier *et al.* είναι εφαρμόσιμος μόνο σε προβλήματα μικρής πολυπλοκότητας όπως σε υποπεριπτώσεις του πρότυπου προβλήματος 3 (31 πελάτες). Οι πρότυπες λύσεις στα Προβλήματα Ομαδικού Προσανατολισμού που χρησιμοποιήθηκαν για την αξιολόγηση των προβλημάτων 4 και 5 (μεγάλης και μεσαίας πολυπλοκότητας αντίστοιχα) προέρχονται από τις ακόλουθες δημοσιεύσεις (όπως αναφέρονται στην εργασία των Souffriau *et al.*, 2009):

- TMH, Tabu Search από Tang, Miller-Hooks (2005);
- SVF, Slow Variable Neighbourhood Search από Archetti *et al.* (2007);
- GLS, Guided Local Search από Vansteenwegen *et al.* (2009);
- ASe, Sequential Ant Colony Optimisation από Ke *et al.* (2008);
- SPR, Path Relinking method από Souffriau *et al.* (2009).

Ενδεικτικά στον Πίνακα 4.2 παρουσιάζονται τα Αποτελέσματα της αξιολόγησης που αφορούν το υψηλής πολυπλοκότητας πρόβλημα 4 (98 πελάτες) με 2 οχήματα. Η μετρική

$$E = \frac{BestKnownSolution - \Gamma A Solution}{BestKnownSolution} \times 100$$

αντιπροσωπεύει την ποσοστιαία διαφορά

της καλύτερης ανταγωνιστικής λύσης σε σχέση με τη λύση του  $\Gamma A$  (*Efficiency*). Για παράδειγμα για  $E = +1.5\%$ , η λύση του  $\Gamma A$  είναι 1,5% χειρότερη από την καλύτερη γνωστή λύση. Οι καλύτερες δημοσιευμένες λύσεις παρουσιάζονται με έντονη γραμματοσειρά.

**Πίνακας 4.2 Ενδεικτικά Αποτελέσματα (συνολικό κέρδος) προτεινόμενης μεθόδου ( $\Gamma A$ ) - πρόβλημα 4, 2 οχήματα**

$T_{max}$	TMH	SVF	GLS	ASe	SPR	$\Gamma A$	E (%)
40	517	526	531	531	531	<b>533</b>	-0,4
45	593	<b>618</b>	602	<b>618</b>	<b>618</b>	<b>618</b>	0,0
50	666	<b>687</b>	651	<b>687</b>	<b>687</b>	679	1,2
55	749	753	734	<b>757</b>	<b>757</b>	756	0,1
60	827	<b>835</b>	797	827	<b>835</b>	814	2,5

$T_{\max}$	TMH	SVF	GLS	ASe	SPR	$\Gamma A$	E (%)
65	915	<b>918</b>	826	<b>918</b>	<b>918</b>	865	5,8
70	914	962	939	<b>965</b>	<b>965</b>	960	0,5
75	963	<b>1022</b>	994	<b>1022</b>	<b>1022</b>	973	4,8
80	1022	<b>1074</b>	1051	1071	<b>1074</b>	1026	4,5
85	1089	<b>1132</b>	1051	1130	<b>1132</b>	1090	3,7
90	1150	1171	1117	1168	<b>1173</b>	1123	4,3
95	1175	<b>1218</b>	1191	1215	<b>1218</b>	1211	0,6
100	1208	1241	1214	<b>1242</b>	<b>1242</b>	1239	0,2
105	1255	1263	1248	1263	1263	1253	0,9
110	1277	1286	1267	<b>1288</b>	1286	1281	0,5
115	1294	1301	1286	<b>1304</b>	1296	1296	0,6
120	<b>1306</b>	<b>1306</b>	1294	<b>1306</b>	<b>1306</b>	1304	0,2

Σύμφωνα με τον Πίνακα 4.2, ο προτεινόμενος  $\Gamma A$  θέτει νέα λύση αναφοράς σε ένα πρόβλημα ( $T_{\max}=40$ ) ενώ, στην χειρότερη περίπτωση, η ποσοστιαία απόκλισή του από την καλύτερη δημοσιευμένη λύση είναι 5,8% ( $T_{\max}=65$ ). Κατά μέσο όρο η απόκλιση του προτεινόμενου  $\Gamma A$  (α) από την καλύτερη λύση είναι 1,8% και (β) από την χειρότερη λύση είναι -2,4% (δηλαδή κατά μέσο όρο υπολείπεται κατά 1,8% της καλύτερης δημοσιευμένης λύσεις και υπερτερεί κατά 2,4% της χειρότερης δημοσιευμένης λύσης).

Τα αναλυτικά Αποτελέσματα για το σύνολο των εννέα (9) υποπροβλημάτων παρουσιάζονται στο Παράρτημα Α (Πίνακες Α.1–Α.9), όπου, για κάθε υποπρόβλημα και για κάθε εναλλακτική μέθοδο, αναφέρεται το συνολικό κέρδος που αποκομίζει ο στόλος οχημάτων για κάθε τιμή του  $T_{\max}$  (ακριβώς όπως και στον Πίνακα 4.2).

Για το πρόβλημα 3 χαμηλής πολυπλοκότητας, ο  $\Gamma A$  βρίσκει την καλύτερη δημοσιευμένη λύση σε 42 από τα συνολικά 45 υποπροβλήματα. Μάλιστα, σε μία υποπερίπτωση (3.2.g) η λύση του  $\Gamma A$  θέτει νέα λύση αναφοράς (η ακολουθία των κόμβων των λύσεων του  $\Gamma A$  που υπερτερούν των ήδη δημοσιευμένων λύσεων παρουσιάζεται στο τέλος του Παραρτήματος Α). Ο Πίνακας 4.3 παρουσιάζει την μέση τιμή ( $E - Efficiency$ ) της ποσοστιαίας απόκλισης των αποτελεσμάτων του  $\Gamma A$  από τα δημοσιευμένα Αποτελέσματα της βιβλιογραφίας. Για κάθε υποπρόβλημα με 2, 3 και 4 οχήματα, αντίστοιχα, η μέση τιμή της απόκλισης αναφέρεται στο σύνολο των τιμών του  $T_{\max}$ . Για

παράδειγμα, για το πρόβλημα 3.3 οι λύσεις του ΓΑ για όλες τις χρονικές υποπεριπτώσεις (διαφορετικό  $T_{\max}$ ) υστερούν κατά μέσο όρο  $E=0.29\%$  των λύσεων του αλγορίθμου EXACT. Αντίστοιχα, οι λύσεις του ΓΑ για όλα τα υποπροβλήματα με 2, 3 και 4 οχήματα και για όλες τις υποπεριπτώσεις, υστερούν κατά μέσο όρο  $E = 0,14\%$  και  $E = 0,27\%$  των λύσεων των αλγορίθμων EXACT και SVF, αντίστοιχα (τελευταία γραμμή του Πίνακα 4.3).

**Πίνακας 4.3 Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτεινόμενης Μεθόδου για το πρόβλημα 3 του ΠΟΠ**

Πρόβλημα	Οχήματα	E	
		EXACT	SVF
3	2	0,0	0,0
3	3	0,29 <sup>2</sup>	0,50 <sup>3</sup>
3	4	0,13 <sup>4</sup>	0,33 <sup>5</sup>
	M.O. Προβλήματος 3	0,14%	0,27%

Τα συγκεντρωτικά συγκριτικά Αποτελέσματα για τα προβλήματα 4 και 5 με 2, 3 και 4 οχήματα, αντίστοιχα, παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.4. Συγκεκριμένα παρουσιάζεται η μέση τιμή της απόκλισης των αποτελεσμάτων του ΓΑ σε σχέση με τα δημοσιευμένα Αποτελέσματα των μεθόδων της βιβλιογραφίας ανά υποπρόβλημα, καθώς και για το σύνολο των υποπροβλημάτων ανά πρόβλημα. Για παράδειγμα, για το υποπρόβλημα 4.2 οι λύσεις του αλγορίθμου SPR για όλες τις χρονικές υποπεριπτώσεις (διαφορετικές τιμές  $T_{\max}$ ) υπερτερούν κατά μέση τιμή  $E=+1.8\%$  των λύσεων του ΓΑ. Αντίστοιχα, για το πρόβλημα 4 οι λύσεις του αλγορίθμου GLS για όλα τα υποπροβλήματα με 2, 3 και 4 οχήματα και για όλες τις υποπεριπτώσεις, υστερούν κατά μέση τιμή  $E = -1,2\%$  των λύσεων του προτεινόμενου ΓΑ.

**Πίνακας 4.4 Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτεινόμενης Μεθόδου για τα προβλήματα 4 και 5 του ΠΟΠ**

	E(%)
--	------

<sup>2</sup> Μέσος Όρος βάση 13 υποπεριπτώσεων

<sup>3</sup> Μέσος Όρος βάση 7 υποπεριπτώσεων

<sup>4</sup> Μέσος Όρος βάση 15 υποπεριπτώσεων

<sup>5</sup> Μέσος Όρος Βάση 6 υποπεριπτώσεων

Πρόβλημα	Οχήματα	TMH	SVF	GLS	SPR	ASe
4	2	-0,7	1,7	-1,5	1,8	1,7
4	3	0,2	1,7	-0,9	1,6	1,5
4	4	0,0	1,6	-1,2	1,5	1,3
Μ.Ο. Προβλήματος 4		-0,2	1,7	-1,2	1,6	1,5
5	2	-0,4	0,9	-1,3	1,0	1,0
5	3	-0,5	0,7	-2,1	0,6	0,6
5	4	0,3	1,7	-0,9	1,6	1,7
Μ.Ο. Προβλήματος 5		-0,2	1,1	-1,4	1,0	1,1
Μ.Ο. Προβλημάτων 4 και 5		-0,2	1,39	-1,31	1,29	1,28

Τα Αποτελέσματα του Πίνακα 4.4 δείχνουν ότι ο ΓΑ είναι ιδιαίτερα αποτελεσματικός στα πρότυπα Προβλήματα ΟΠ υψηλής και μεσαίας πολυπλοκότητας. Συγκεκριμένα, για το σύνολο των υπο-προβλημάτων με 2, 3 και 4 οχήματα του προβλήματος 4, η μέση τιμή των λύσεων του ΓΑ:

- i. υπολείπεται κατά 1,7% της μέσης τιμής των δημοσιευμένων λύσεων των Archetti *et al.*
- ii. υπολείπεται κατά 1,6% της μέσης τιμής των δημοσιευμένων λύσεων των Souffriau *et al.*
- iii. υπολείπεται κατά 1,5% της μέσης τιμής των δημοσιευμένων λύσεων των Ke *et al.*
- iv. υπερτερεί κατά 0,2% της μέσης τιμής των δημοσιευμένων λύσεων των Tang, Miller-Hooks
- v. υπερτερεί κατά 1,2% της μέσης τιμής των δημοσιευμένων λύσεων του Vansteenwegen *et al.*

Για το σύνολο των υπο-προβλημάτων με 2, 3 και 4 οχήματα του προβλήματος 5, η μέση τιμή των λύσεων του ΓΑ:

- i. υπολείπεται κατά 1,1% της μέσης τιμής των δημοσιευμένων λύσεων των Archetti *et al.*

- ii. υπολείπεται κατά 1,1% της μέσης τιμής των δημοσιευμένων λύσεων των Ke *et al.*
- iii. υπολείπεται κατά 1,0% της μέσης τιμής των δημοσιευμένων λύσεων των Souffriau *et al.*
- iv. υπερτερεί κατά 0,2% της μέσης τιμής των δημοσιευμένων λύσεων των Tang, Miller-Hooks
- v. υπερτερεί κατά 1,4% της μέσης τιμής των δημοσιευμένων λύσεων του Vansteenwegen *et al.*

Αξίζει να σημειωθεί ότι για δύο υποπεριπτώσεις του προβλήματος 4 (4.2.d και 4.3.m) ο προτεινόμενος ΓΑ θέτει νέες λύσεις αναφοράς (καλύτερη λύση από την καλύτερη δημοσιευμένη μέχρι στιγμής). Επίσης, επισημαίνεται ότι, οι αλγόριθμοι αναφοράς της βιβλιογραφίας αναπτύχθηκαν ειδικά για την επίλυση του ΠΟΠ και ότι τα αντίστοιχα πρότυπα Αποτελέσματα ελήφθησαν μετά από πολλαπλές επαναληπτικές λύσεις του ίδιου προβλήματος, πράγμα που δεν πραγματοποιήθηκε στην παρούσα μελέτη, καθότι ο σκοπός αυτής ήταν η αξιολόγηση του ΓΑ και όχι η επίτευξη νέων πρότυπων λύσεων. Κατά συνέπεια, οι πολύ περιορισμένες αποκλίσεις που παρατηρήθηκαν για ορισμένα προβλήματα, αλλά και το γεγονός ότι σε ορισμένα προβλήματα επιτεύχθηκαν νέες πρότυπες λύσεις καταδεικνύουν την υψηλή αποτελεσματικότητα του ΓΑ.

Στο επόμενο κεφάλαιο εξετάζεται η απόδοση (ποιότητα λύσης και υπολογιστικός χρόνος) του ΣΑ σε σχέση με την απόδοση του ΓΑ σε Προβλήματα ΑΚΟ (όπου πρακτικά απαιτείται άμεση απόκριση).

### 4.3.2. Αξιολόγηση Αλγορίθμων Επίλυσης ΠΑΚΟ

Για την αξιολόγηση της μεθόδου ΣΑ επίλυσης του ΠΑΚΟ σχεδιάστηκαν νέα πειραματικά δεδομένα (πρότυπα προβλήματα) τα οποία προκύπτουν από παραλλαγή των πειραματικών δεδομένων του ΠΟΠ όπως αυτά ορίστηκαν στην εργασία των Chao *et al.* (1996). Η μελέτη επίλυσης των πρότυπων προβλημάτων με τη χρήση του ΣΑ επικεντρώθηκε στην ανάλυση της Ποιότητας λύσης σε σχέση με τον Υπολογιστικό χρόνο σε βήματα των 1, 2, 5 και 10 min.

### Δημιουργία πρότυπων Προβλημάτων ΑΚΟ

Τα στοιχεία των πειραματικών δεδομένων του ΠΟΠ που μεταφέρθηκαν αυτούσια στα πειραματικά δεδομένα του ΠΑΚΟ είναι:

- i. Ο διαθέσιμος χρόνος που έχουν τα οχήματα για την ολοκλήρωση των δρομολογίων
- ii. Ο αριθμός των πελατών ανά πρόβλημα
- iii. Η διάταξη των πελατών
- iv. Το κέρδος που αποκομίζουν τα οχήματα με την επίσκεψη στους πελάτες
- v. Η θέση της αποθήκης
- vi. Τα αρχικά σημεία εκκίνησης των οχημάτων

Επιπλέον, για τις ανάγκες της πειραματικής διερεύνησης του ΠΑΚΟ:

- i. Ορίστηκαν διακριτά σύνολα πελατών ανά όχημα (ενεργά + ακινητοποιημένο). Η ανάθεση πελατών σε σύνολα έγινε με τυχαίο ομοιόμορφο τρόπο
- ii. Ορίστηκε ποσότητα ζήτησης προϊόντων ανά πελάτη ως τυχαίος ακέραιος αριθμός στο διάστημα [1,5] με βάση την ομοιόμορφη κατανομή
- iii. Ορίστηκε το σημείο του ακινητοποιημένου οχήματος ως το κέντρο βάρους των πελατών στο επίπεδο
- iv. Ορίστηκε η υπολειπόμενη χωρητικότητα ( $RC_k$ ) για κάθε ενεργό όχημα  $k$  την στιγμή της ακινητοποίησης.

Ο Πίνακας 4.5 παρουσιάζει βασικά χαρακτηριστικά των πρότυπων Προβλημάτων ΑΚΟ. Όπως και στην περίπτωση του ΠΟΠ, κάθε ένα από τα τρία κύρια προβλήματα επιλύεται με 2, 3 και 4 ενεργά οχήματα οπότε προκύπτουν 9 υποπροβλήματα (για παράδειγμα 3.2, 3.3, 3.4, 5.1 κ.κ.). Σε κάθε υποπρόβλημα μεταβάλλεται ο χρόνος που έχουν στην διάθεση τους τα οχήματα για την ολοκλήρωση του δρομολογίου (παράμετρος  $T_{\max}$ ) οπότε προκύπτουν οι εξής περιπτώσεις: 3.2.a, 3.2.b, ..., 5.3.z ... 4.4.s.

Πίνακας 4.5 Κύρια χαρακτηριστικά πρότυπων Προβλημάτων ΑΚΟ

Πρόβλημα	Ενεργά Οχήματα	Πλήθος Χρονικών Υποπεριπτώσεων	Υπολειπόμενες χωρητικότητες				min $T_{\max}$	max $T_{\max}$	Αριθμός Πελατών
			$RC_1$	$RC_2$	$RC_3$	$RC_4$			
3	2	20	8	9	-	-	7.5	55	31
3	3	20	4	1	5	-	5	36.7	31
3	4	20	6	2	2	2	3.8	27.5	31
5	2	26	1	1	-	-	2.5	65	64
5	3	26	0	1	0	-	1.7	43.3	64
5	4	26	3	5	5	3	1.2	32.5	64
4	2	20	22	10	-	-	25	120	98
4	3	20	5	3	4	-	16.7	80	98
4	4	20	29	35	33	18	12.5	60	98

Στην παρούσα διατριβή, παρουσιάζουμε λύσεις σε 147 υποπεριπτώσεις (instances) των προβλημάτων αυτών.

### Αξιολόγηση Στοχαστικού Αλγορίθμου

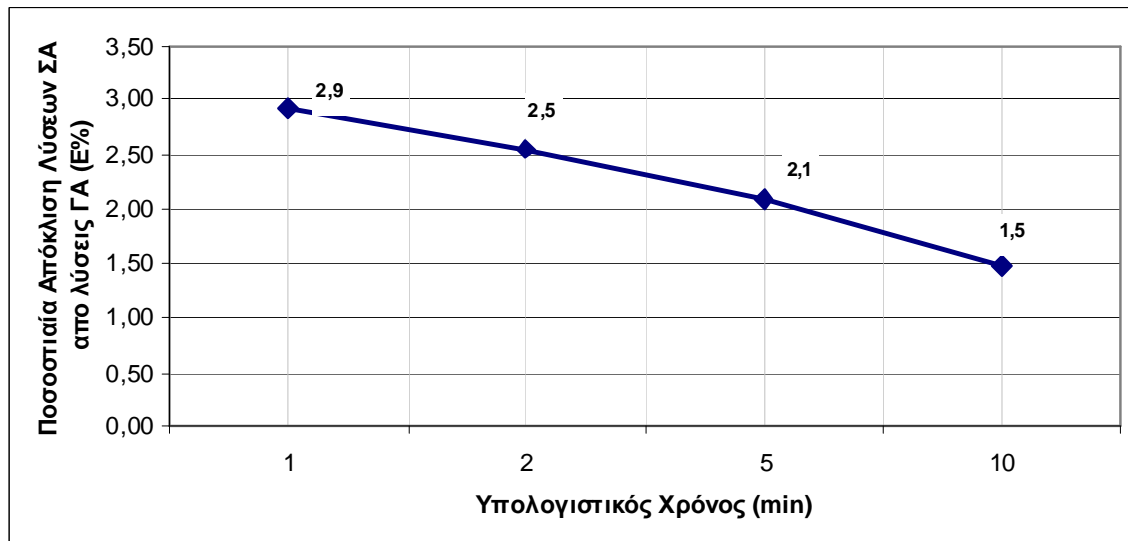
Για την αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας του ΣΑ σε συνθήκες πραγματικού χρόνου αναλύθηκε η Ποιότητα της λύσης (σωρευμένη μετρική κέρδους) σε σχέση με τον Υπολογιστικό χρόνο σε βήματα των 1, 2, 5 και 10 min. Με τον τρόπο αυτό αξιολογείται η αποτελεσματικότητα του ΣΑ στους παραπάνω χρόνους, οι οποίοι και επιτρέπουν την πρακτική αντιμετώπιση του προβλήματος ενώ το δρομολόγιο βρίσκεται σε εξέλιξη.

Ο Πίνακας 4.6 παρουσιάζει ενδεικτικά τα Αποτελέσματα του προβλήματος 5.3 (31 πελάτες και 2 οχήματα). Σε πλήρη αναλογία με τα προηγούμενα, η μετρική  $E$  (Efficiency) αντιπροσωπεύει την ποσοστιαία απόκλιση της λύσης του ΣΑ των 10min σε σχέση με τη λύση του ΓΑ. Για παράδειγμα για  $E=3,6\%$ , η λύση του ΣΑ των 10min υστερεί κατά 3,6% της λύσης του ΓΑ. Το Σχήμα 4.14 παρουσιάζει την μέση τάση σύγκλισης των αποτελεσμάτων του ΣΑ στις λύσεις του ΓΑ όσο αυξάνει ο υπολογιστικός χρόνος του ΣΑ.

Πίνακας 4.6 Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτεινόμενης Μεθόδου - ΠΑΚΟ πρόβλημα 5, 3 οχήματα (64 πελάτες - Μέτριας Πολυπλοκότητας)

$T_{\max}$	Στοχαστικός Αλγόριθμος (ΣΑ) Υπολ. Χρόνος (min):				ΓΑ	E(%) ΓΑ- ΣΑ (10min)
	1	2	5	10		

$T_{\max}$	Στοχαστικός Αλγόριθμος (ΣΑ) Υπολ. Χρόνος (min):				ΓΑ	E(%) ΓΑ- ΣΑ (10min)
	1	2	5	10		
12,5	<b>50</b>	<b>50</b>	<b>50</b>	<b>50</b>	<b>50</b>	0,0
15	<b>70</b>	<b>70</b>	<b>70</b>	<b>70</b>	<b>70</b>	0,0
17,5	<b>115</b>	<b>115</b>	<b>115</b>	<b>115</b>	<b>115</b>	0,0
20	135	135	135	135	<b>140</b>	3,6
22,5	<b>175</b>	<b>175</b>	<b>175</b>	<b>175</b>	<b>175</b>	0,0
25	<b>250</b>	<b>250</b>	<b>250</b>	<b>250</b>	<b>250</b>	0,0
27,5	270	270	<b>280</b>	<b>280</b>	<b>280</b>	0,0
30	345	345	345	345	<b>355</b>	2,8
32,5	395	405	405	410	<b>415</b>	1,2
35	480	465	475	480	<b>490</b>	2,0
37,5	<b>570</b>	<b>570</b>	<b>570</b>	<b>570</b>	<b>570</b>	0,0
40	570	570	585	585	<b>605</b>	3,3
42,5	615	635	635	640	<b>660</b>	3,0
45	695	710	730	715	<b>740</b>	1,4
47,5	715	715	715	740	<b>750</b>	1,3
50	765	780	755	780	<b>810</b>	3,7
52,5	800	815	790	810	<b>820</b>	0,6
55	835	825	855	865	<b>875</b>	1,1
Μέση Σχετική Απόκλιση από ΓΑ	2,9%	2,5%	2,1%	1,5%		



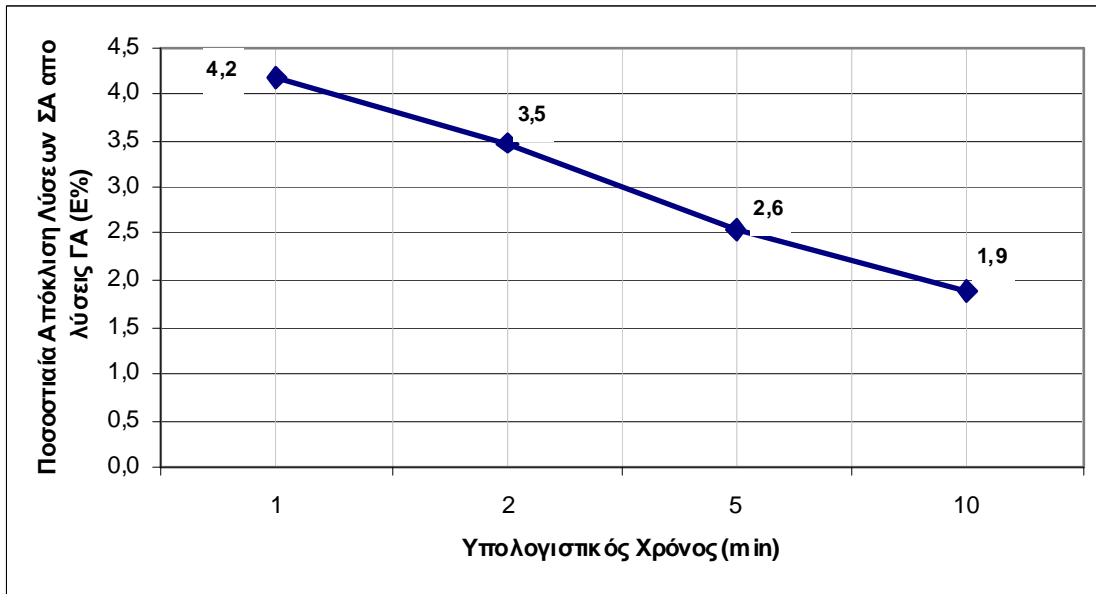
Σχήμα 4.14 Μέση ποσοστιαία απόκλιση λύσεων ΣΑ -με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους- σε σχέση με λύσεις ΓΑ για το πρόβλημα 5 με τρία ενεργά οχήματα (Μέτριας Πολυπλοκότητας)

Αναλυτικά το σύνολο των συγκριτικών αποτελεσμάτων των λύσεων του ΣΑ σε σχέση με τις λύσεις του ΓΑ για το ΠΑΚΟ (162 περιπτώσεις) παρουσιάζεται στο Παράρτημα Β (Πίνακες Β.1–Β.9).

Τα συγκεντρωτικά Αποτελέσματα της σύγκρισης του ΣΑ με τον ΓΑ για όλες τις υποπεριπτώσεις των προβλημάτων παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.7. Συγκεκριμένα, παρουσιάζεται η μέση τιμή της ποσοστιαίας απόκλισης ( $E$ ) του ΣΑ από τις λύσεις του ΓΑ για όλες τις υποπεριπτώσεις των πρότυπων Προβλημάτων ΑΚΟ-ΚΠ 3, 4 και 5 της βιβλιογραφίας με 2, 3 και 4 οχήματα. Τα Αποτελέσματα παρουσιάζονται επίσης γραφικά στο Σχήμα 4.15.

**Πίνακας 4.7 Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτεινόμενης Μεθόδου για τα προβλήματα 3 (31 πελάτες), 4 (98 πελάτες) και 5 (64 πελάτες) του ΠΑΚΟ**

Πρόβλημα.Οχήματα	ΣΑ (E%)			
	1'	2'	5'	10'
3.2	3,8	3,0	2,7	1,6
3.3	1,1	0,4	0,4	0,3
3.4	2,0	1,5	1,1	0,3
Μ.Ο. Προβλήματος 3	2,3	1,6	1,4	0,7
4.2	7,1	6,3	4,2	4,3
4.3	5,3	5,9	4,1	3,5
4.4	4,0	3,1	1,9	1,2
Μ.Ο. Προβλήματος 4	5,5	5,1	3,4	3,0
5.2	6,5	5,4	3,8	3,1
5.3	2,9	2,5	2,1	1,5
5.4	4,7	3,0	2,4	1,2
Μ.Ο. Προβλήματος 5	4,7	3,7	2,8	1,9
Μ.Ο. Συνόλου Προβλημάτων	4,2	3,5	2,6	1,9



Σχήμα 4.15 Μέση τιμή E της ποσοστιαίας απόκλισης των λύσεων ΣΑ από τις λύσεις του ΓΑ -με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους-. Η μέση τιμή E αναφέρεται στο σύνολο των προβλημάτων 3,4 και 5 με 2, 3 και 4 ενεργά οχήματα και για όλες τις τιμές του  $T_{max}$

Βάση του Πινάκα 4.6, η προτεινόμενη ευρετική μέθοδος (ΣΑ), για υπολογιστικό χρόνο 10min, παρουσιάζει:

- 0,7% μέση απόκλιση από τον ΓΑ στα πρότυπα προβλήματα των 31 πελατών
- 1,9% μέση απόκλιση από τον ΓΑ στα πρότυπα προβλήματα των 64 πελατών
- 3,0% μέση απόκλιση από τον ΓΑ στα πρότυπα προβλήματα των 98 πελατών

Σημειώνεται ότι η στοχαστική φύση του αλγορίθμου είναι τέτοια ώστε η ποιότητα της λύσης να εξαρτάται από το πλήθος των επαναληπτικών βημάτων του αλγορίθμου. Συνεπώς, η ποιότητα των αποτελεσμάτων είναι χαμηλότερη σε συντομότερους υπολογιστικούς χρόνους.

Η ανάλυση του υπολογιστικού χρόνου σε σχέση με την ποιότητα της λύσης για τα πειράματα με 31, 64 και 98 πελάτες υποδεικνύει ότι, ακόμα και σε περιπτώσεις που απαιτούν λύση σε 1 min, η ποιότητα του ΣΑ είναι αποδεκτή καθώς υπολείπεται του ΓΑ -στην χειρότερη περίπτωση- (πρόβλημα 98 πελατών και 2 οχημάτων) κατά 7,1%. Παρομοίως, για υπολογιστικούς χρόνους 2 και 5 min, ο ΣΑ υπολείπεται του ΓΑ -στην

χειρότερη περίπτωση- κατά 6,3% (πρόβλημα 98 πελατών και 2 οχημάτων) και 4,2% (πρόβλημα 98 πελατών και 2 οχημάτων,) αντίστοιχα.

### 4.3.3. Πρακτική Εφαρμογή του ΠΑΚΟ

Η προτεινόμενη ευρετική μέθοδος δοκιμάστηκε σε πραγματικές συνθήκες ακινητοποίησης οχήματος στην διάρκεια εκτέλεσης δρομολογίων της εταιρείας ΝΙΚΑΣ ΑΕΒΕ που εδρεύει στην Αττική (Αγ. Στέφανος) στα πλαίσια έργου της ΓΓΕΤ με κωδικό όνομα ΜΟ.Ρ.Σ.Ε.

Η ΝΙΚΑΣ ΑΕΒΕ είναι από τις μεγαλύτερες εταιρείες παραγωγής και διανομής αλλαντικών και πρόχειρου φαγητού στην Ελλάδα με πάνω από 5.000 σημεία πώλησης. Το κεντρικό εργοστάσιο/αποθήκη της εταιρείας βρίσκεται στον Άγιο Στέφανο Αττικής ενώ καθημερινά 40 τόνοι προϊόντων πρέπει να διανεμηθούν σε –κατά μέσο όρο- 400 σημεία πώλησης στην Αττική τα οποία βρίσκονται σε απόσταση από 5 έως και 40 km από την αποθήκη. Οι παραγγελίες εκτελούνται την επόμενη ημέρα από την λήψη τους και διανέμονται (στην περιοχή της Αττικής) από ιδιωτικό στόλο 13 ψυγείων οχημάτων. Κάθε όχημα εξυπηρετεί συγκεκριμένα προάστια της Αττικής ενώ η σειρά επίσκεψης των πελατών αποφασίζεται από τους οδηγούς. Για λόγους διασφάλισης ποιότητας, η εταιρεία συλλέγει δεδομένα με την βοήθεια συστήματος τηλεματικής τα οποία χρησιμοποιούνται εκ των υστέρων για τη σύνθεση πληροφοριών που υποστηρίζουν τον έλεγχο αποτελεσματικότητας και παραγωγικότητας, την αναβάθμιση του επιπέδου εξυπηρέτησης των πελατών και την βελτίωση των λειτουργιών (operations) της διανομής.

Το σύστημα διαχείρισης στόλου οχημάτων της πιλοτικής διερεύνησης αποτελείτο από 2 βασικά υποσυστήματα: (α) την τηλεματική μονάδα οχήματος και τον προσωπικό υπολογιστή παλάμης (Σχήμα 4.16) και (β) το κέντρο ελέγχου που βρίσκεται στα κεντρικά της εταιρείας. Σημειώνεται πως, το κέντρο ελέγχου –μέσω της τηλεματικής μονάδας- λαμβάνει σε πραγματικό χρόνο τις θέση των οχημάτων καθώς και στοιχεία επιβεβαίωσης της παράδοσης (Proof of Delivery) των παραγγελιών στους πελάτες. Επίσης, είναι ικανό να αποστέλλει στις τηλεματικές μονάδες –μέσω δικτύου κινητής τηλεφωνίας- δεδομένα δρομολόγησης, όπως για παράδειγμα, την νέα σειρά επίσκεψης των πελατών στην περίπτωση ακινητοποίησης οχήματος.



Σχήμα 4.16 Τηλεματική μονάδα οχήματος

Για το σκοπό των πρακτικών δοκιμών σχεδιάστηκε η παρακάτω περίπτωση διανομής που περιλαμβάνει εικονική ακινητοποίηση ενός οχήματος και αναδρομολόγηση έτερου οχήματος για την εξυπηρέτηση των πελατών του δικτύου.

### **Πρακτική Περίπτωση ΠΑΚΟ**

Η περίπτωση αυτή περιλαμβάνει 2 οχήματα (1 και 2) τα οποία είχαν αρχικά δρομολογηθεί να εξυπηρετήσουν τριάντα τρεις (33) και είκοσι (20) πελάτες αντίστοιχα. Κατά την εκτέλεση των δρομολογίων το όχημα 1 ακινητοποιήθηκε (εικονικά) λόγω βλάβης τη χρονική στιγμή  $t_1$  και το όχημα 2 αναδρομολογήθηκε με σκοπό τη μεγιστοποίηση της μετρικής του κέρδους του δρομολογίου.

Ο μέγιστος χρόνος για τα δρομολόγια ορίστηκε ως  $T_{\max} = 360$  λεπτά (08.00 πμ-14.30 πμ) ενώ η στιγμή της ακινητοποίησης ήταν  $t_1 = 90$  λεπτά. Αξίζει να σημειωθεί πως την στιγμή της ακινητοποίησης του οχήματος 1, το όχημα 2 δεν είχε προλάβει να επισκεφθεί κανένα πελάτη του συνόλου  $S_2$ .

Ο Πίνακας 4.8 παρουσιάζει τις παραμέτρους του προβλήματος και τα Αποτελέσματα του αλγορίθμου στην περίπτωση της πρακτικής περίπτωσης ΠΑΚΟ. Στο σενάριο αυτό, η μετρική κέρδους όλων των πελατών του δικτύου κατά την εκκίνηση των οχημάτων ( $t = 0$ ) είναι 167 μονάδες κέρδους (110+57). Μετά το συμβάν της ακινητοποίησης και

με τη χρήση του ΣΑ αναδρομολόγησης, το ενεργό όχημα 2 συνέλλεξε τελικά 114 μονάδες κέρδους (70+44). Σε αντίθετη περίπτωση –αν το όχημα συνέχιζε το αρχικό του πρόγραμμα- η αποκομιδή κέρδους του στον εναπομείναντα χρόνο θα ήταν 57 μονάδες κέρδους (57). Συνολικά η αποτελεσματικότητα ( $E$ ) του στατικού δρομολογίου φτάνει το 56,2% σε σχέση με το αντίστοιχο δρομολόγιο στο οποίο τα οχήματα έχουν αναδρομολογηθεί με τον προτεινόμενο ΣΑ.

Πίνακας 4.8 Αρχικές και τελικές αναθέσεις στα οχήματα για την περίπτωση του πρακτικού ΠΑΚΟ

Πρακτική Περίπτωση ΠΑΚΟ	Αρχικός Αριθμός Πελατών	Αρχικό Κέρδος Δρομολογίου	Τελικές Επισκέψεις σε Πελάτες	Τελικό Σωρευμένο Κέρδος	$E$ (%)
<b>Χωρίς αναδρομολόγηση (ακύρωση επισκέψεων του ακινητοποιημένου)</b>					
όχημα 1 (ακινητοποιημένο)	20	110	6	20	<b>56,2</b>
όχημα 2 (αναδρομολογημένο)	10	57	10	57	
<b>Με αναδρομολόγηση βάση ΣΑ</b>					
όχημα 1 (ακινητοποιημένο)	20	110	6	20	<b>100</b>
όχημα 2 (αναδρομολογημένο)	10	57	16	114	

#### 4.4. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Το Πρόβλημα του Ακινητοποιημένου Οχήματος (ΠΑΚΟ) έχει διερευνηθεί ελάχιστα στη βιβλιογραφία, και, μάλιστα, παράλληλα με την παρούσα διατριβή. Στη έρευνά μας το ΠΑΚΟ αντιμετωπίζεται ως παραλλαγή του Προβλήματος Ομαδικού Προσανατολισμού (ΠΟΠ) με αντικειμενική συνάρτηση τη μεγιστοποίηση του κέρδους. Υποστηρίζουμε ότι το προτεινόμενο μοντέλο έχει μεγαλύτερη πρακτική σημασία από τα (ιδιαίτερα περιορισμένα σε αριθμό) υφιστάμενα μοντέλα της βιβλιογραφίας.

Για το σκοπό της επίλυσης του ΠΑΚΟ αναπτύχθηκαν δύο νέοι αλγόριθμοι. Ο πρώτος αποτελεί ευρετική μέθοδο που παράγει αποτελεσματικές λύσεις σε χρόνο κατάλληλο για πρακτικές εφαρμογές. Ο δεύτερος ανήκει στην κατηγορία των Γενετικών Αλγορίθμων.

Η αξιολόγηση των προτεινόμενων αλγορίθμων πραγματοποιήθηκε σε δύο βήματα:

- i. Το πρώτο περιλαμβάνει τη χαλάρωση συγκεκριμένων περιορισμών του ΠΑΚΟ (όπως π.χ. οι πεπερασμένες χωρητικότητες των οχημάτων) έτσι ώστε το πρόβλημα να μετατραπεί σε *Πρόβλημα Ομαδικού Προσανατολισμού (ΠΟΠ)*, το οποίο έχει μελετηθεί εκτενώς. Με τον τρόπο αξιολογείται ο ΓΑ επιλύοντας πρότυπα προβλήματα και συγκρίνοντας τις λύσεις με αυτές που αντιστοιχούν στους πλέον αποτελεσματικούς αλγορίθμους της βιβλιογραφίας.
- ii. Το δεύτερο βήμα περιλαμβάνει το μετασχηματισμό των πειραματικών δεδομένων του Chao *et al.* (1996b) σε Προβλήματα ΑΚΟ, τα οποία επιλύονται τόσο με τον ΓΑ όσο και με τον ΣΑ.

Σχετικά με την 1η στρατηγική, ο ΓΑ βρίσκει την βέλτιστη δημοσιευμένη λύση σε 43 από τα συνολικά 45 υποπροβλήματα του προβλήματος 3 (31 πελάτες) για τα οποία υπάρχουν ανταγωνιστικές λύσεις στην βιβλιογραφία. Μάλιστα, σε μία υποπερίπτωση του προβλήματος 3, ο ΓΑ θέτει νέα λύση αναφοράς. Παρομοίως, για το σύνολο των 72 υποπροβλημάτων του προβλήματος 5 (64 πελάτες), ο ΓΑ είναι ιδιαίτερα αποτελεσματικός με μέσο όρο 1,1% χειρότερη απόκλιση από τον μέσο όρο των καλύτερων δημοσιευμένων λύσεων. Τέλος, για το σύνολο των 60 υποπροβλημάτων του προβλήματος 4 (98 πελάτες), ο ΓΑ είναι επίσης αποτελεσματικός με μέσο όρο 1,8% χειρότερη απόκλιση από τον μέσο όρο των καλύτερων δημοσιευμένων λύσεων. Αξίζει να σημειωθεί ότι ο ΓΑ θέτει νέες λύσεις αναφοράς σε 2 υποπεριπτώσεις του προβλήματος 4 καταφέροντας να ξεπεράσει τις καλύτερες δημοσιευμένες λύσεις στα προβλήματα «4.2d» και «4.3.m». Υπενθυμίζεται ότι οι αλγόριθμοι αναφοράς της βιβλιογραφίας αναπτύχθηκαν ειδικά για την επίλυση του ΠΟΠ οπότε και τα αντίστοιχα πρότυπα Αποτελέσματα ελήφθησαν μετά από πολλαπλές επαναληπτικές λύσεις του ίδιου προβλήματος, πράγμα που δεν πραγματοποιήθηκε στην περίπτωση του ΓΑ. Οι πολύ περιορισμένες αποκλίσεις που παρατηρήθηκαν σε ορισμένα προβλήματα και το γεγονός ότι σε κάποια προβλήματα επιτεύχθηκαν νέες πρότυπες λύσεις καταδεικνύουν την υψηλή αποτελεσματικότητα του ΓΑ.

Σχετικά με το δεύτερο βήμα αξιολόγησης, η Προτεινόμενη Ευρετική Μέθοδος (ΣΑ) παρουσιάζει μέση απόκλιση 0,7% από τη λύση του ΓΑ για υπολογιστικό χρόνο 10 min στα πρότυπα προβλήματα των 31 πελατών, 1,9% στα πρότυπα προβλήματα των 64 πελατών και 3,0% στα πρότυπα προβλήματα των 98 πελατών. Οι παραπάνω τιμές, που

προέκυψαν από την ανάλυση ευρέως φάσματος πειραματικών δεδομένων, υποδεικνύουν πως ο ΣΑ είναι αποτελεσματική μέθοδος αντιμετώπισης του προβλήματος ΑΚΟ σε πρακτικά προβλήματα αστικών διανομών που απαιτούν λύση σε σχεδόν πραγματικό χρόνο.

Τέλος, ο ΣΑ υλοποιήθηκε σε υφιστάμενο σύστημα τηλεματικής και δοκιμάστηκε σε πραγματικές συνθήκες διανομής. Ο προτεινόμενος αλγόριθμος αντιμετώπισε με επιτυχία την περίπτωση ακινητοποίησης οχήματος κατά την εκτέλεση της διαδικασίας διανομής προϊόντων σε αστικό περιβάλλον.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΑΚΙΝΗΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΟΣ ΣΕ ΔΙΚΤΥΟ ΔΙΑΝΟΜΗΣ ΚΟΙΝΟΥ ΠΡΟΪΟΝΤΟΣ (ΠΑΚΟ-ΚΠ)

### 5.1. ΟΡΙΣΜΟΣ ΠΑΚΟ-ΚΠ

#### 5.1.1. Εισαγωγή

Για τον ορισμό της υπό μελέτης παραλλαγής του ΠΑΚΟ θεωρούμε στόλο οχημάτων στον οποίο έχει ανατεθεί αρχικό πρόγραμμα διανομής σε δίκτυο πελατών. Οι πελάτες του δικτύου έχουν γνωστή ζήτηση σε ένα κοινό, σε όλους τους πελάτες, προϊόν όπως π.χ. εμφιαλωμένο νερό, φιάλες υγραερίου, κλπ. Το αρχικό πλάνο των οχημάτων προβλέπει πολλαπλές επισκέψεις στην αποθήκη για ανεφοδιασμό με σκοπό την εξυπηρέτηση όλων των προγραμματισμένων πελατών. Στην πράξη, το ΠΑΚΟ-ΚΠ μπορεί -αλλά όχι αποκλειστικά- να αφορά πωλήσεις ex-van (τιμολόγηση επί αυτοκινήτου). Έστω ότι κατά τη διάρκεια της διανομής ένα από τα οχήματα του στόλου αντιμετωπίζει απρόβλεπτο γεγονός (π.χ. βλάβη ή ατύχημα), το οποίο το αναγκάζει να ακινητοποιηθεί. Στην

περίπτωση αυτή, όπως και στο ΠΑΚΟ, το ακινητοποιημένο όχημα δύναται να μεταφορτώσει το φορτίο του στα υπόλοιπα ενεργά οχήματα. Τα ενεργά οχήματα, συνεπώς, δύναται να ανεφοδιαστούν τόσο από το απεριόριστο απόθεμα της αποθήκης, όσο και στο από το περιορισμένο απόθεμα του ακινητοποιημένου οχήματος. Τα ενεργά οχήματα αναδρομολογούνται με σκοπό την μείωση των συνεπειών του απρόβλεπτου γεγονότος στο σύνολο των πελατών του στόλου, που δεν έχουν εξυπηρετηθεί, και την μεγιστοποίηση σχετικής μετρικής «κέρδους».

Οι ομοιότητες με το ΠΑΚΟ είναι οι εξής:

- i. Ο χρόνος που έχουν στη διάθεση τους τα οχήματα (π.χ. βάρδια οδηγών) για την παράδοση αγαθών είναι περιορισμένος. Λόγω του χρονικού αυτού περιορισμού, κάποιοι πελάτες του δικτύου ενδέχεται να μην εξυπηρετηθούν
- ii. Κάθε πελάτης του δικτύου σχετίζεται με μια μετρική κέρδους. Το κέρδος αυτό αποδίδεται στο όχημα κατά την επίσκεψή του στον αντίστοιχο πελάτη. Η λύση του προβλήματος σκοπεύει στη μεγιστοποίηση του κέρδους για το σύνολο των οχημάτων του στόλου
- iii. Οι χωρητικότητες των οχημάτων και οι ζητήσεις των πελατών είναι γνωστές
- iv. Το φορτίο του ακινητοποιημένου οχήματος δύναται να μεταφορτωθεί στα εναπομείναντα ενεργά οχήματα του δικτύου (εάν φυσικά η μεταφόρτωση αυτή ευνοεί την αντικειμενική συνάρτηση).

Οι διαφορές με το ΠΑΚΟ είναι οι εξής:

- i. Η ζήτηση των πελατών αφορά κοινό προϊόν. Με βάση το γεγονός αυτό, κάθε όχημα -αν διαθέτει το απαραίτητο φορτίο- μπορεί να επισκεφτεί οιοδήποτε πελάτη του δικτύου ακόμα και αν αυτός είχε ανατεθεί σε άλλο όχημα στο αρχικό πρόγραμμα.
- ii. Ως αποτέλεσμα του χαρακτηριστικού (i), οι πελάτες που είχαν ανατεθεί στο ακινητοποιημένο όχημα, μπορούν να εξυπηρετηθούν χωρίς να είναι προηγουμένως απαραίτητη επίσκεψη στο ακινητοποιημένο όχημα για μεταφόρτωση αγαθών.

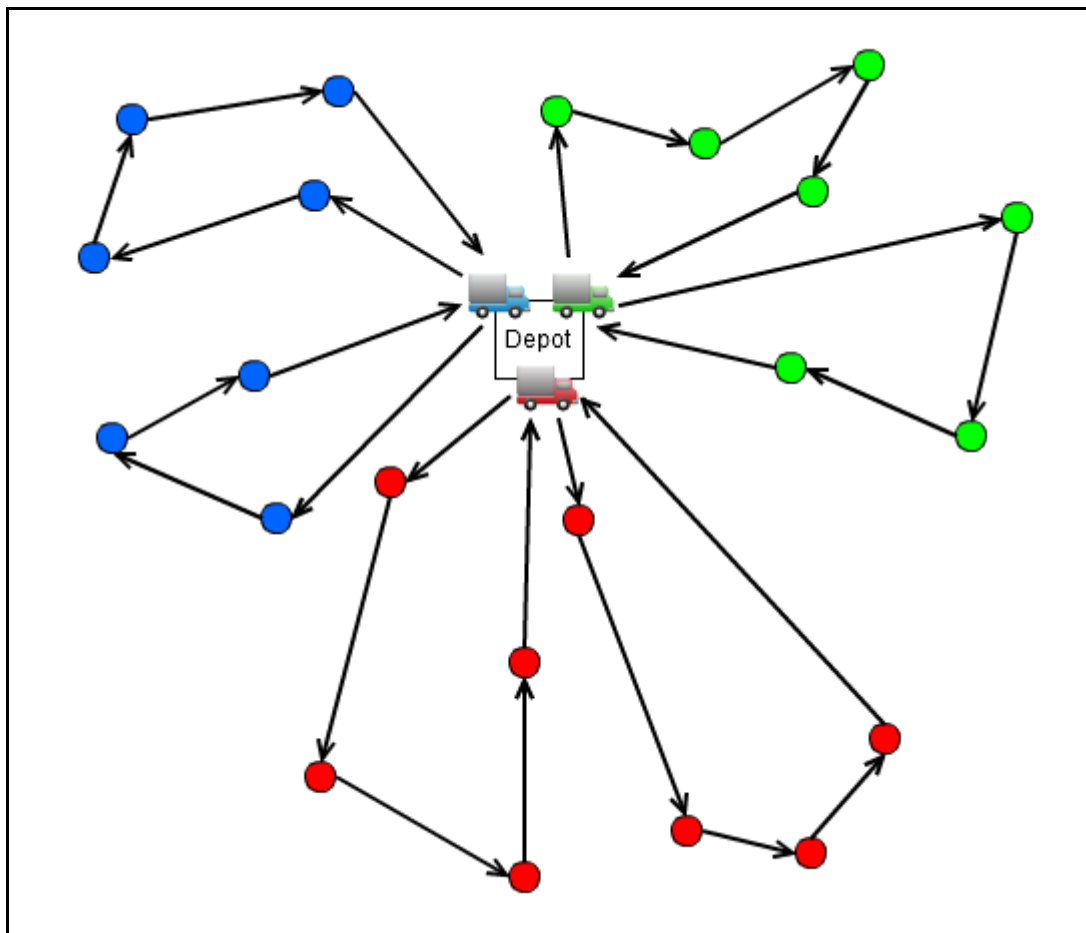
- iii. Η αποθήκη -εκτός από σημείο τερματισμού των οχημάτων του στόλου- είναι και σημείο ανεφοδιασμού, οπότε και τα οχήματα μπορούν να την επισκεφτούν πολλαπλές φορές για το σκοπό αυτό. Η διαθεσιμότητα της αποθήκης σε ποσότητα προϊόντος θεωρείται απεριόριστη.

Όπως αναλύθηκε στο Κεφάλαιο 2, παρόμοιο πρόβλημα έχει διερευνηθεί τους Mu et al. (2010) οι οποίοι αντιμετωπίζουν το συμβάν της ακινητοποίησης οχήματος σε διάταξη VRP με περιορισμούς χωρητικότητας (CVRP). Στο πρόβλημα των Mu et al., ο αντικειμενικός σκοπός είναι η ελαχιστοποίηση της συνολικά διανυθείσας απόστασης με τον ελάχιστο αριθμό οχημάτων ενώ όλοι οι πελάτες του δικτύου εξυπηρετούνται.

Η αποτελεσματική αντιμετώπιση του ΠΑΚΟ ΚΠ εμφανίζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον, καθώς έχει άμεσο αντίκτυπο στο κόστος και στην ικανοποίηση των πελατών της διανομής. Πρέπει, επίσης, να αναφερθεί ότι η εύρεση αποτελεσματικών λύσεων σε –σχεδόν– πραγματικό χρόνο, αλλά και η περίπτωση μεταφόρτωσης προϊόντων από το ακινητοποιημένο όχημα και από την αποθήκη, δεν έχει αντιμετωπιστεί στην βιβλιογραφία.

### **5.1.2. Παράδειγμα ΠΑΚΟ-ΚΠ.**

Για διευκόλυνση της κατανόησης του προβλήματος θεωρούμε ένα παράδειγμα διανομής με στόλο τριών οχημάτων (Σχήμα 5.1).



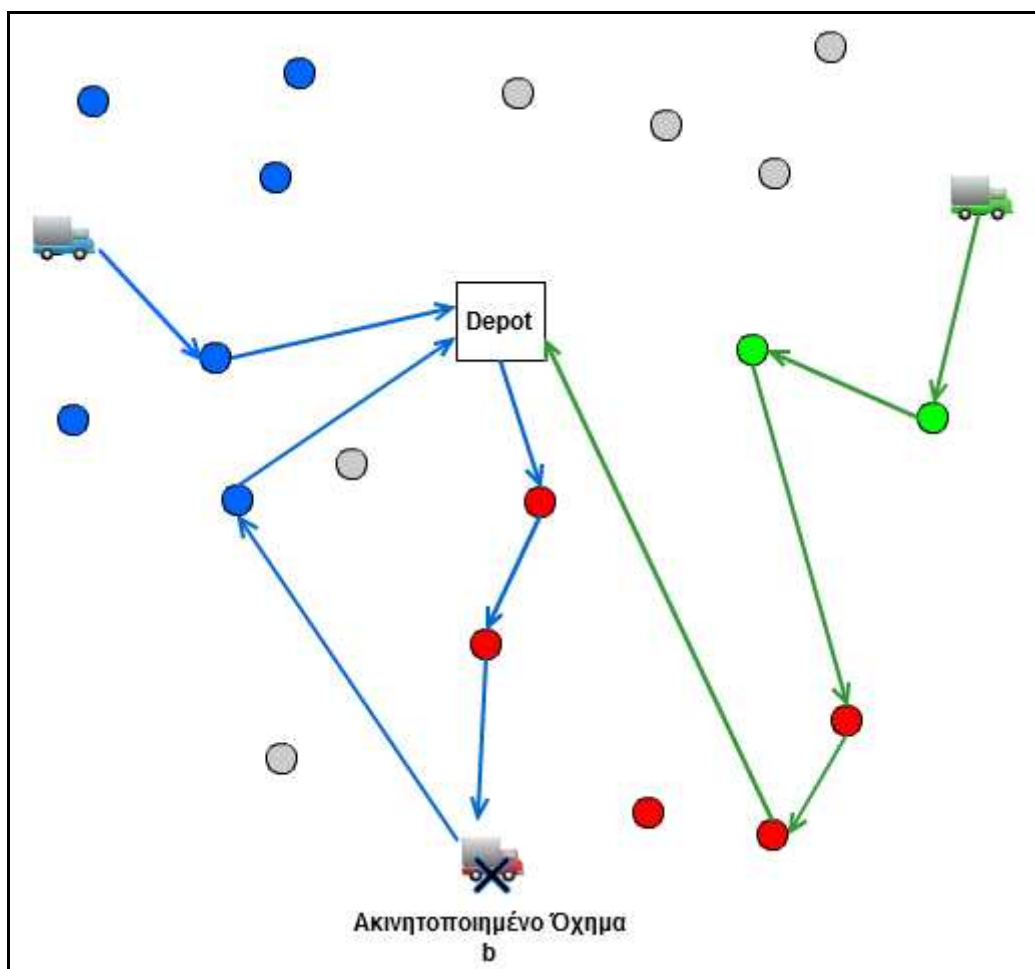
**Σχήμα 5.1** Αρχικό πρόγραμμα διανομής τριών οχημάτων. Τα οχήματα επιστρέφουν στην αποθήκη για μεταφόρτωση αγαθών και συνεχίζουν μέχρι την ολοκλήρωση των επισκέψεων

Θεωρείστε στόλο τριών οχημάτων («μπλε», «κόκκινο» και «πράσινο»), στον οποίο έχει ανατεθεί συγκεκριμένο πρόγραμμα διανομής που περιλαμβάνει το σύνολο των πελατών προς εξυπηρέτηση ανά όχημα (στο «κόκκινο» όχημα έχουν ανατεθεί οι «κόκκινοι» πελάτες, στο «μπλε» όχημα οι «μπλε» πελάτες κοκ.). Η διαδρομή κάθε οχήματος περιλαμβάνει μία ή περισσότερες επιστροφές στην αποθήκη για ανεφοδιασμό (φόρτωση). Κάθε πελάτης έχει συγκεκριμένη ζήτηση σε προϊόν, που είναι κοινό για όλους τους πελάτες, και κάθε όχημα ξεκινάει με πλήρες φορτίο. Επισημαίνεται ότι η επιστροφή στην αποθήκη για φόρτωση προϊόντος εξαρτάται από την χωρητικότητα του οχήματος, καθώς και από τη ζήτηση των πελατών του. Στο παράδειγμά του Σχήματος (5.1) και τα τρία οχήματα επιστρέφουν από μία φορά στην αποθήκη για να μπορέσουν να εξυπηρετήσουν την ζήτηση των πελατών τους.

Έστω ότι την χρονική στιγμή  $t_1$  το «κόκκινο» όχημα αντιμετωπίζει συμβάν που το αναγκάζει να ακινητοποιηθεί (Σχήμα 5.2). Μέχρι τη χρονική αυτή στιγμή, κάθε όχημα έχει πραγματοποιήσει μέρος του δρομολογίου του. Στο Σχήμα 5.2, οι πελάτες που έχουν εξυπηρετηθεί αναπαρίστανται με γκρι χρώμα.

Όπως και στο ΠΑΚΟ, για τη διαχείριση του απρόβλεπτου γεγονότος ο υπεύθυνος δρομολόγησης έχει συνήθως τις εξής επιλογές:

- i. Ακύρωση των παραδόσεων που είχε αναλάβει το «κόκκινο» όχημα και αναπρογραμματισμό τους την επόμενη ημέρα
- ii. Αναχώρηση νέου οχήματος από την αποθήκη (back-up όχημα) για να εξυπηρετήσει μέρος του συνόλου των «κόκκινων» πελατών του δρομολογίου στον εναπομείναντα χρόνο της βάρδιας
- iii. Αναπρογραμματισμό των δρομολογίων συγκεκριμένων οχημάτων, επιτρέποντας την εξυπηρέτηση των σημαντικότερων πελατών του δικτύου στον εναπομείναντα χρόνο. Ο αναπρογραμματισμός επιτρέπει στα οχήματα που βρίσκονται ήδη στη φάση της διανομής (π.χ. «μπλε» και «πράσινο») να εξυπηρετήσουν οιοδήποτε πελάτη, εφόσον βέβαια διαθέτουν το απαραίτητο φορτίο, ακόμα και αν ο πελάτης είχε ανατεθεί σε άλλο όχημα στο αρχικό πρόγραμμα. Σε περίπτωση που το φορτίο ενός οχήματος δεν επαρκεί για την εξυπηρέτηση των επιθυμητών πελατών, το όχημα μπορεί να επισκεφτεί είτε το «κόκκινο» ακινητοποιημένο όχημα είτε την κεντρική αποθήκη για επιπλέον (μετα)φόρτωση προϊόντος. Σε κάθε περίπτωση, η επίσκεψη -ή μη- στα σημεία (μετα)φόρτωσης βασίζεται στο κατά πόσο η επιλογή αυτή είναι συμφέρουσα για το σύνολο του στόλου.



Σχήμα 5.2 Πιθανό δρομολόγιο δύο ενεργών οχημάτων στο ΠΑΚΟ-ΚΠ. Τα οχήματα εξυπηρετούν πελάτες του δικτύου και (μετα)φορτώνουν αγαθά από την αποθήκη ή το ακίνητοποιημένο όχημα

Στο παράδειγμα του Σχήματος 5.2 το «μπλε» όχημα επισκέπτεται έναν «μπλε» πελάτη και έπειτα την αποθήκη για μεταφόρτωση. Στη συνέχεια επισκέπτεται δύο «κόκκινους» πελάτες πριν επισκεφτεί το «κόκκινο» ακίνητοποιημένο όχημα για μεταφόρτωση. Στη συνέχεια επισκέπτεται έναν «μπλε» πελάτη πριν καταλήξει στην αποθήκη. Το «πράσινο» όχημα επισκέπτεται δύο «πράσινους» πελάτες και έπειτα δύο «κόκκινους» πελάτες πριν καταλήξει στην αποθήκη. Σημειώνεται ότι το «κόκκινο» ακίνητοποιημένο όχημα διαθέτει πεπερασμένο φορτίο το οποίο μπορεί να παραδώσει στα εναπομείναντα ενεργά οχήματα του δικτύου κατά την επίσκεψη τους σε αυτό.

Όπως και στο ΠΑΚΟ, λόγω του χρονικού περιορισμού (π.χ. βάρδια οδηγών), δεν εξασφαλίζεται ότι θα εξυπηρετηθούν όλοι οι πελάτες του δικτύου και μάλιστα είναι πιθανό να μην εξυπηρετηθούν ορισμένοι «μπλε» ή «πράσινοι» πελάτες. Ωστόσο, ένας αποτελεσματικός αλγόριθμος επίλυσης θα επιλέξει συγκεκριμένους –σημαντικούς–

πελάτες ώστε να μειώσει στο ελάχιστο τις συνέπειες της ακινητοποίησης. Η σημαντικότητα ενός πελάτη μπορεί να ορίζεται π.χ. από την το ύψος των πωλήσεων ή το κέρδος που αποκομίζεται από την πώληση στον πελάτη αυτό.

Στην περίπτωση που κριθεί αναγκαία η επίσκεψη ενός ενεργού οχήματος στην αποθήκη, ο όγκος των αγαθών που μεταφορτώνεται δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερος από την υπολειπόμενη χωρητικότητα του ενεργού οχήματος την στιγμή της επίσκεψής του στην αποθήκη. Παρομοίως, αν κριθεί αναγκαία η επίσκεψη ενός ενεργού οχήματος στο ακινητοποιημένο όχημα, ο όγκος των αγαθών που μεταφορτώνεται δεν πρέπει να είναι μεγαλύτερος από (α) την υπολειπόμενη χωρητικότητα του ενεργού οχήματος την στιγμή της επίσκεψής του στο ακινητοποιημένο όχημα ή (β) από το φορτίο που είναι διαθέσιμο στο ακινητοποιημένο όχημα την στιγμή που αυτό δέχεται επίσκεψη από το ενεργό όχημα.

### 5.1.3. Μαθηματικό Μοντέλο ΠΑΚΟ-ΚΠ

Για την διατύπωση του μαθηματικού μοντέλου, ορίζουμε γράφο  $G(V, A)$ , όπου  $V$  είναι το σύνολο των κόμβων και  $A$  το σύνολο των τόξων που ενώνουν τους κόμβους του δικτύου. Ως κόμβοι στο δίκτυο ορίζονται: (α) οι θέσεις των ενεργών οχημάτων την στιγμή της ακινητοποίησης, (β) οι πελάτες που δεν είχαν εξυπηρετηθεί μέχρι και την στιγμή της ακινητοποίησης, (γ) το ακινητοποιημένο όχημα –πολλαπλοί κόμβοι, και (δ) η αποθήκη – πολλαπλοί κόμβοι. Επισημαίνεται ότι το ακινητοποιημένο όχημα και η αποθήκη, αν και πρακτικά αντιστοιχούν σε ένα γεωγραφικό σημείο το καθένα, για τις ανάγκες του μαθηματικού μοντέλου αναπαρίστανται με πολλαπλό αριθμό κόμβων (πολλαπλά αντίτυπα του ίδιου γεωγραφικού σημείου), κατ' αναλογία με το αντίστοιχο μοντέλο του Κεφαλαίου 4. Οι παράμετροι του προβλήματος είναι οι εξής:

- Το σύνολο  $K$  αντιπροσωπεύει τα λειτουργικά οχήματα του δικτύου (ως λειτουργικά ορίζονται τα εναπομείναντα οχήματα που μπορούν να αναδρομολογηθούν στο νέο δίκτυο).
- κόμβος  $\mu_k$  αντιπροσωπεύει το σημείο που βρίσκεται το ενεργό όχημα  $k$  την στιγμή της ακινητοποίησης (σημείο εκκίνησης οχήματος  $k$ ). Όλοι οι κόμβοι αυτοί ορίζουν σύνολο κόμβων  $M$ .

- Το σύνολο  $S$  περιλαμβάνει τους πελάτες που δεν είχαν ακόμα εξυπηρετηθεί προ του συμβάντος της ακινητοποίησης.
- Οι κόμβοι  $b_i$  αντιπροσωπεύουν το ακινητοποιημένο όχημα, βρίσκονται στο ίδιο μοναδικό γεωγραφικό σημείο στο επίπεδο και ορίζουν σύνολο  $B$ . Για κάθε κόμβο  $i, i \in S \cup M$  αντιστοιχεί ένας κόμβος  $b_i$ , ο οποίος μπορεί να δεχθεί επίσκεψη μόνο έπειτα από τον κόμβο  $i$ .
- Οι κόμβοι  $0_i$  αντιπροσωπεύουν την αποθήκη, βρίσκονται στο ίδιο μοναδικό σημείο στο επίπεδο και ορίζουν σύνολο  $O$ . Για κάθε κόμβο  $i, i \in S \cup M$  αντιστοιχεί ένας κόμβος  $0_i$ , ο οποίος μπορεί να δεχθεί επίσκεψη μόνο έπειτα από τον κόμβο  $i$ . Εκτός από τις πιθανές ενδιάμεσες επισκέψεις κάθε οχήματος για μεταφόρτωση, όλα τα οχήματα καταλήγουν στην αποθήκη στο τέλος του δρομολογίου τους (ο κόμβος αυτός ορίζεται ως  $0_{last}$ ).
- Η δυαδική μεταβλητή  $x_{ijk}$  λαμβάνει την τιμή 1 αν το όχημα  $k$  διασχίσει το τόξο  $(i, j)$  ( $x_{ijk} = 0$  σε αντίθετη περίπτωση)
- Η μη αρνητική μεταβλητή  $c_{ij}$  αναφέρεται στο κόστος (χρόνο ή απόσταση) μετάβασης από τον κόμβο  $i$  στον κόμβο  $j$  (το κόστος αυτό είναι κοινό για όλα τα  $k$  οχήματα).
- Η δυαδική μεταβλητή  $y_{ik}$  παίρνει την τιμή 1 αν ο κόμβος  $i$  δεχθεί επίσκεψη από το όχημα  $k$  (0 για μη επίσκεψη).
- Η μεταβλητή  $Q_{k,i}$  αναφέρεται στο φορτίο επί του οχήματος  $k$  αμέσως μετά την εξυπηρέτηση του κόμβου  $i$ . Το αρχικό φορτίο  $Q_{k,\mu_k}$  είναι γνωστή σταθερά του προβλήματος για κάθε όχημα  $k$  όπως επίσης και για το ακινητοποιημένο όχημα  $Q_b$ .
- $C_k$  είναι η συνολική χωρητικότητα του οχήματος  $k$
- $d_i$  είναι η γνωστή θετική ζήτηση του πελάτη  $i$  σε προϊόν,  $\forall i \in S$ .
- Η αρνητική μεταβλητή  $d_{b_i}$  αναφέρεται στο φορτίο που (μετα)φορτώνεται στο όχημα  $k$ , μετά την επίσκεψη του τελευταίου στον κόμβο  $b_i$  (ακινητοποιημένο όχημα). Η αρνητική ζήτηση σημαίνει ότι το ενεργό όχημα  $k$  παραλαμβάνει αγαθά σε κάθε του επίσκεψη στο ακινητοποιημένο όχημα.

- Η μετρική  $p_i$  είναι το «κέρδος» που αποκομίζει το όχημα καθώς επισκέπτεται τον κόμβο (πελάτη)  $i$ ,  $i \in S$ . Αναφέρεται στην *σημαντικότητα* του πελάτη  $i$ . Όπως και στο ΠΑΚΟ, η μετρική  $p_i$  μπορεί να αντικατοπτρίζει την ποσότητα ζήτησης του πελάτη σε σχέση με τις ζητήσεις των υπολοίπων πελατών του δικτύου. Σημειώνεται πώς  $p_i = 0, \forall i \notin S$ .
- Η μεταβλητή  $T_{\max}$  είναι ο χρόνος στον οποίο κάθε όχημα πρέπει να έχει ολοκληρώσει τις παραδόσεις του και να επιστρέψει στην αποθήκη (θεωρούμε ότι η ακινητοποίηση συμβαίνει τη χρονική στιγμή  $t_1 = 0$ )

Η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος στοχεύει στην εξυπηρέτηση των πλέον σημαντικών πελατών του δικτύου:

$$\max \sum_{k \in K} \sum_{i \in S} p_i y_{ik} \quad (5.1)$$

με περιορισμούς:

$$\sum_{k \in K} \sum_{i \in V} x_{ijk} \leq 1, \forall j \in V \setminus M \quad (5.2)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in V} x_{ijk} \leq 1, \forall i \in V \setminus M \quad (5.3)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in V} x_{ijk} = \sum_{k \in K} \sum_{j \in V} x_{jik}, \forall i \in V \setminus O \cup M \quad (5.4)$$

$$\sum_{j \in V} x_{\mu_k jk} = 1, \forall k \in K \quad (5.5)$$

$$\sum_{i \in V} x_{i\mu_k k} = 0, \forall k \in K \quad (5.6)$$

$$\sum_{j \in V/B} x_{ijk} + 1 = \sum_{j \in V/B} x_{jik}, \forall i \in O, \forall k \in K \quad (5.7)$$

$$\sum_{k \in K} x_{ijk} = 0, \forall i \in B, j \in O \quad (5.8)$$

$$\sum_{k \in K} x_{ijk} = 0, \forall i \in O, j \in B \quad (5.9)$$

$$\sum_{i \in V_s} \sum_{j \in V_s} x_{ijk} \leq \sum_{i \in V_s} y_{ik} - 1, \forall V_s \subseteq V, \forall k \in K, V_s \neq \emptyset \quad (5.10)$$

$$Q_{k,i} \geq 0, \forall i \in V, \forall k \in K \quad (5.11)$$

$$x_{ijk} \times Q_{k,j} = x_{ijk} (Q_{k,i} - d_j), \forall k \in K, \forall i \in V, \forall j \in S \quad (5.12)$$

$$x_{ib_i k} \times Q_{k,b_i} = x_{ib_i k} (Q_{k,i} - d_{b_i}), i \in S \cup M, k \in K \quad (5.13)$$

$$x_{i0_i k} \times Q_{k,0_i} = x_{i0_i k} \times C_k, i \in S \cup M, k \in K \quad (5.14)$$

$$-\sum_{k \in K} \sum_{i \in S \cup M} d_{b_i} \times y_{b_i k} \leq Q_b \quad (5.15)$$

$$Q_{k,b_i} \leq C_k, \forall k \in K, i \in S \cup M \quad (5.16)$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} x_{ijk} c_{ij} \leq T_{\max}, \forall k \in K \quad (5.17)$$

$$\sum_{i,j \in V} x_{ij} + \sum_{j,k \in V} x_{jk} = 2y_j, \forall j \in V \setminus M \cup \{0_{last}\} \quad (5.18)$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\}, \forall (i,j) \in A, y_{ik} \in \{0,1\}, \forall k \in K, i \in V \quad (5.19)$$

Οι Περιορισμοί (5.2), (5.3) εξασφαλίζουν ότι αν υπάρχει επίσκεψη σε πελάτη αυτή θα είναι μοναδική. Ο Περιορισμός (5.4) εξασφαλίζει τη συνέχεια του δρομολογίου. Οι Περιορισμοί (5.5) και (5.6) εξασφαλίζουν ότι στο σημείο εκκίνησης άπτεται ένα και μόνο τόξο. Ο Περιορισμός (5.7) εξασφαλίζει ότι όλα τα ενεργά οχήματα καταλήγουν στην αποθήκη όχι όμως απευθείας από το ακινητοποιημένο όχημα [Περιορισμός (5.8)].

Ο Περιορισμός (5.9) εξασφαλίζει ότι το ακινητοποιημένο όχημα δεν δέχεται επίσκεψη από όχημα προερχόμενο από την αποθήκη. Ο Περιορισμός (5.10) εξασφαλίζει την συνδετικότητα του δρομολογίου (*sub-tour elimination*). Το υποσύνολο κορυφών  $V_s$  μπορεί να είναι οποιοδήποτε –μη κενό– υποσύνολο του συνόλου κορυφών  $V$ . Ο Περιορισμός (5.11) εξασφαλίζει ότι σε κανένα σημείο του δρομολογίου το φορτίο του οχήματος  $k$  δεν μπορεί να πάρει αρνητική τιμή. Ο Περιορισμός (5.12) εξασφαλίζει ότι το όχημα παραδίδει φορτίο ίσο με την ζήτηση του πελάτη κατά την επίσκεψή του σε αυτόν. Οι Περιορισμοί (5.13) και (5.14) εξασφαλίζουν ότι το όχημα  $k$  παραλαμβάνει φορτίο από το ακινητοποιημένο όχημα και από την αποθήκη κατά την επίσκεψή του στους κόμβους αυτούς. Συγκεκριμένα, κατά την επίσκεψη του στην αποθήκη, στο όχημα φορτώνεται η αναγκαία ποσότητα ώστε να πληρωθεί η χωρητικότητά του. Κατά την επίσκεψη στο ακινητοποιημένο όχημα, το φορτίο που θα μεταφορτωθεί είναι μεταβλητή του προβλήματος. Ο Περιορισμός (5.15) εξασφαλίζει ότι η ποσότητα που θα μεταφορτωθεί συνολικά στα ενεργά οχήματα κατά τις επισκέψεις τους στο ακινητοποιημένο όχημα είναι μικρότερη ή ίση από το διαθέσιμο φορτίο του ακινητοποιημένου οχήματος. Ο Περιορισμός (5.16) εξασφαλίζει ότι το φορτίο κάθε οχήματος είναι μικρότερο ή ίσο από την χωρητικότητά του. Ο Περιορισμός (5.17) εξασφαλίζει ότι ο κοινός χρόνος που έχουν στην διάθεση τους τα οχήματα για την εκτέλεση των δρομολογίων δεν θα παραβιαστεί από κανένα ενεργό όχημα. Ο Περιορισμός (5.18) ορίζει την σχέση μεταξύ των μεταβλητών απόφασης  $x$  και  $y$ . Τέλος, ο Περιορισμός (5.19) ορίζει τον τύπο των μεταβλητών απόφασης του προβλήματος.

## 5.2. ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΑΚΟ-ΚΠ

### 5.2.1. Εισαγωγή

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, το *Πρόβλημα της Ακινητοποίησης Οχήματος* με ζήτηση κοινών Προϊόντων (ΠΑΚΟ-ΚΠ) αποτελεί παραλλαγή (γενίκευση) του ΠΑΚΟ που προτάθηκε στο Κεφάλαιο 4 της διατριβής. Οι βασικές διαφορές των δύο προβλημάτων εστιάζονται στην χαλάρωση του περιορισμού επισκεψιμότητας ενός συνόλου πελατών από συγκεκριμένα οχήματα [Περιορισμός (4.11)] και στην δυνατότητα επίσκεψης των ενεργών οχημάτων στην αποθήκη για μεταφόρτωση αγαθών. Συγκεκριμένα:

- i. Στο *Πρόβλημα της Ακινήτοποίησης Οχήματος* οι κόμβοι/πελάτες δεν είναι επισκέψιμοι από όλα τα οχήματα [Περιορισμός (4.11)], αλλά μόνο από τα οχήματα στα οποία είχαν αρχικά ανατεθεί πριν από την στιγμή της ακινήτοποίησης (εξαιρέση αποτελούν οι πελάτες που είχαν ανατεθεί στο ακινήτοποιημένο όχημα, οι οποίοι είναι επισκέψιμοι από όλα τα οχήματα με την προϋπόθεση της επίσκεψης στο ακινήτοποιημένο όχημα για μεταφόρτωση των αγαθών τους). Στο *ΠΑΚΟ-ΚΠ* όλοι οι πελάτες είναι επισκέψιμοι από όλα τα οχήματα εφόσον το φορτίο όλων αφορά κοινό προϊόν.
- ii. Στο *Πρόβλημα της Ακινήτοποίησης Οχήματος*, για την εξυπηρέτηση της ζήτησης των πελατών του δρομολογίου του ακινήτοποιημένου οχήματος, τα ενεργά οχήματα πρέπει να επισκεφθούν το τελευταίο για μεταφόρτωση αγαθών. Στο *ΠΑΚΟ-ΚΠ*, τα οχήματα, μπορούν να επισκεφθούν τόσο την αποθήκη όσο και το ακινήτοποιημένο όχημα για (μετα)φόρτωση του κοινού προϊόντος. Η απόφαση για μετάβαση στην αποθήκη ή στο ακινήτοποιημένο όχημα εξαρτάται: (α) από την ποσότητα που μπορεί να μεταφορτωθεί στο ενεργό όχημα ανά περίπτωση και (β) από την οικονομικότερη διαδρομή.

Για την επίλυση του *ΠΑΚΟ-ΚΠ* χρησιμοποιούνται οι εξής δύο αλγόριθμοι:

- i. *Στοχαστικός Αλγόριθμος (ΣΑ)* για την εύρεση αποτελεσματικών λύσεων σε χρόνο κατάλληλο για πρακτικές εφαρμογές.
- ii. *Γενετικός Αλγόριθμος (ΓΑ)* για τη θέσπιση πρότυπων λύσεων (*benchmarks*) σε προβλήματα *ΠΑΚΟ-ΚΠ*. Η διαδικασία αυτή είναι αναγκαία, καθώς το *ΠΑΚΟ-ΚΠ* είναι νέο πρόβλημα στην βιβλιογραφία και δεν υπάρχουν πρότυπα Αποτελέσματα με τα οποία μπορεί να συγκριθεί ο ΣΑ.

Οι δύο αλγόριθμοι αποτελούν προσαρμογές των αντίστοιχων για το *ΠΑΚΟ*. Απαιτούνται όμως σημαντικές αλλαγές για να αντιμετωπισθούν οι ιδιαιτερότητες του *ΠΑΚΟ-ΚΠ*. Οι αλλαγές αυτές (και μόνο αυτές) περιγράφονται στο παρόν Κεφάλαιο.

### 5.2.2. Προτεινόμενος Στοχαστικός Αλγόριθμος (ΣΑ)

Η μέθοδος αυτή περιλαμβάνει τα δύο διακριτά βήματα που χρησιμοποιούνται και στη στοχαστική μέθοδο επίλυσης του ΠΑΚΟ: (α) Δημιουργία ενός πολυπληθούς συνόλου λύσεων και (β) επιλογή και βελτίωση της καλύτερης εξ αυτών.

#### **Βήμα 1: Βασική Διαδικασία**

Στο βήμα 1, αρχικά το σημείο εκκίνησης κάθε οχήματος ενώνεται με την αποθήκη. Στη συνέχεια, οι εναπομείναντες πελάτες αξιολογούνται προς εισαγωγή στο δρομολόγιο κάθε οχήματος με βάση την μετρική καταλληλότητας τους [Εξ. (4.26)]. Με βάση τις τέσσερις υψηλότερες τιμές της μετρικής αυτής και την εξίσωση στοχαστικής επιλογής [Εξ. (4.29)] επιλέγεται με πιθανοθεωρητικό τρόπο ο επόμενος πελάτης. Η μοναδική διαφοροποίηση του αλγορίθμου σε σχέση με το ΠΑΚΟ είναι η εξής:

- i. Στο ΠΑΚΟ η μετρική καταλληλότητας υπολογίζεται για κάθε πελάτη  $m$  προς επίσκεψη, για κάθε όχημα  $k$  και για κάθε τόξο  $(i, j)$  της υπάρχουσας, μέχρι την στιγμή της εισαγωγής του πελάτη  $m$ , διαδρομής. Στο ΠΑΚΟ-ΚΠ η μετρική καταλληλότητας (συμπεριλαμβανομένων των πιθανών επισκέψεων στα σημεία ανεφοδιασμού) υπολογίζεται για κάθε πελάτη προς επίσκεψη  $m$ , για κάθε όχημα  $k$  αλλά μόνο για τα τέσσερα τόξα της υπάρχουσας διαδρομής για τα οποία το διαφορικό κόστος (μη συμπεριλαμβανομένων των πιθανών επισκέψεων στα σημεία ανεφοδιασμού)  $\Delta C_{m,(i,j),k}^1, \Delta C_{m,(i,j),k}^2, \Delta C_{m,(i,j),k}^3, \Delta C_{m,(i,j),k}^4$  είναι το ελάχιστο.

Στη συνέχεια, η μετρική καταλληλότητας υπολογίζεται μόνο για τις παραπάνω τέσσερις τιμές του διαφορικού κόστους εισαγωγής του πελάτη στο υφιστάμενο δρομολόγιο [Εξ. (4.27)]. Η επιλογή μόνο των τεσσάρων πιο οικονομικών τιμών διαφορικού κόστους εισαγωγής επιταχύνει σημαντικά την επίλυση του υποπροβλήματος εισαγωγής σημείων ανεφοδιασμού που, στην ειδικά στην περίπτωση του ΠΑΚΟ-ΚΠ καθορίζει το χρόνο επίλυσης του κυρίου προβλήματος.

Όπως και στο ΠΑΚΟ, σε κάποιες περιπτώσεις, για το κόστος εισαγωγής ενός πελάτη στο δρομολόγιο συνυπολογίζονται οι κατάλληλες επισκέψεις στα σημεία (μετα)φόρτωσης ώστε να εξασφαλίζονται οι περιορισμοί φορτίου και χωρητικότητας του προβλήματος.

Θεωρείστε την περίπτωση εισαγωγής πελάτη  $m$  μεταξύ των πελατών  $i$  και  $j$ . Εάν το φορτίο του οχήματος  $k$  επαρκεί για την εξυπηρέτηση του πελάτη  $m$ , τότε το διαφορικό κόστος εισαγωγής του πελάτη υπολογίζεται με την Εξίσωση (4.27) του Κεφαλαίου 4. Εάν το φορτίο του οχήματος  $k$  δεν επαρκεί για την εξυπηρέτηση του πελάτη  $m$ , τότε το όχημα θα πρέπει να ανεφοδιαστεί από το ακινητοποιημένο όχημα ή την αποθήκη. Στην περίπτωση αυτή το διαφορικό κόστος υπολογίζεται με την επίλυση του προβλήματος της επόμενης Ενότητας (5.2.3).

### **Βήμα 2: Επιλογή Καλύτερης Λύσης και Βελτίωση της**

Με την ολοκλήρωση του πρώτου βήματος ανάθεσης πελατών σε οχήματα μέσω της μετρικής *καταλληλότητας* και της συνάρτησης τυχαίας επιλογής, έχουν παραχθεί  $\Omega$  λύσεις. Οι λύσεις αυτές περιλαμβάνουν και τις –πιθανές– επισκέψεις στα σημεία ανεφοδιασμού βάση της επίλυσης του (υπο)προβλήματος με τον αλγόριθμο labeling (Βλ. επόμενη Ενότητα 5.2.3). Στη συνέχεια, όπως και στο ΠΑΚΟ, το δεύτερο βήμα του ΣΑ περιλαμβάνει την επιλογή της συνολικά Καλύτερης Λύσης (ΚΛ) από το σύνολο των  $\Omega$  λύσεων, την βελτίωσή της βάση παραλλαγής του γνωστού αλγόριθμου *2-opt* (Lin, 1965) και την πιθανή ανάθεση νέων πελατών στα δρομολόγια του στόλου με βάση την επιτευχθείσα εξοικονόμηση. Στην περίπτωση του ΠΑΚΟ-ΚΠ λαμβάνεται υπόψη ως σημείο (μετα)φόρτωσης και η αποθήκη. Στη συνέχεια, το δρομολόγιο διασπάται σε μέρη που ορίζονται μεταξύ: (α) κάθε δύο διαδοχικών επισκέψεων –αν υπάρχουν– σε σημεία (μετα)φόρτωσης, (β) μεταξύ του σημείου εκκίνησης κάθε ενεργού οχήματος και της πρώτης επίσκεψης σε σημείο μεταφόρτωσης, ή/και (γ) μεταξύ της τελευταίας επίσκεψης σε σημείο (μετα)φόρτωσης και της αποθήκης. Ο αλγόριθμος *2-opt* εφαρμόζεται σε κάθε τμήμα κάθε δρομολογίου ξεχωριστά. Για παράδειγμα (Σχήμα 5.3), έστω δρομολόγιο που περιλαμβάνει επίσκεψη σε πελάτες, αποθήκη και ακινητοποιημένο όχημα (διπλή επίσκεψη) με την παρακάτω σειρά:

$$\mu_1 \rightarrow I \rightarrow b_1 \rightarrow 2 \rightarrow 7 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 0_8 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow b_3 \rightarrow 6 \rightarrow 0_6 (\text{Depot})$$

Τα τέσσερα μέρη στα οποία μπορεί να εφαρμοστεί η μέθοδος *2-opt* είναι:

- (i) μεταξύ του σημείου εκκίνησης του ενεργού οχήματος  $\mu_1$  και του σημείου του ακινητοποιημένου οχήματος  $b_1$  (στο διάστημα αυτό υπάρχει μόνο ένας πελάτης οπότε δεν μπορεί να εφαρμοστεί η μέθοδος 2-opt)
- (ii) μεταξύ του ακινητοποιημένου οχήματος (κόμβος  $b_1$ ) και της αποθήκης (κόμβος  $0_8$ ). Στην περίπτωση αυτή η σειρά επισκέψεων στους πελάτες είναι η:

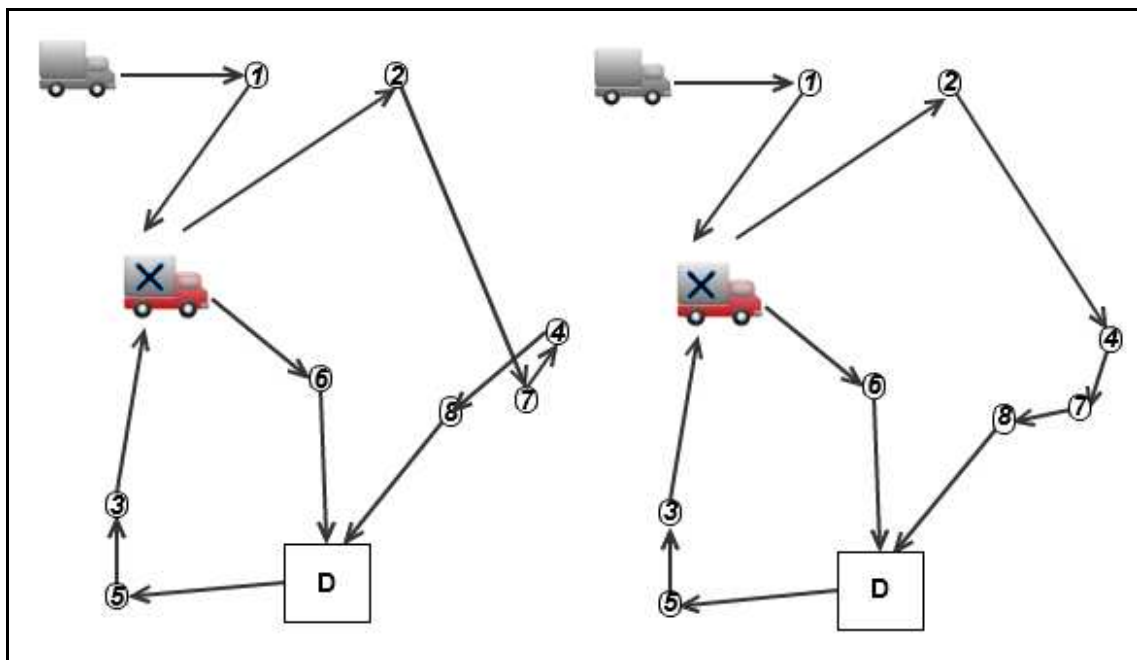
$$b_1 \rightarrow 2 \rightarrow 7 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 0_8$$

Με την εφαρμογή του αλγορίθμου 2-opt το δρομολόγιο μετασχηματίζεται σε:

$$b_1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 7 \rightarrow 8 \rightarrow 0_8$$

και συνεπώς το κόστος μειώνεται κατά  $c_{24} + c_{47} + c_{78} - (c_{27} + c_{74} + c_{48})$ .

- (iii) μεταξύ της επίσκεψης στην αποθήκη (κόμβος  $0_8$ ) και της 2<sup>ης</sup> επίσκεψης στο ακινητοποιημένο όχημα (κόμβος  $b_3$ ). Ωστόσο, στο διάστημα αυτό υπάρχουν μόνο δύο πελάτες, οπότε και το δρομολόγιο δεν μπορεί να ελαχιστοποιηθεί περαιτέρω με την μέθοδο 2-opt.
- (iv) μεταξύ της 2<sup>ης</sup> επίσκεψης στο ακινητοποιημένο όχημα (κόμβος  $b_3$ ) και της τελικής επίσκεψης στην αποθήκη  $0_6$  (στο διάστημα αυτό υπάρχει μόνο ένας πελάτης οπότε δεν μπορεί να εφαρμοστεί η μέθοδος 2-opt)



Σχήμα 5.3 Εφαρμογή βελτιωτικού αλγορίθμου 2-opt στο τμήμα του δρομολογίου μεταξύ των επισκέψεων στα σημεία μεταφόρτωσης

Με την ολοκλήρωση του βήματος εξοικονόμησης χρόνου (*2-opt*) ο αλγόριθμος επαναλαμβάνεται μόνο μία φορά ( $\Omega=1$ ) κατά την οποία είναι πιθανόν να εισαχθούν στο δρομολόγιο επιπλέον πελάτες, οπότε και προκύπτει η τελική λύση του ΠΑΚΟ-ΚΠ με την μέθοδο του ΣΑ. Τα αλγοριθμικά βήματα για την επίλυση του ΠΑΚΟ-ΚΠ είναι παρόμοια με αυτά του ΠΑΚΟ [Σχήμα 4.9, Κεφ. 4].

### 5.2.3. Πρόβλημα Εισαγωγής Κατάλληλων Επισκέψεων στο Ακινητοποιημένο Όχημα και στην Κεντρική Αποθήκη για (Μετα)φόρτωση Αγαθών

#### Ορισμός του προβλήματος

Κατά το βήμα 1 του παραπάνω αλγορίθμου (Ενότητα 5.2.2), και στην περίπτωση μη επάρκειας του φορτίου για την εξυπηρέτηση του υποψήφιου πελάτη  $m$ , διατυπώνεται το ακόλουθο πρόβλημα για τον υπολογισμό του διαφορικού κόστους ενδεχόμενης εισαγωγής του πελάτη αυτού στο τόξο  $(i, j)$  στο δρομολόγιο του οχήματος  $k$ :

Έστω ενεργό όχημα  $k$  που εξυπηρετεί συγκεκριμένους πελάτες  $(k_1, k_2, \dots, k_{n_k})$  με δεδομένη (γνωστή) σειρά επίσκεψης  $\lambda_k = (\mu_k, k_1, k_2, \dots, k_i, k_{i+1}, \dots, k_{n_k}, 0_{k_{n_k}})$ . Οι αποστάσεις μεταξύ της αρχικής θέσης του ενεργού οχήματος και του πρώτου πελάτη, των επόμενων πελατών μεταξύ τους, των πελατών με το ακινητοποιημένο όχημα καθώς και του τελευταίου προς εξυπηρέτηση πελάτη με την αποθήκη είναι γνωστές. Επίσης γνωστή είναι και η ζήτηση των πελατών, το αρχικό φορτίο του οχήματος  $k$ , καθώς και το φορτίο του ακινητοποιημένου οχήματος. Ζητείται ο προσδιορισμός των κατάλληλων θέσεων επίσκεψης στα σημεία (μετά)φόρτωσης (αποθήκη ή ακινητοποιημένο όχημα), έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται το συνολικό κόστος  $TC_{\lambda_k}$  της διαδρομής του οχήματος  $k$ . Επισημαίνεται ότι το πλήθος επισκέψεων στα σημεία (μετά)φόρτωσης μπορεί να είναι μεγαλύτερο της μίας.

Το παρόν πρόβλημα διαφέρει σε σχέση με το αντίστοιχο πρόβλημα του Κεφαλαίου 4 καθώς η ζήτηση αφορά κοινό προϊόν και η (μετα)φόρτωση μπορεί να γίνει είτε από το ακινητοποιημένο όχημα είτε από την αποθήκη. Συνεπώς οι πελάτες μπορούν να εξυπηρετηθούν: (α) Από την ποσότητα προϊόντος που είναι ήδη διαθέσιμη στο ενεργό

όχημα τη στιγμή της ακινητοποίησης, (β) από την ποσότητα προϊόντος που είναι διαθέσιμη στο ακινητοποιημένο όχημα τη στιγμή της ακινητοποίησης, ή (γ) από την ποσότητα προϊόντος που είναι διαθέσιμη στην αποθήκη. Στην πρώτες δύο περιπτώσεις η διαθέσιμη ποσότητα είναι πεπερασμένη ενώ στην τρίτη περίπτωση η διαθέσιμη ποσότητα είναι απεριόριστη. Σημειώνεται ότι στο δρομολόγιο του, ένα ενεργό όχημα μπορεί να επισκεφτεί και τα δύο σημεία (μετα)φόρτωσης (ακινητοποιημένο όχημα και αποθήκη) περισσότερες από μια φορές, αν αυτό ευνοεί την αντικειμενική συνάρτηση.

Για την μοντελοποίηση του προβλήματος χρησιμοποιούμε τη μεταβλητή  $d_{bk_i}$  του μοντέλου του ΠΑΚΟ-ΚΠ και ορίζουμε ως νέα μεταβλητή το διαθέσιμο φορτίο στο ακινητοποιημένο όχημα μετά την εξυπηρέτηση του πελάτη  $k_i$  από το όχημα  $k$ :

- i.  $-d_{bk_i}$  είναι η (αρνητική) ποσότητα που μεταφορτώνεται από το ακινητοποιημένο όχημα στο ενεργό όχημα  $k$  σε πιθανή επίσκεψη του τελευταίου στο πρώτο αμέσως μετά τον πελάτη  $k_i$ . Χάριν ευκολίας, και χωρίς απώλεια της γενικότητας, η μεταβλητή  $d_{bk_i}$  λαμβάνει ακέραιες τιμές στο διάστημα της Εξ. (5.20).
- ii.  $h_{k,k_i}$  είναι το διαθέσιμο φορτίο στο ακινητοποιημένο όχημα μετά την εξυπηρέτηση του πελάτη  $k_i$  από το όχημα  $k$ .

Κατά την εξέταση της εισαγωγής σημείων ανεφοδιασμού στην αλληλουχία  $\lambda_k$  το αρχικά διαθέσιμο φορτίο στο ακινητοποιημένο όχημα είναι γνωστή παράμετρος του υποπροβλήματος και δίνεται από την Εξίσωση:

$$h_{k,\mu_k} = Q_b + \sum_{z \in K \setminus \{k\}} \sum_{i \in S} d_{b_i} \times y_{iz}$$

Η παραπάνω Εξίσωση ορίζει το διαθέσιμο φορτίο στο ακινητοποιημένο όχημα ως το αρχικό φορτίο του τελευταίου την στιγμή  $t_1$  της ακινητοποίησης μείον (η  $d_{b_i}$  είναι αρνητική) το συνολικό φορτίο που έχουν παραλάβει όλα τα υπόλοιπα ενεργά οχήματα

του δρομολογίου μέχρι την τρέχουσα στιγμή  $t$  (στιγμή κατά την οποία που ελέγχεται η εισαγωγή του υποψήφιου πελάτη  $m$ , στο τόξο  $(i, j)$  στο δρομολόγιο του οχήματος  $k$ ).

Υπενθυμίζεται ότι η μεταβλητή  $Q_{k,k_i}$  αναφέρεται στο φορτίο του οχήματος  $k$  αμέσως μετά την επίσκεψη του στον πελάτη  $k_i$  και η ποσότητα  $-d_{bk_i}$  δεν μπορεί να υπερβεί: (α) την υπολειπόμενη χωρητικότητα του ενεργού οχήματος  $C_k - Q_{k,k_i}$ , (β) το διαθέσιμο φορτίο στο ακινητοποιημένο όχημα  $h_{k,k_i}$  και (γ) την ποσότητα της ζήτησης των πελατών που απομένουν μέχρι το τέλος του δρομολογίου του ενεργού οχήματος  $k$ , δηλαδή:

$$1 \leq -d_{bk_i} \leq \min \left\{ C_k - Q_{k,k_i}, h_{k,k_i}, \left( \sum_{j=i+1}^{n_k} d_{k_j} \right) \right\} \quad (5.20)$$

Το παραπάνω πρόβλημα ορίζεται για κάθε ενεργό όχημα του δρομολογίου. Για παράδειγμα, για τη γνωστή αλληλουχία πελατών  $\lambda_k = (\mu_k, k_1, k_2, \dots, k_i, k_{i+1}, \dots, k_{n_k}, 0_{k_n})$  του οχήματος  $k$  και με βάση τους συμβολισμούς της Ενότητας 5.1.2 οι μεταβλητές απόφασης για το όχημα  $k$  είναι οι εξής:

$$x_{\mu_k, k_1, k} \in \{0,1\}$$

$$x_{\mu_k, b_{\mu_k}, k} \in \{0,1\}$$

$$x_{\mu_k, 0_{\mu_k}, k} \in \{0,1\}$$

$$x_{k_i, k_{i+1}, k} \in \{0,1\} \quad , \forall i = 1, 2, \dots, n_k - 1$$

$$x_{k_i, b_{k_i}, k} \in \{0,1\} \quad , \forall i = 1, 2, \dots, n_k - 1$$

$$x_{k_i,0_{k_i},k} \in \{0,1\} \quad , \forall i = 1,2,\dots,n_k - 1$$

$$d_{bk_i} \in \left\{ 0, -1, \dots, -\min \left\{ C_k - Q_{k,k_i}, h_{k,k_i}, \left( \sum_{j=i+1}^{n_k} d_{k_j} \right) \right\} \right\} \quad , \forall i = 1,2,\dots,n_k - 1$$

Οι παραπάνω μεταβλητές καθορίζουν ότι από το σημείο εκκίνησης και από κάθε πελάτη του δρομολογίου το ενεργό όχημα δύναται να επισκεφτεί τον επόμενο πελάτη είτε απευθείας, είτε μέσω του ακινητοποιημένου οχήματος ή της αποθήκης για μεταφόρτωση. Σημειώνεται ότι λόγω των Περιορισμών (5.8) και (5.9) η μετάβαση στην αποθήκη από το ακινητοποιημένο όχημα, ή, αντίστροφα, από το ακινητοποιημένο όχημα στην αποθήκη δεν επιτρέπεται καθώς:

- i. η μοναδική επίσκεψη στην αποθήκη είναι πάντοτε πιο οικονομική από την επίσκεψη στην αποθήκη και έπειτα απευθείας στο ακινητοποιημένο όχημα και
- ii. η ποσότητα του φορτίου που μπορεί να παραληφθεί από την αποθήκη είναι πάντοτε ίση με την υπολειπόμενη χωρητικότητα του οχήματος (η αποθήκη έχει μη πεπερασμένο απόθεμα)

Η τιμή κάθε μεταβλητής απόφασης προκύπτει από την λύση του παρακάτω προβλήματος με αντικειμενική συνάρτηση την ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους του δρομολογίου για την γνωστή αλληλουχία πελατών  $\lambda_k$  του οχήματος  $k$  (Εξ. 5.21). Για την απλοποίηση του μοντέλου θεωρούμε πώς ισχύει  $k_0 = \mu_k$ :

$$\min TC_{\lambda_k} = \sum_{i=0}^{n_k-1} \left( c_{k_i,k_{i+1}} x_{k_i,k_{i+1},k} + x_{k_i,0_{k_i},k} (c_{k_i,0_{k_i}} + c_{0_{k_i},k_{i+1}}) + x_{k_i,b_{k_i},k} (c_{k_i,b_{k_i}} + c_{b_{k_i},k_{i+1}}) \right) + c_{k_n,0_{k_n}} \quad (5.21)$$

Με περιορισμούς:

$$x_{k_i,k_{i+1},k} + x_{k_i,b_{k_i},k} + x_{k_i,0_{k_i},k} = 1 \quad , \forall i = 0,\dots,n_k - 1 \quad (5.22)$$

$$x_{k_i, b_{k_i}, k} = x_{b_{k_i}, k_{i+1}, k}, \quad \forall i = 0, \dots, n_k - 1 \quad (5.23)$$

$$x_{k_i, 0_{k_i}, k} = x_{0_{k_i}, k_{i+1}, k}, \quad \forall i = 0, \dots, n_k - 1 \quad (5.24)$$

$$Q_{k, k_i} = Q_{k, k_{i-1}} - d_{k_i} + (x_{b_{k_{i-1}}, k_i, k} \times d_{b_{k_{i-1}}}) + (x_{0_{k_{i-1}}, k_i, k} \times (C_k - Q_{k, k_{i-1}})) \quad \forall i = 1, \dots, n_k \quad (5.25)$$

$$Q_{k, k_i} \geq 0 \quad \forall i = 0, \dots, n_k \quad (5.26)$$

$$h_{k, k_i} = h_{k, k_{i-1}} - x_{b_{k_{i-1}}, k_i, k} \times d_{b_{k_{i-1}}} \quad \forall i = 1, \dots, n_k \quad (5.27)$$

$$h_{k, k_i} \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, n_k, \forall k \in K \quad (5.28)$$

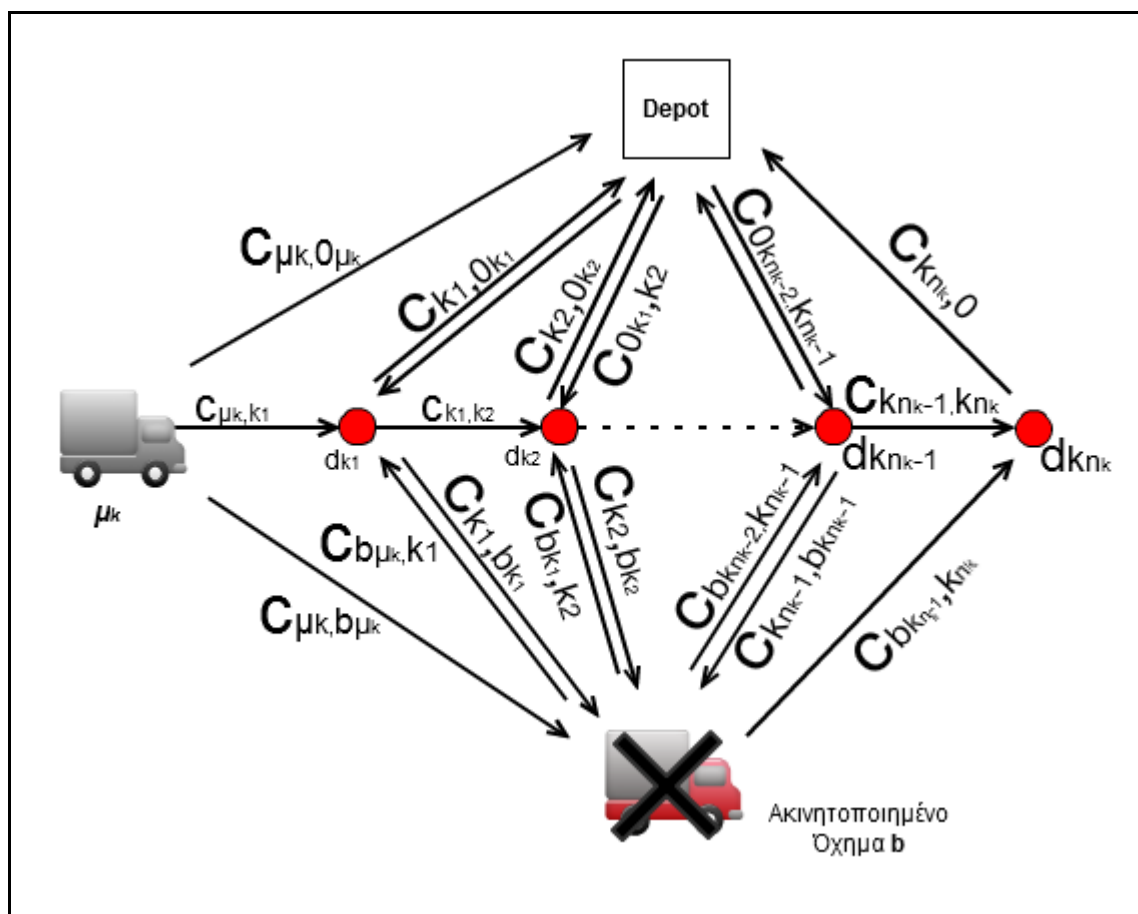
Ο Περιορισμός (5.22) εξασφαλίζει ότι το όχημα, από οιονδήποτε κόμβο, μπορεί να επισκεφτεί τον επόμενο πελάτη, το ακινητοποιημένο όχημα ή την αποθήκη. Οι Περιορισμοί (5.23) και (5.24) εξασφαλίζουν την συνέχεια του δρομολογίου στην περίπτωση που το ακινητοποιημένο όχημα ή η αποθήκη δέχονται επίσκεψη. Ο Περιορισμός (5.25) καθορίζει τη τιμή του φορτίου του ενεργού οχήματος ανάλογα με το αν αυτό έχει πραγματοποιήσει απευθείας μετάβαση στον επόμενο πελάτη, η μετέβη στον επόμενο πελάτη μέσω ακινητοποιημένου οχήματος ή μέσω της αποθήκης. Ο Περιορισμός (5.26) εξασφαλίζει ότι σε κανένα σημείο του δρομολογίου δεν μπορεί η ποσότητα του φορτίου του οχήματος  $k$  να είναι αρνητική. Ο Περιορισμός (5.27) καθορίζει τη μεταβολή της ποσότητας του διαθέσιμου φορτίου στο ακινητοποιημένο όχημα ανάλογα με το αν υπάρχει επίσκεψη σε αυτό. Τέλος, ο Περιορισμός (5.28) εξασφαλίζει ότι το διαθέσιμο φορτίο στο ακινητοποιημένο όχημα δεν μπορεί να είναι αρνητικό.

Για την επίλυση του υποπροβλήματος εξετάστηκαν δύο αλγόριθμοι: (α) αλγόριθμος που βασίζεται σε μέθοδο δυναμικού προγραμματισμού (στο ίδιο βήμα με τον αλγόριθμο επίλυσης του υποπροβλήματος του ΠΑΚΟ) και (β) αλγόριθμος που βασίζεται σε μέθοδο επίλυσης labeling. Αρχικά, για την επίλυση του υποπροβλήματος του ΠΑΚΟ-ΚΠ

μοντελοποιήθηκε ο αλγόριθμος δυναμικού προγραμματισμού. Ωστόσο, κατά την πειραματική ανάλυση του αλγορίθμου αυτού παρατηρήθηκε σημαντική εξάρτηση του υπολογιστικού χρόνου με (α) το αρχικά διαθέσιμο φορτίο στο ακινητοποιημένο όχημα και (β) την χωρητικότητα των ενεργών οχημάτων. Η σημαντική αύξηση του υπολογιστικού χρόνου σε συνάρτηση με τις τιμές των μετρικών αυτών, αναλύεται σε ξεχωριστή ενότητα παρακάτω. Σύμφωνα με την πειραματική ανάλυση, ο 2<sup>ος</sup> αλγόριθμος επίλυσης με τη μέθοδο labeling δεν επηρεάζεται από τις παραπάνω μετρικές παρά μόνο από τον αριθμό των πελατών και κατά συνέπεια είναι καταλληλότερος για τη λύση του υποπροβλήματος ανεφοδιασμού στο ΠΑΚΟ-ΚΠ.

**Επίλυση με Δυναμικό Προγραμματισμό**

Για την κατανόηση του αλγορίθμου επίλυσης του υπό-προβλήματος με δυναμικό προγραμματισμό θεωρούμε το παρακάτω παράδειγμα (Σχήμα 5.4).



Σχήμα 5.4 Πρόβλημα εισαγωγής ακινητοποιημένου οχήματος ή αποθήκης στο δρομολόγιο του ενεργού οχήματος  $k$  για (μετα)φόρτωση αγαθών.

Έστω το δρομολόγιο του ενεργού οχήματος  $k$  με σημείο εκκίνησης τον κόμβο  $\mu_k$  όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 5.3. Ορίζουμε την μεταβλητή  $D_{k,k_i}(Q_{k,k_i}, h_{k,k_i})$  που εκφράζει την ελάχιστη απόσταση από τον κόμβο  $k_i$  ( $k_i = k_{n_k}, k_{n_k-1}, \dots, k_1, \mu_k$ ) μέχρι το τέλος του δρομολογίου (Αποθήκη) σε συνάρτηση με τις πιθανές τιμές του φορτίου στο ενεργό όχημα,  $0 \leq Q_{k,k_i} \leq C_k - d_{k_i}$ , και τις πιθανές τιμές διαθέσιμου φορτίου στο ακινητοποιημένο όχημα,  $0 \leq h_{k,k_i} \leq h_{k,\mu_k}$ , αμέσως μετά την αναχώρηση του οχήματος  $k$  από τον πελάτη  $k_i$ . Συγκεκριμένα, για τον τελευταίο πελάτη (κόμβο  $k_i = k_{n_k}$ ):

$$D_{k,k_{n_k}}(Q_{k,k_{n_k}}, h_{k,k_{n_k}}) = c_{k_{n_k},0_{k_{n_k}}} \quad , Q_{k,k_{n_k}} = 0, \dots, C_k - d_{k_{n_k}}, h_{k,k_{n_k}} = 0, 1, \dots, h_{k,\mu_k} \quad (5.29)$$

Για τους κόμβους  $k_i = k_{n_k-1}, \dots, k_1, \mu_k$  και για  $Q_{k,k_i} = 0, \dots, C_k - d_{k_{k_i}}, h_{k,k_i} = 0, 1, \dots, h_{k,\mu_k}$  :

$$D_{k,k_i}(Q_{k,k_i}, h_{k,k_i}) = \min \begin{cases} c_{k_i,0_{k_i}} + c_{0_{k_i},k_{i+1}} + D_{k,k_{i+1}}(C_k - d_{k_{i+1}}, h_{k,k_i}) \\ c_{k_i,b_{k_i}} + c_{b_{k_i},k_{i+1}} + \min_{\min\{h_{k,k_i}, 1\} \leq -d_{bk_i} \leq \min\{h_{k,k_i}, \min\{C_k, \sum_{m=i+1}^n d_{k_m}\} - Q_{k,k_i}\}} D_{k,k_{i+1}}(Q_{k,k_i} - d_{bk_i} - d_{k_{i+1}}, h_{k,k_i} + d_{bk_i}), \quad Q_{k,k_i} \geq d_{k_{i+1}} \\ c_{k_i,k_{i+1}} + D_{k,k_{i+1}}(Q_{k,k_i} - d_{k_{i+1}}, h_{k,k_i}) \end{cases} \quad (5.30.a)$$

$$D_{k,k_i}(Q_{k,k_i}, h_{k,k_i}) = \min \begin{cases} c_{k_i,0_{k_i}} + c_{0_{k_i},k_{i+1}} + D_{k,k_{i+1}}(C_k - d_{k_{i+1}}, h_{k,k_i}) \\ c_{k_i,b_{k_i}} + c_{b_{k_i},k_{i+1}} + \min_{(d_{k_{i+1}} - Q_{k,k_i}) \leq -d_{bk_i} \leq \min\{h_{k,k_i}, \min\{C_k, \sum_{m=i+1}^{n_k} d_{k_m}\} - Q_{k,k_i}\}} D_{k,k_{i+1}}(Q_{k,k_i} - d_{bk_i} - d_{k_{i+1}}, h_{k,k_i} + d_{bk_i}) \quad , Q_{k,k_i} < d_{k_{i+1}}, d_{k_{i+1}} \leq Q_{k,k_i} + h_{k,k_i} \end{cases} \quad (5.30.b)$$

$$D_{k,k_i}(Q_{k,k_i}, h_{k,k_i}) = c_{k_i,0_{k_i}} + c_{0_{k_i},k_{i+1}} + D_{k,k_{i+1}}(C_k - d_{k_{i+1}}, h_{k,k_i}) \quad , Q_{k,k_i} < d_{k_{i+1}}, d_{k_{i+1}} > h_{k,k_i} + Q_{k,k_i} \quad (5.30.c)$$

Οι Εξισώσεις 5.30.a, 5.30.b, 5.30.c αναφέρουν ότι:

- i. Εάν ο επόμενος πελάτης  $k_{i+1}$  μπορεί να εξυπηρετηθεί με το φορτίο που είναι ήδη διαθέσιμο στο όχημα  $Q_{k,k_i} \geq d_{k_{i+1}}$  υπάρχουν τρεις επιλογές επίσκεψης: (α) μέσω αποθήκης, (β) μέσω ακινητοποιημένου οχήματος ή (γ) απευθείας (Εξ. 5.30.a). Στην περίπτωση της επιλογής επίσκεψης στο ακινητοποιημένο όχημα λαμβάνονται υπόψη όλες οι πιθανές τιμές μεταφόρτωσης φορτίου ( $d_{bk_i}$ ) από το ακινητοποιημένο στο ενεργό όχημα μετά τον πελάτη  $k_i$ . Επισημαίνεται ότι, με βάση την Εξίσωση (5.20), η ποσότητα  $-d_{bk_i}$  περιορίζεται από τις ανισότητες  $\min\{h_{k,k_i}, 1\} \leq -d_{bk_i} \leq \min\left\{h_{k,k_i}, \min\left\{C_k, \sum_{m=i+1}^n d_{k_m}\right\} - Q_{k,k_i}\right\}$ . Για την τελική απόφαση επιλέγεται η τιμή της  $d_{bk_i}$  που αποφέρει το ελάχιστο κόστος.
- ii. Εάν ο επόμενος πελάτης  $k_{i+1}$  δεν μπορεί να εξυπηρετηθεί με το φορτίο που είναι ήδη διαθέσιμο στο όχημα αλλά μπορεί να εξυπηρετηθεί μετά από επίσκεψη στο ακινητοποιημένο όχημα ( $Q_{k,k_i} + h_{k,k_i} \geq d_{k_{i+1}}$ ) υπάρχουν δύο επιλογές επίσκεψης: (α) μέσω αποθήκης ή (β) μέσω ακινητοποιημένου οχήματος (Εξ. 5.30.b). Στην περίπτωση της επιλογής επίσκεψης στο ακινητοποιημένο όχημα λαμβάνονται υπόψη όλες οι πιθανές τιμές μεταφόρτωσης φορτίου ( $d_{bk_i}$ ) από το ακινητοποιημένο στο ενεργό όχημα μετά τον πελάτη  $k_i$ . Για την τελική απόφαση επιλέγεται η τιμή της  $d_{bk_i}$  που αποφέρει το ελάχιστο κόστος.
- iii. Εάν ο επόμενος πελάτης  $k_{i+1}$  δεν μπορεί να εξυπηρετηθεί με το φορτίο που είναι ήδη διαθέσιμο στο όχημα και ούτε μετά από επίσκεψη στο ακινητοποιημένο όχημα ( $Q_{k,k_i} + h_{k,k_i} < d_{k_{i+1}}$ ) τότε απομένει μόνο η επιλογή επίσκεψης μέσω της αποθήκης (Εξ. 5.30.c).

Σημειώνεται ότι στην ακραία περίπτωση που υπάρχουν δύο ή περισσότερες διαδρομές (συνήθως σε προβλήματα που παρουσιάζουν συμμετρία) από τον κόμβο  $k_i$  στο τέλος της διαδρομής με ακριβώς το ίδιο κόστος  $D_{k,k_i}(Q_{k,k_i}, h_{k,k_i})$ , τότε προτιμάται εκείνη η διαδρομή με την μεγαλύτερη τιμή της μεταβλητής  $h_{k,k_i}$ . Η μεγαλύτερη ποσότητα φορτίου  $h_{k,k_i}$  στο

ακινητοποιημένο όχημα πιθανόν να επιτρέψει σε κάποιο επόμενο βήμα την μείωση του κόστους της διαδρομής μέσω επίσκεψης του ενεργού οχήματος στο ακινητοποιημένο για μεταφόρτωση, η οποία δεν θα ήταν εφικτή στις μικρότερες τιμές του  $h_{k,k_i}$ .

Όταν πλέον ο αλγόριθμος φτάσει στο σημείο έναρξης (κόμβος  $\mu_k$ ), τότε υπάρχει η πληροφορία όλων των τιμών ελάχιστου κόστους μετάβασης στον τελικό κόμβο (αποθήκη) από όλους τους πελάτες του δρομολογίου με (α) όλα τα πιθανά φορτία που μπορεί να έχει το όχημα αφού αναχωρήσει από κάθε πελάτη και (β) με όλες τις πιθανές τιμές εναπομείναντος αποθέματος στο ακινητοποιημένο όχημα. Έτσι, το συνολικό κόστος του δρομολογίου θα είναι  $\min TC_{\lambda_k} = D_{k,\mu_k}(Q_{k,\mu_k}, h_{k,\mu_k})$ . Σε φυσική γλώσσα, τα βήματα του αλγορίθμου αναλύονται στο Σχήμα 5.5:

- Για γνωστό δρομολόγιο πελατών με γνωστή αλληλουχία, ζητήσεις πελατών, αρχικό φορτίο και χωρητικότητα οχήματος
1. Ξεκίνησε από τον τελευταίο πελάτη  $k_{n_k}$  και υπολόγισε την  $D_{k,k_{n_k}}(Q_{k,k_{n_k}}, h_{k,k_{n_k}})$  με τη βοήθεια της Εξ. (5.29)
  2. Συνέχισε για όλους τους πελάτες του δρομολογίου (μέχρι και τον  $\mu_k$ ) με την βοήθεια των Εξ. (5.30.a), (5.30.b) και (5.30.c)
  3. Υπολόγισε την βέλτιστη εισαγωγή επισκέψεων στο ακινητοποιημένο όχημα και στην αποθήκη  $D_{k,\mu_k}(Q_{k,\mu_k}, h_{k,\mu_k})$
  4. Τέλος Αλγορίθμου

**Σχήμα 5.5 Τα βήματα του δυναμικού αλγορίθμου επίλυσης του υποπροβλήματος εισαγωγής κατάλληλων επισκέψεων στο ακινητοποιημένο όχημα και στην αποθήκη σε φυσική γλώσσα**

Στο τέλος του αλγορίθμου του υποπροβλήματος επιλέγονται εκείνες οι εισαγωγές του ακινητοποιημένου οχήματος και της αποθήκης στο δρομολόγιο ώστε: (α) να ικανοποιούνται οι περιορισμοί φορτίου και χωρητικότητας, Εξ. (5.11)-(5.16) και (β) το συνολικό κόστος  $TC_{\lambda_k}$  του δρομολογίου με την γνωστή αλληλουχία πελατών  $\lambda_k$  να είναι το ελάχιστο.

Έπειτα από την εύρεση του ελάχιστου  $TC_{\lambda_k}$ , το διαφορικό κόστος εισαγωγής του κόμβου  $m$  μεταξύ των κόμβων  $i, j$  στο δρομολόγιο του οχήματος  $k$  διαμορφώνεται από την Εξίσωση (5.31):

$$\Delta C_{m,(i,j),k} = TC_{\lambda_k} - TC_{\lambda'_k} \quad (5.31)$$

όπου  $TC_{\lambda'_k}$  το συνολικό κόστος του δρομολογίου του οχήματος  $k$  με αλληλουχία πελατών  $\lambda'$  πριν την εισαγωγή του πελάτη  $m$ . Υπενθυμίζεται ότι η μετρική καταλληλότητας [Εξ. (4.25)] εξαρτάται από το διαφορικό κόστος  $\Delta C_{m,(i,j),k}$  εισαγωγής του πελάτη στο υφιστάμενο δρομολόγιο.

### **Επίλυση με Αλγόριθμο Labeling**

Για την επίλυση του υποπροβλήματος εισαγωγής κατάλληλων θέσεων ανεφοδιασμού στην αλληλουχία πελατών  $\lambda_k = (\mu_k, k_1, k_2, \dots, k_i, k_{i+1}, \dots, k_n, 0_{k_n})$  σε συντομότερο υπολογιστικό χρόνο αναπτύχθηκε αλγόριθμος labeling [Dikas & Minis, (2010)], ο οποίος βασίζεται στην ιδέα των Desrochers & Soumis (1988). Ο αλγόριθμος εκκινεί από την αρχική θέση του οχήματος  $\mu_k$  και επεκτείνει, για κάθε πελάτη της αλληλουχίας  $\lambda_k$  και για κάθε διαδρομή που καταλήγει στον πελάτη αυτόν, τις τρεις δυνατές διαδρομές μετάβασης στον επόμενο πελάτη (απευθείας μετάβαση, μετάβαση μέσω ακινητοποιημένου οχήματος και μετάβαση μέσω αποθήκης). Οι διαδρομές αυτές αξιολογούνται βάση συγκεκριμένων κριτηρίων απόρριψης, και απορρίπτονται εκείνες που ικανοποιούν το σύνολο των κριτηρίων αυτών. Η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι και τον τελικό κόμβο (κόμβος  $0_{k_n}$ ). Στο τέλος του αλγορίθμου από το σύνολο των διαδρομών που καταλήγουν στον κόμβο  $0_{k_n}$  επιλέγεται η διαδρομή με το συνολικά χαμηλότερο κόστος. Για την ανάπτυξη του αλγορίθμου, ορίζεται το σύνολο  $Z_{k,k_i}$ , που περιέχει όλες τις εφικτές διαδρομές από τον κόμβο  $\mu_k$  έως το κόμβο  $k_i$  του οχήματος  $k$ .

Συγκεκριμένα, ο αλγόριθμος labeling αποτελείται από τα εξής βήματα:

Βήμα 1: Έναρξη από τον κόμβο  $\mu_k = k_0$ ,  $i = 0$

Βήμα 2: Έστω  $i = i + 1$  και θεώρησε τον επόμενο κόμβο  $k_i$  στην αλληλουχία

Βήμα 3: [Επέκταση Διαδρομών] Για κάθε διαδρομή  $z_\rho^{k,k_{i-1}}, z_\rho^{k,k_{i-1}} \in Z_{k,k_{i-1}}$  Σύνδεσε τον κόμβο  $k_{i-1}$  με τον κόμβο  $k_i$  μέσω των τις τριών δυνατών συνδέσεων και δημιούργησε τις διαδρομές  $z_r^{k,k_i}$ . Δηλαδή για κάθε διαδρομή  $z_\rho^{k,k_{i-1}} \in Z_{k,k_{i-1}}$ ,  $\rho = 1, \dots, |Z_{k,k_{i-1}}|$  που καταλήγει στον πελάτη  $k_{i-1}$  δημιουργούνται τρεις νέες διαδρομές στο σύνολο  $Z_{k,k_i}$ . Ωστόσο, στην περίπτωση που ο αλγόριθμος καταλήξει στον κόμβο  $k_{i-1}$  μέσω της διαδρομής  $z_\rho^{k,k_{i-1}}$  και για το διαθέσιμο φορτίο  $\bar{Q}_{k,k_{i-1}}(z_\rho^{k,k_{i-1}})$  επί του οχήματος μετά την εξυπηρέτηση του κόμβου  $k_{i-1}$  ισχύει  $\bar{Q}_{k,k_{i-1}}(z_\rho^{k,k_{i-1}}) \geq \sum_{j=i}^{n_k} d_{k_j}$  (δηλαδή το φορτίο επί του οχήματος επαρκεί για να ικανοποιήσει όλους τους εναπομείναντες πελάτες της αλληλουχίας), τότε επεκτείνεται μόνο η απευθείας μετάβαση στον πελάτη  $k_i$  καθώς είναι η οικονομικότερη.

Βήμα 4: [Υπολογισμός Μεταβλητών] Για κάθε νέα διαδρομή  $z_r^{k,k_i} \in Z_{k,k_i}$  υπολογίζονται τα εξής:

- i. Η απόσταση από τον κόμβο  $\mu_k$  μέχρι τον κόμβο  $k_i$  μέσω της διαδρομής

$z_r^{k,k_i}$  ορίζεται ως:

$$\bar{D}_{k,k_i}(z_r^{k,k_i}) = \bar{D}_{k,k_{i-1}}(z_\rho^{k,k_{i-1}}) + x_{k_{i-1}k_i} c_{k_{i-1}k_i} + x_{k_{i-1}b_{k_i}k} (c_{k_{i-1}b_{k_i}k} + c_{b_{k_i}k_i}) + x_{k_{i-1}0_{k_i}k} (c_{k_{i-1}0_{k_i}k} + c_{0_{k_i}k_i}) \quad (5.32)$$

Όπου  $x_{k_{i-1}k_i} = 1$ , αν το όχημα επισκεφτεί τον επόμενο πελάτη  $k_i$  απευθείας ( $x_{k_{i-1}k_i} = 0$  σε διαφορετική περίπτωση),  $x_{k_{i-1}0_{k_i}k} = 1$  αν το όχημα επισκεφτεί τον επόμενο πελάτη  $k_i$  μέσω αποθήκης ( $x_{k_{i-1}0_{k_i}k} = 0$  σε διαφορετική περίπτωση) και  $x_{k_{i-1}b_{k_i}k} = 1$  αν το όχημα επισκεφτεί τον επόμενο πελάτη  $k_i$  μέσω ακινητοποιημένου οχήματος ( $x_{k_{i-1}b_{k_i}k} = 0$  σε διαφορετική περίπτωση).

ii. Το διαθέσιμο φορτίο  $\bar{h}_{k,k_i}(z_r^{k,k_i})$  στο ακινητοποιημένο όχημα αμέσως μετά τον κόμβο  $k_i$  υπολογίζεται με βάση τις επισκέψεις στα σημεία ανεφοδιασμού και την ζήτηση των πελατών της αλληλουχίας. Θεωρείστε τη διαδρομή  $z_r^{k,k_i}$  που προέρχεται από την διαδρομή  $z_\rho^{k,k_{i-1}}, z_\rho^{k,k_{i-1}} \in Z_{k,k_{i-1}}$ . Έστω ότι  $k_j$  είναι ο αμέσως προηγούμενος πελάτης από την τελευταία επίσκεψη σε σημείο ανεφοδιασμού πριν την εξυπηρέτηση του  $k_i$ . Το διαθέσιμο φορτίο  $\bar{h}_{k,k_i}(z_r^{k,k_i})$  υπολογίζεται από ως εξής:

$$\bar{h}_{k,k_i}(z_r^{k,k_i}) = \begin{cases} \bar{h}_{k,k_{i-1}}(z_\rho^{k,k_{i-1}}) - \min\{\bar{h}_{k,k_{i-1}}(z_\rho^{k,k_{i-1}}), C_k - \bar{Q}_{k,k_{i-1}}(z_\rho^{k,k_{i-1}})\} & , y_{b_{k_{i-1}}} = 1 & (5.33.a) \\ \bar{h}_{k,k_{i-1}}(z_\rho^{k,k_{i-1}}) & , y_{0_{k_{i-1}}} + y_{b_{k_{i-1}}} = 0 & (5.33.b) \\ \min\{\bar{h}_{k,k_j}(z_\rho^{k,k_j}), \bar{h}_{k,k_{i-1}}(z_\rho^{k,k_{i-1}}) + \bar{Q}_{k,k_{i-1}}(z_\rho^{k,k_{i-1}})\} & , y_{b_{k_j}} \times y_{0_{k_{i-1}}} \times \left(1 - \min\left\{1, \sum_{m=k_j+1}^{k_{i-2}} (y_{0_m} + y_{b_m})\right\}\right) = 1 & (5.33.c) \\ \bar{h}_{k,k_{i-1}}(z_\rho^{k,k_{i-1}}) & , y_{0_{k_j}} \times y_{0_{k_{i-1}}} \times \left(1 - \min\left\{1, \sum_{m=k_j+1}^{k_{i-2}} (y_{0_m} + y_{b_m})\right\}\right) = 1 & (5.33.d) \end{cases}$$

Το φορτίο  $\bar{h}_{k,k_i}(z_r^{k,k_i})$  υπολογίζεται από την Εξίσωση (5.33.a) στην περίπτωση που το όχημα μεταβεί από τον πελάτη  $k_{i-1}$  στον πελάτη  $k_i$  μέσω του ακινητοποιημένου οχήματος. Επισημαίνεται ότι, καθότι στο στάδιο αυτό της αλληλουχίας η ποσότητα που θα απαιτηθεί μέχρι την επόμενη επίσκεψη σε σημείο ανεφοδιασμού δεν είναι γνωστή, στην περίπτωση αυτή μεταφορτώνεται η μέγιστη δυνατή ποσότητα από το ακινητοποιημένο όχημα. Στην περίπτωση που το όχημα μεταβεί απευθείας στον πελάτη  $k_i$  από τον πελάτη  $k_{i-1}$ , το φορτίο παραμένει αμετάβλητο βάση της Εξίσωσης (5.33.b). Τέλος, στην περίπτωση που το όχημα μεταβεί στο πελάτη  $k_i$  από τον πελάτη  $k_{i-1}$  μέσω αποθήκης εξετάζονται δύο περιπτώσεις:

- a. Η προηγούμενη επίσκεψη σε σημείο ανεφοδιασμού (μετά τον πελάτη  $k_j$ ) ήταν στο ακινητοποιημένο όχημα (βλ. συνθήκη στα δεξιά της Εξ. 5.33.c), οπότε και το διαθέσιμο φορτίο  $\bar{h}_{k,k_i}(z_r^{k,k_i})$

- υπολογίζεται βάση της Εξίσωσης (5.33.c). Η εξίσωση αυτή αναφέρει ότι, αν αμέσως προ της επίσκεψης στην αποθήκη το φορτίο επί του οχήματος είναι θετικό, τότε επιστρέφεται συγκεκριμένη ποσότητα στο ακινητοποιημένο όχημα, καθώς βάση της Εξίσωσης (5.33.a) είχε παραληφθεί η μέγιστη και όχι η αναγκαία για την εξυπηρέτηση των πελατών ποσότητα, μέχρι την επόμενη επίσκεψη στην αποθήκη. Για την ποσότητα που επιστρέφεται υπολογίζεται: (α) το φορτίο του οχήματος αμέσως προ της επίσκεψης στην αποθήκη, και (β) η ποσότητα  $\bar{h}_{k,k_j}(z_{\rho}^{k,k_j})$ , που είχε το ακινητοποιημένο όχημα στην τελευταία επίσκεψη του οχήματος  $k$  σε αυτό και τελικά επιλέγεται η ελάχιστη μεταξύ των (α) και (β) τιμή. Μια διαφορετική διατύπωση της (5.33.c) είναι ότι το ενεργό όχημα ανεφοδιάζεται από το ακινητοποιημένο όχημα πάντοτε με την ποσότητα που απαιτείται για την εξυπηρέτηση των πελατών αυτού του τμήματος της διαδρομής (μεταξύ δύο σημείων ανεφοδιασμού). Παραλαβή μεγαλύτερης ποσότητας είναι περιττή ενώ παραλαβή λιγότερης ποσότητας απαιτεί περισσότερες ενδιάμεσες επισκέψεις στο ακινητοποιημένο όχημα και άρα μεγαλύτερο κόστος
- b. Η προηγούμενη επίσκεψη σε σημείο ανεφοδιασμού ήταν και πάλι στην αποθήκη (βλ. συνθήκη στα δεξιά της Εξ. 5.33.d), οπότε και το διαθέσιμο φορτίο του ακινητοποιημένου οχήματος δεν μεταβάλλεται [Εξίσωση (5.33.d)].
- iii. Το φορτίο σε προϊόν επί του οχήματος  $k$  αμέσως μετά τον κόμβο  $k_i$ ,  $\bar{Q}_{k,k_i}(z_r^{k,k_i})$  υπολογίζεται με βάση την διαδρομή  $z_{\rho}^{k,k_{i-1}}$  έως τον κόμβο  $k_{i-1}$  και ανάλογα με τον τρόπο μετάβασης στον πελάτη  $k_i$  από τον πελάτη  $k_{i-1}$ :

$$\bar{Q}_{k,k_i}(z_r^{k,k_i}) = \begin{cases} \bar{Q}_{k,k_{i-1}}(z_\rho^{k,k_{i-1}}) + \min\{\bar{h}_{k,k_{i-1}}(z_\rho^{k,k_{i-1}}), C_k - \bar{Q}_{k,k_{i-1}}(z_\rho^{k,k_{i-1}})\} - d_{k_i} & , y_{b_{k_{i-1}}} = 1 & (5.34.a) \\ \bar{Q}_{k,k_{i-1}}(z_\rho^{k,k_{i-1}}) - d_{k_i} & , y_{0_{k_{i-1}}} + y_{b_{k_{i-1}}} = 0 & (5.34.b) \\ C_k - d_{k_i} & , y_{0_{k_{i-1}}} = 1 & (5.34.c) \end{cases}$$

Στην περίπτωση που το όχημα μεταβεί στον πελάτη  $k_i$  από τον πελάτη  $k_{i-1}$  μέσω του ακινητοποιημένου οχήματος, το φορτίο επί του οχήματος  $\bar{Q}_{k,k_i}(z_r^{k,k_i})$  μετά τον πελάτη  $k_i$  υπολογίζεται από την Εξίσωση (5.34.a). Στην περίπτωση αυτή λαμβάνεται η μέγιστη δυνατή ποσότητα από το ακινητοποιημένο όχημα. Στην περίπτωση που το όχημα μεταβεί στον πελάτη  $k_i$  απευθείας από τον πελάτη  $k_{i-1}$ , το φορτίο υπολογίζεται από την Εξίσωση (5.34.b). Τέλος, το φορτίο υπολογίζεται από την Εξίσωση (5.34.c) στην περίπτωση που το όχημα μεταβεί στον πελάτη  $k_i$  από τον πελάτη  $k_{i-1}$  μέσω αποθήκης. Και στις τρεις περιπτώσεις αφαιρείται η ποσότητα ζήτησης  $d_{k_i}$  του πελάτη  $k_i$ .

Στο τέλος του βήματος 4 έχουν επεκταθεί πλήρως όλες οι διαδρομές που κατέληγαν στον πελάτη  $k_{i-1}$  με διαδρομές που καταλήγουν στον επόμενο πελάτη  $k_i$  οπότε και διαγράφεται το σύνολο διαδρομών  $Z_{k,k_{i-1}}$ .

**Βήμα 5:** [Απόρριψη Διαδρομών] Αν κάποια από τις νέες διαδρομές είναι ανέφικτη, λόγω των Περιορισμών (5.11) έως (5.17), αυτή απορρίπτεται. Στις εναπομείνουσες εφικτές διαδρομές εφαρμόζεται ένα δεύτερο φίλτρο απόρριψης, μέσω του οποίου απορρίπτονται εκείνες οι διαδρομές του συνόλου  $Z_{k,k_i}$  των οποίων οι επεκτάσεις θα οδηγήσουν με βεβαιότητα σε λύσεις αυξημένου κόστους. Συγκεκριμένα, θεωρείστε τις δύο διαδρομές  $z_a^{k,k_i}, z_b^{k,k_i} \in Z_{k,k_i}$  που καταλήγουν στον κόμβο  $k_i$ . Εάν, με βάση τα κριτήρια που παρατίθενται κατωτέρω, αποδειχτεί ότι η μία εκ των δύο (έστω η  $z_a^{k,k_i}$ ) οδηγεί, σε κάθε περίπτωση μελλοντικής επέκτασης, σε λύσεις υψηλότερου (ή ίσου) κόστους, τότε η διαδρομή αυτή ( $z_a^{k,k_i}$ ) απορρίπτεται. Για την απόρριψη της διαδρομής  $z_a^{k,k_i}$

αρχικά απαιτείται ο υπολογισμός του μέγιστου δυνατού φορτίου στο ακινητοποιημένο όχημα μετά τον πελάτη  $k_i$  στην περίπτωση που το ενεργό όχημα έφτασε στον πελάτη  $k_i$  ακολουθώντας την διαδρομή  $z_a^{k,k_i}$ . Ονομάζουμε την μεταβλητή αυτή  $\bar{H}_{k,k_i}(z_a^{k,k_i})$  και υπολογίζεται θεωρώντας ότι αμέσως μετά τον πελάτη  $k_i$  θα υπάρξει επίσκεψη στην αποθήκη. Για την περίπτωση αυτή υπολογίζεται η ελάχιστη ποσότητα που θα έπρεπε να (μετα)φορτωθεί από το ακινητοποιημένο στο ενεργό όχημα για την εξυπηρέτηση της ζήτησης των πελατών που εξυπηρετούνται μεταξύ της τελευταίας επίσκεψης σε σημείο ανεφοδιασμού και της (υποτιθέμενης) επίσκεψης στην αποθήκη:

$$\bar{H}_{k,k_i}(z_a^{k,k_i}) = \begin{cases} \min\{\bar{h}_{k,k_j}(z_a^{k,k_j}), \bar{h}_{k,k_i}(z_a^{k,k_i}) + \bar{Q}_{k,k_i}(z_a^{k,k_i})\} \cdot y_{b_{k_j}} \times \left(1 - \min\left\{1, \sum_{m=k_{j+1}}^{k_i-1} (y_{0_m} + y_{b_m})\right\}\right) = 1 & (5.35.a) \\ \bar{h}_{k,k_i}(z_a^{k,k_i}) \cdot y_{0_{k_j}} \times \left(1 - \min\left\{1, \sum_{m=k_{j+1}}^{k_i-1} (y_{0_m} + y_{b_m})\right\}\right) = 1 & (5.35.b) \end{cases}$$

όπου ο  $k_j$  είναι ο αμέσως προηγούμενος πελάτης από την τελευταία επίσκεψη σε σημείο ανεφοδιασμού πριν την εξυπηρέτηση του  $k_i$ . Η παραπάνω Εξίσωση αναφέρει ότι για τον υπολογισμό του μέγιστου διαθέσιμου φορτίου στο ακινητοποιημένο όχημα  $\bar{H}_{k,k_i}(z_a^{k,k_i})$  μετά τον πελάτη  $k_i$  εξετάζονται δύο περιπτώσεις: (α) Η προηγούμενη επίσκεψη σε σημείο ανεφοδιασμού ήταν στο ακινητοποιημένο όχημα οπότε και το διαθέσιμο φορτίο  $\bar{H}_{k,k_i}(z_a^{k,k_i})$  υπολογίζεται βάση της Εξίσωσης (5.35.a) (αν μετά τον πελάτη  $k_i$  το φορτίο επί του οχήματος είναι θετικό, τότε αυτό επιστρέφεται πίσω στο ακινητοποιημένο καθώς βάση της Εξίσωσης (5.33.a) είχε παραληφθεί η μέγιστη και όχι η αναγκαία για την εξυπηρέτηση των πελατών ποσότητα μέχρι και την εξυπηρέτηση του πελάτη  $k_i$ ). (β) Η προηγούμενη επίσκεψη σε σημείο ανεφοδιασμού ήταν στην αποθήκη οπότε και το διαθέσιμο φορτίο του ακινητοποιημένου οχήματος δεν μεταβάλλεται [Εξίσωση (5.35.b)].

Στη συνέχεια εφαρμόζονται τα κριτήρια απόρριψης διαδρομών. Για την απόρριψη της διαδρομής  $z_a^{k,k_i}$  αρχικά απαιτείται η ταυτόχρονη ισχύς των παρακάτω τριών ανισοτήτων:

$$\text{i. } \bar{Q}_{k,k_i}(z_a^{k,k_i}) \leq \bar{Q}_{k,k_i}(z_b^{k,k_i}) \quad (5.36)$$

$$\text{ii. } \bar{H}_{k,k_i}(z_a^{k,k_i}) \leq \bar{H}_{k,k_i}(z_b^{k,k_i}) \quad (5.37)$$

$$\text{iii. } \bar{D}_{k,k_i}(z_a^{k,k_i}) \geq \bar{D}_{k,k_i}(z_b^{k,k_i}) \quad (5.38)$$

όπου  $\bar{Q}_{k,k_i}(z_a^{k,k_i})$  είναι το φορτίο του ενεργού οχήματος μετά τον πελάτη  $k_i$  στην περίπτωση που το όχημα έφτασε στον πελάτη  $k_i$  ακολουθώντας την διαδρομή  $z_a^{k,k_i}$ ,  $\bar{D}_{k,k_i}(z_a^{k,k_i})$  είναι το κόστος της διαδρομής  $z_a^{k,k_i}$  από την αρχική θέση  $\mu_k$  του οχήματος  $k$  και μέχρι τον πελάτη  $k_i$  συμπεριλαμβανομένου των επισκέψεων στο ακινητοποιημένο όχημα ή στην αποθήκη και  $\bar{H}_{k,k_i}(z_a^{k,k_i})$  η ποσότητα που ορίστηκε παραπάνω.

Αν ισχύει η Ανισότητα (5.36), τότε όλες οι επεκτάσεις της διαδρομής  $z_a^{k,k_i}$  θα χρειαστούν το αυτό ή μεγαλύτερο πλήθος επισκέψεων στην αποθήκη ή στο ακινητοποιημένο όχημα για να εξυπηρετηθούν οι υπόλοιποι πελάτες μέχρι το τέλος τις αλληλουχίας  $\lambda_k$ . Αν ισχύει η Ανισότητα (5.37), τότε για όλες τις επεκτάσεις της διαδρομής  $z_a^{k,k_i}$  θα υπάρχει η ίδια ή λιγότερη διαθέσιμη ποσότητα στο ακινητοποιημένο όχημα, οπότε απαιτείται ίδιο ή μεγαλύτερο πλήθος επισκέψεων στην αποθήκη για την εξυπηρέτηση των υπολοίπων πελατών μέχρι το τέλος τις αλληλουχίας  $\lambda_k$ .

Αν ισχύουν ταυτόχρονα οι Ανισότητες (5.36) και (5.37), οιαδήποτε επέκταση της διαδρομής  $z_a^{k,k_i}$  μέχρι το τέλος του δρομολογίου θα έχει το ίδιο ή μεγαλύτερο κόστος από οιαδήποτε επέκταση της διαδρομής  $z_b^{k,k_i}$ . Αν επιπλέον ισχύει και η Ανισότητα (5.38) (το κόστος της διαδρομής  $z_a^{k,k_i}$  είναι μεγαλύτερο από αυτό της

$z_b^{k,k_i}$  μέχρι τον κόμβο  $k_i$ ) τότε συνολικά το κόστος της διαδρομής  $z_a^{k,k_i}$ , θα είναι μεγαλύτερο από το κόστος της διαδρομής  $z_b^{k,k_i}$ . Συνεπώς οι επεκτάσεις της διαδρομής  $z_a^{k,k_i}$  δεν εξετάζονται μετά από τον κόμβο  $k_i$ .

Βήμα 6: Επανάλαβε τα βήματα 2, 3, 4 και 5 για κάθε πελάτη της αλληλουχίας και μέχρι να δημιουργηθεί το σύνολο διαδρομών  $Z_{k,k_{n_k}}$

Βήμα 7: Όταν δημιουργηθεί το σύνολο  $Z_{k,k_{n_k}}$  το ελάχιστο κόστος για την αλληλουχία  $\lambda_k$

$$\text{θα είναι } \min TC_{\lambda_k} = \min_{z_r^{k,k_i} \in Z_{k,k_{n_k}}} \bar{D}_{k,k_i}(z_r^{k,k_{n_k}}).$$

Ο αλγόριθμος συνοψίζεται στο Σχήμα 5.5.

Για γνωστό δρομολόγιο πελατών με γνωστή αλληλουχία, ζητήσεις πελατών, αρχικό φορτίο και χωρητικότητα οχήματος:

1. Ξεκίνησε από την αρχική θέση  $\mu_k = k_0, i = 0$
2. Αύξησε τον δείκτη  $i$  κατά μία μονάδα
3. Επέκτεινε το σύνολο διαδρομών  $z_\rho^{k,k_{i-1}} \in Z_{k,k_{i-1}}$
4. Υπολόγισε τα  $\bar{D}_{k,k_i}(z_r^{k,k_i}), \bar{h}_{k,k_i}(z_r^{k,k_i})$  και  $\bar{Q}_{k,k_i}(z_r^{k,k_i})$  για κάθε μία εκ των τριών πιθανών επεκτάσεων της  $z_\rho^{k,k_{i-1}} \in Z_{k,k_{i-1}}$ . Δημιουργία του συνόλου  $z_r^{k,k_i} \in Z_{k,k_i}$
5. Απέρριψε τις διαδρομές  $z_r^{k,k_i} \in Z_{k,k_i}$  για τις οποίες ισχύουν τα κριτήρια απόρριψης
6. Επανάλαβε τα βήματα 2,3,4 και 5 έως  $i = n_k$
7. Επέλεξε την διαδρομή  $z_r^{k,k_{n_k}} \in Z_{k,k_{n_k}}$  με το μικρότερο  $\bar{D}_{k,k_{n_k}}(z_r^{k,k_{n_k}})$  και υπολόγισε το ελάχιστο κόστος  $\min TC_{\lambda_k} = \min_{z_r^{k,k_{n_k}} \in Z_{k,k_{n_k}}} \bar{D}_{k,k_{n_k}}(z_r^{k,k_{n_k}})$
8. Τέλος Αλγορίθμου

Σχήμα 5.6 Σύνοψη των βημάτων του αλγορίθμου labeling σε φυσική γλώσσα

Κατόπιν της εύρεσης του ελάχιστου  $TC_{\lambda_k}$ , το διαφορικό κόστος εισαγωγής του κόμβου  $m$  μεταξύ των κόμβων  $i, j$  στο δρομολόγιο του οχήματος  $k$  υπολογίζεται από την Εξίσωση (5.31).

### Σύγκριση Μεθόδων Επίλυσης

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, η αποτελεσματικότητα του ΣΑ (συνολικό σωρευμένο κέρδος των οχημάτων) εξαρτάται από το πλήθος των λύσεων που δημιουργούνται στο Βήμα 1 εντός συγκεκριμένου ορίου του υπολογιστικού χρόνου. Ο υπολογιστικός χρόνος για την δημιουργία μιας λύσης εξαρτάται εν πολλοίς από τον χρόνο επίλυσης του υποπροβλήματος, καθότι το υποπρόβλημα αυτό έχει υψηλή πολυπλοκότητα και επιλύεται πολλαπλές φορές (βλ. Σχήμα 4.9, Κεφ 4). Συνεπώς ο χρόνος επίλυσης του υποπροβλήματος είναι καθοριστικής σημασίας για την ποιότητα της λύσης του ΣΑ, εντός ορισμένου ορίου υπολογιστικού χρόνου.

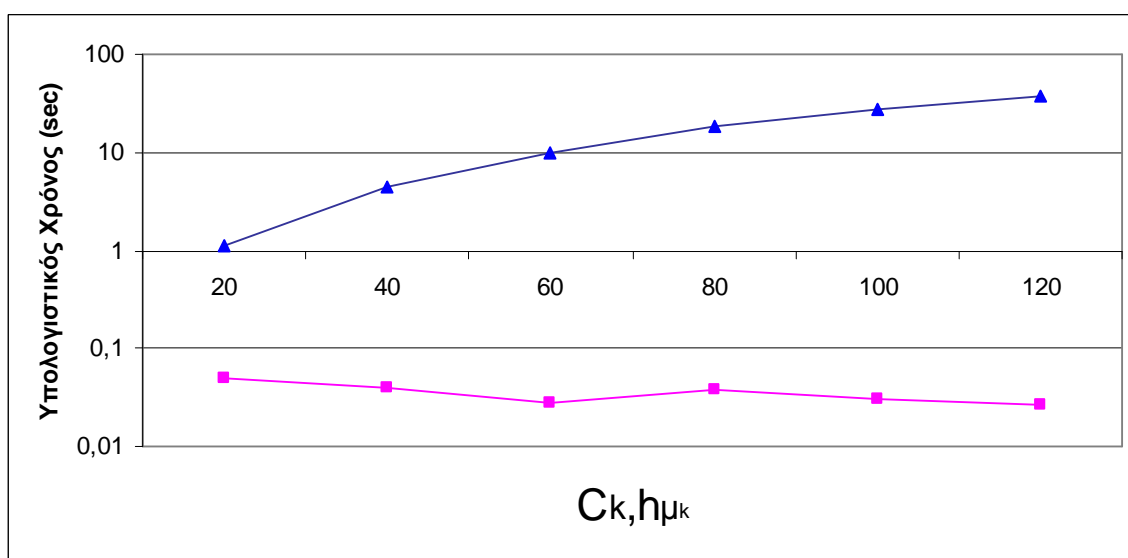
Στην παρούσα Ενότητα συγκρίνεται ο υπολογιστικός χρόνος των δύο αλγορίθμων επίλυσης του υποπροβλήματος (δυναμικός προγραμματισμός και αλγόριθμος labeling). Τα Αποτελέσματα της σύγκρισης αυτής χρησιμοποιήθηκαν για την επιλογή του τελικού αλγορίθμου επίλυσης του υποπροβλήματος που χρησιμοποιήθηκε στο Βήμα 1 του ΣΑ. Για τις ανάγκες της σύγκρισης έγιναν δύο δοκιμές με την ίδια ακολουθία  $\lambda_k$  που αριθμεί 30 πελάτες. Οι συντεταγμένες των πελατών, του ακινητοποιημένου οχήματος και της αποθήκης ορίζονται με τυχαίο τρόπο και περιορίζονται σε τετράγωνο πλευράς 25 μονάδων (κόστους). Η ανάλυση αυτή υποδεικνύει ότι ο υπολογιστικός χρόνος επίλυσης του υποπροβλήματος για τις δύο μεθόδους εξαρτάται από τις τιμές των  $C_k, h_{k,\mu_k}$  για την ίδια τοπολογία και αριθμό πελατών. Η ανάλυση το πώς οι δύο αυτές παράμετροι επηρεάζουν την πολυπλοκότητα του αλγορίθμου ακολουθεί παρακάτω. Οι τιμές των  $C_k, h_{k,\mu_k}$  για κάθε δοκιμή μεταβάλλονται ως εξής:

- i. Στην 1<sup>η</sup> δοκιμή, κάθε πελάτης της ακολουθίας έχει ζήτηση ίση με 7 μονάδες ενώ η χωρητικότητα του οχήματος  $C_k$  και το αρχικό φορτίο του ακινητοποιημένου οχήματος  $h_{k,\mu_k}$  ξεκινούν από 20 μονάδες και αυξάνονται βάση των τιμών του Πίνακα 5.1 (1<sup>η</sup> στήλη).
- ii. Στη 2<sup>η</sup> δοκιμή κάθε πελάτης της ακολουθίας έχει ζήτηση ίση με 1 μονάδα ενώ η χωρητικότητα του οχήματος  $C_k$  και του αρχικό φορτίο του ακινητοποιημένου οχήματος  $h_{k,\mu_k}$  ξεκινούν από 2 μονάδες και αυξάνονται βάση των τιμών του Πίνακα 5.2 (1<sup>η</sup> στήλη).

Επισημαίνεται ότι και οι δύο αλγόριθμοι παράγουν την βέλτιστη λύση στο υποπρόβλημα. Οι χρόνοι απόκρισης για τα δύο πειράματα παρουσιάζονται στους Πίνακες 5.1 και 5.2 και στα Σχήματα 5.7 και 5.8. Η διαφορά έγκειται στους χρόνους επίλυσης που εξαρτώνται από την αλγοριθμική προσέγγιση.

**Πίνακας 5.1 Συγκριτικά Αποτελέσματα υπολογιστικού χρόνου των δύο αλγορίθμων επίλυσης του υποπροβλήματος: Παράδειγμα 1**

$(C_k = h_{k,\mu_k})$	Labeling (sec)	Dynamic (sec)	Dynamic / Labeling
20	0,050	1,10	21
40	0,04	4,40	112
60	0,03	9,82	355
80	0,04	18,04	482
100	0,03	27,73	924
120	0,03	37,15	1412

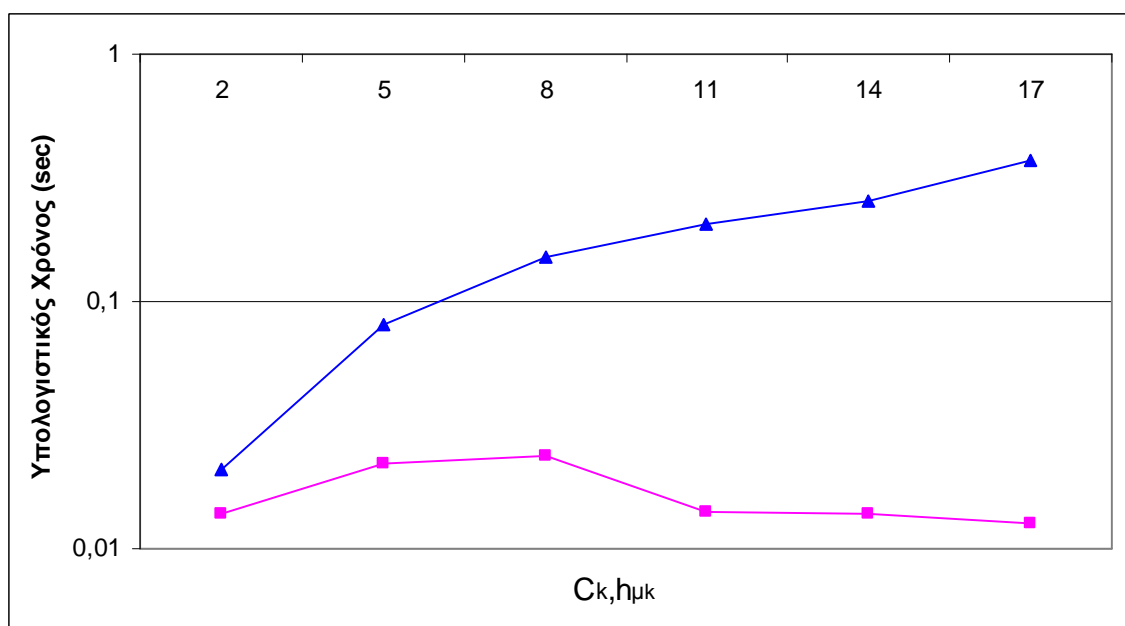


**Σχήμα 5.7 Συγκριτικά Αποτελέσματα υπολογιστικού χρόνου των δύο αλγορίθμων επίλυσης του υποπροβλήματος – Παράδειγμα 1 (η «μπλέ» γραμμή αντιστοιχεί στον χρόνο επίλυσης του δυναμικού αλγορίθμου)**

Ο Πίνακας 5.1 και το σχετικό Σχήμα 5.6 υποδεικνύουν ότι στην 1<sup>η</sup> δοκιμή, ακόμα και για την ελάχιστη τιμή των  $C_k = h_{k,\mu_k} = 20$ , ο αλγόριθμος labeling είναι περίπου 20 φορές ταχύτερος από τον δυναμικό αλγόριθμο, ενώ για  $C_k = h_{k,\mu_k} = 120$ , ο αλγόριθμος labeling είναι περίπου 1400 φορές ταχύτερος.

**Πίνακας 5.2 Συγκριτικά Αποτελέσματα υπολογιστικού χρόνου των δύο αλγορίθμων επίλυσης του υποπροβλήματος: Παράδειγμα 2**

$(C_k = h_{k,\mu_k})$	Labeling (sec)	Dynamic (sec)	Dynamic / Labeling
2	0,0137	0,0210	1,5
5	0,0219	0,0805	3,7
8	0,0237	0,1519	6,4
11	0,014	0,2066	14,7
14	0,0138	0,2567	18,6
17	0,0127	0,3707	29,2



**Σχήμα 5.8 Συγκριτικά Αποτελέσματα υπολογιστικού χρόνου των δύο αλγορίθμων επίλυσης του υποπροβλήματος – Παράδειγμα 2 (η «μπλέ» γραμμή αντιστοιχεί στον χρόνο επίλυσης του δυναμικού αλγορίθμου)**

Στο παράδειγμα 2, ο υπολογιστικός χρόνος των αλγορίθμων –σχεδόν- συμπίπτει για την μικρότερη τιμή των  $C_k = h_{k,\mu_k} = 2$ . Ωστόσο, για μεγαλύτερες τιμές, η χρονική υπεροχή του αλγορίθμου labeling είναι σαφής.

Η λόγος της σημαντικής υστέρησης του δυναμικού αλγόριθμου σε μεγάλες τιμές των  $C_k$  και  $h_{k,\mu_k}$ , όπως στα Αποτελέσματα του Παραδείγματος 1 έναντι του Παραδείγματος 2, είναι ότι για την εύρεση της οικονομικότερης διαδρομής, ο δυναμικός αλγόριθμος υπολογίζει για κάθε πελάτη  $k_i$  της ακολουθίας το σύνολο των τιμών της μεταβλητής  $D_{k,k_i}(Q_{k,k_i}, h_{k,k_i})$  για

κάθε πιθανή τιμή του διαστήματος των μεταβλητών  $Q_{k,k_i}$  και  $h_{k,k_i}$ . Συνεπώς αν οι  $Q_{k,k_i}$  και  $h_{k,k_i}$  μεταβάλλονται σε ευρύ διάστημα (όπως πχ στο Παράδειγμα 1), τότε το πλήθος των τιμών που υπολογίζονται για κάθε βήμα του δυναμικού αλγορίθμου είναι μεγάλο (το γινόμενο των δύο μεταβλητών). Στην περίπτωση αυτή, για το σύνολο των υπολογισμών, απαιτείται σημαντικός υπολογιστικός χρόνος που επηρεάζει άμεσα τον χρόνο επίλυσης του κυρίου προβλήματος.

Τα Αποτελέσματα και των δύο πειραματικών διατάξεων επιβεβαιώνουν ότι ο αλγόριθμος labeling είναι καταλληλότερος από τον δυναμικό αλγόριθμο για την επίλυση του υποπροβλήματος εύρεσης των σημείων ανεφοδιασμού στο πρόβλημα του ΠΑΚΟ-ΚΠ.

#### 5.2.4. Προτεινόμενος Γενετικός Αλγόριθμος (ΓΑ)

Τα βασικά βήματα του προτεινόμενου ΓΑ για το ΠΑΚΟ-ΚΠ είναι παρόμοια με αυτά του ΠΑΚΟ όπως αναλύθηκαν στο Κεφάλαιο 4.

Αρχικά δημιουργείται πληθυσμός λύσεων  $\Pi$  μεγέθους  $\lambda$ . Για την δημιουργία κάθε λύσης, οι κόμβοι ανατίθενται σε οχήματα με τυχαία επιλογή. Στη συνέχεια, εφαρμόζεται ο *τελεστής διασταύρωσης*, όπου επιλέγονται τυχαία δύο γονείς για την δημιουργία ενός απόγονου και η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι να δημιουργηθεί πληθυσμός απογόνων μεγέθους  $\mu$ . Στον πληθυσμό αυτό εκτελούνται τέσσερις διαφορετικοί *υπο-τελεστές μετάλλαξης*: *Αφαίρεση κόμβου*, *Πρόσθεση κόμβου*, *Αντικατάσταση κόμβου* και *Ανταλλαγή κόμβου*. Μετά από την εφαρμογή των τελεστών διασταύρωσης και μετάλλαξης ελέγχονται οι περιορισμοί χωρητικότητας και παράδοσης φορτίου για όλα τα δρομολόγια των οχημάτων. Σε περίπτωση που απαιτείται –βάση περιορισμών- επιλύεται το παραπάνω υποπρόβλημα της εισαγωγής κατάλληλων επισκέψεων στα σημεία (μετα)φόρτωσης (ακινητοποιημένο όχημα και αποθήκη).

Ο πληθυσμός των εφικτών απογόνων προστίθεται στον αρχικό πληθυσμό οπότε προκύπτει πληθυσμός μεγέθους  $\lambda + \mu$  από τον οποίο επιλέγονται οι καλύτερες  $\lambda$  λύσεις διατηρώντας σταθερό τον πληθυσμό της γενεάς λύσεων. Ο ΓΑ τερματίζει όταν η καλύτερη –μέχρι στιγμής- λύση δεν βελτιωθεί για 500 επαναλήψεις του ΓΑ.

Τα βήματα του ΓΑ για την επίλυση του ΠΑΚΟ-ΚΠ παρουσιάζουν τις εξής διαφορές σε σχέση με αυτά του ΠΑΚΟ:

- i. Στο ΠΑΚΟ η αναπαράσταση της συμβολοσειράς της λύσης δεν περιλαμβάνει τις ενδιάμεσες επισκέψεις στην αποθήκη ('-100'). Για παράδειγμα, στο ΠΑΚΟ-ΚΠ μια πιθανή συμβολοσειρά λύσης είναι η:

$$\{-7\ 3\ 2\ 4\ 5\ 0\ 23\ 21\ 22\ 26\ -107\ 999\ -13\ 10\ 7\ -100\ 8\ 9\ 0\ 20\ 24\ 25\ -113\}$$

Η παραπάνω λύση περιγράφει τα δρομολόγια δύο οχημάτων. Το πρώτο όχημα με κωδικό αριθμό '-7' επισκέπτεται τους πελάτες με κωδικό αριθμό '3', '2', '4', '5', στη συνέχεια επισκέπτεται το ακινητοποιημένο όχημα (κωδικός αριθμός '0') και έπειτα τους πελάτες με κωδικό αριθμό '23', '22', '21', '26' πριν καταλήξει στην αποθήκη ('-107'). Το δεύτερο όχημα με κωδικό αριθμό '13' επισκέπτεται τους πελάτες με κωδικό αριθμό '10', '7', στη συνέχεια επισκέπτεται την αποθήκη για ανεφοδιασμό (κωδικός αριθμός '-100'), έπειτα τους πελάτες με κωδικό αριθμό '8' και '9', στη συνέχεια επισκέπτεται το ακινητοποιημένο όχημα (κωδικός αριθμός '0') και τέλος τους πελάτες με κωδικούς αριθμούς '20', '24' και '25' πριν τερματίσει το δρομολόγιό του στην αποθήκη (-113).

- ii. Στο ΠΑΚΟ ο τελεστής διασταύρωσης εφαρμόζεται μεταξύ 2 διαφορετικών λύσεων αλλά πάντα σε δρομολόγια του ίδιου οχήματος [λόγω του Περιορισμού (4.11)]. Στο ΠΑΚΟ-ΚΠ, ο τελεστής διασταύρωσης εφαρμόζεται και μεταξύ δρομολογίων διαφορετικών οχημάτων.
- iii. Στο ΠΑΚΟ ο τελεστής πρόσθεσης κόμβου αναζητά κόμβο που ανήκει στο σύνολο πελατών του επιλεγμένου πελάτη ή στο σύνολο πελατών του ακινητοποιημένου οχήματος [λόγω του Περιορισμού (4.11), Κεφ. 4]. Στο ΠΑΚΟ-ΚΠ μπορεί να προστεθεί οιοσδήποτε πελάτης στο υπάρχον δρομολόγιο.
- iv. Στο ΠΑΚΟ ο τελεστής αντικατάστασης κόμβου [λόγω του Περιορισμού (4.11), Κεφ. 4] αναζητά κόμβο που ανήκει στο σύνολο πελατών του επιλεγμένου -προς αντικατάσταση- πελάτη ή/και στο σύνολο πελατών του ακινητοποιημένου οχήματος. Στο ΠΑΚΟ-ΚΠ δεν υπάρχουν διακριτά σύνολα πελατών οπότε και ο επιλεγμένος πελάτης δύναται να αντικατασταθεί με οιονδήποτε πελάτη εκτός δρομολογίου.

- v. Στο ΠΑΚΟ ο τελεστής ανταλλαγής κόμβου αναζητά πελάτες που ανήκουν στο σύνολο πελατών του ακινητοποιημένου οχήματος [λόγω του Περιορισμού (4.11), Κεφ. 4]. Στο ΠΑΚΟ-ΚΠ δυο πελάτες του δρομολογίου δύναται να αλλάξουν θέση μεταξύ τους χωρίς περιορισμό.

### **Κατάλληλη Εισαγωγή Επισκέψεων στο Ακινητοποιημένο Όχημα και στην Κεντρική Αποθήκη για (Μετα)φόρτωση Αγαθών**

Οι λύσεις που προκύπτουν έπειτα από την εφαρμογή του τελεστή διασταύρωσης και μετάλλαξης κατά την διάρκεια των επαναλήψεων του ΓΑ είναι πιθανόν να μην είναι εφικτές λόγω του περιορισμού χωρητικότητας και των περιορισμών φορτίου κάθε οχήματος σε σχέση με την ζήτηση των πελατών του δρομολογίου του, Εξ. (5.11-5.16). Για το λόγο αυτό επιλύεται το υποπρόβλημα εισαγωγής των σημείων (μετα)φόρτωσης στο δρομολόγιο (βλ ανωτέρω) με αλγόριθμο labeling. Αν η λύση που προκύπτει εξακολουθεί να είναι μη εφικτή λόγω χρόνου, τότε απορρίπτεται και η όλη διαδικασία επαναλαμβάνεται Ψ φορές μέχρι η λύση να είναι εφικτή. Αν και μετά τις Ψ επαναλήψεις δεν προκύπτει εφικτός απόγονος, τότε ο αρχικός γονέας επιλέγεται αυτούσιος στην επόμενη εξελικτική γενιά. Με τον τρόπο αυτό εξασφαλίζεται ότι θα διατηρηθεί σταθερός ο αριθμός των  $\mu$  απογόνων.

## **5.3. ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΠΑΚΟ-ΚΠ**

Καθώς το ΠΑΚΟ-ΚΠ, όπως εξάλλου και το ΠΑΚΟ, είναι νέο πρόβλημα στην βιβλιογραφία, δεν είναι δυνατό να αξιολογηθεί η αποτελεσματικότητα των προτεινόμενων αλγορίθμων (ΓΑ και του Ευρετικού ΣΑ) χρησιμοποιώντας υφιστάμενα πειραματικά δεδομένα σε πρότυπα προβλήματα. Συνεπώς, για την αξιολόγηση του ΣΑ στο Πρόβλημα ΑΚΟ-ΚΠ:

- i. Δημιουργούνται νέα Πρότυπα Προβλήματα ΑΚΟ-ΚΠ (βλ. Ενότητα 5.3.1). Τα Πρότυπα Προβλήματα προκύπτουν από παραλλαγές στα πειραματικά δεδομένα του ΠΟΠ, όπως αυτά ορίστηκαν στην εργασία των Chao et al. (1996) και του ΠΑΚΟ, όπως αυτά ορίστηκαν στην Ενότητα 4.3 Συγκεκριμένα για την αξιολόγηση του ΣΑ, δημιουργούνται προβλήματα μικρής πολυπλοκότητας (31 πελάτες) και προβλήματα μέτριας πολυπλοκότητας (64 πελάτες).
- ii. Τα Πρότυπα Προβλήματα επιλύονται τόσο με τον ΓΑ, όσο και με την ευρετική μέθοδο (ΣΑ). Ο ΣΑ αξιολογείται συγκρίνοντας τις λύσεις του με αυτές του ΓΑ. Η

μελέτη των αποτελεσμάτων επίλυσης των πρότυπων προβλημάτων με τη χρήση του ΣΑ επικεντρώθηκε στην ανάλυση της Ποιότητας λύσεως σε σχέση με τον Υπολογιστικό χρόνο σε βήματα των 1, 2, 5 και 10 min στις συνολικά 114 υποπεριπτώσεις προβλημάτων του ΠΑΚΟ-ΚΠ.

### 5.3.1. Δημιουργία Πρότυπων Προβλημάτων ΠΑΚΟ-ΚΠ

Τα στοιχεία των πειραματικών δεδομένων του ΠΟΠ και του ΠΑΚΟ που μεταφέρθηκαν αυτούσια στα πειραματικά δεδομένα του ΠΑΚΟ-ΚΠ είναι (α): ο αριθμός και η διάταξη των πελατών ανά πρόβλημα, (β) το κέρδος που αποκομίζουν τα οχήματα με την επίσκεψη στους πελάτες, (γ) η θέση της αποθήκης και των αρχικών σημείων εκκίνησης των οχημάτων και, τέλος, (δ) ο διαθέσιμος χρόνος που έχουν τα οχήματα για την ολοκλήρωση των δρομολογίων  $T_{\max}$ .

Επιπλέον, για τις ανάγκες της πειραματικής διερεύνησης του ΠΑΚΟ-ΚΠ:

- i. Ορίστηκε ποσότητα ζήτησης προϊόντων ανά πελάτη ως τυχαίος ακέραιος αριθμός στο διάστημα [1,5] χρησιμοποιώντας την ομοιόμορφη κατανομή
- ii. Ορίστηκε το σημείο του ακινητοποιημένου οχήματος στο κέντρο βάρους των πελατών στο επίπεδο
- iii. Ορίστηκε η συνολική χωρητικότητα των ενεργών οχημάτων ως το άθροισμα των ζητήσεων των πελατών που είχαν ανατεθεί σε κάθε όχημα προ της ακινητοποίησης, συν την υπολειπόμενη χωρητικότητα κάθε οχήματος την στιγμή της ακινητοποίησης. Οι αναθέσεις πελατών σε οχήματα και οι υπολειπόμενες χωρητικότητες είναι οι ίδιες με αυτές του ΠΑΚΟ.
- iv. Ορίστηκε το φορτίο κάθε οχήματος (ενεργών και ακινητοποιημένου) σε προϊόν την στιγμή της ακινητοποίησης ως εξής: Για κάθε υποπερίπτωση (διαφορετικό  $T_{\max}$ ) κάθε υποπροβλήματος η τιμή του φορτίου σε προϊόν ανά όχημα μεταβάλλεται ως εξής σε σχέση με το  $T_{\max}$ :

$$Q_{k,\mu_k} = \sum_{i \in S_k, i=1}^N d_i \times \frac{w}{W}$$

όπου  $S_k$  είναι το σύνολο των πελατών που είχε οριστεί στο αρχικό δρομολόγιο του οχήματος  $k$ ,  $w$  είναι το τρέχων  $T_{\max}$  του υποπροβλήματος και  $W$  είναι το μέγιστο  $T_{\max}$  από όλες τις χρονικές υπο-περιπτώσεις των υποπροβλημάτων του κυρίου προβλήματος. Η εξίσωση αυτή αντικατοπτρίζει το γεγονός ότι στο τέλος του δρομολογίου (μικρό  $T_{\max}$ ) τα οχήματα πρακτικά θα μεταφέρουν λιγότερο φορτίο από ότι στην αρχή του δρομολογίου (μεγάλο  $T_{\max}$ ).

Τα πρότυπα προβλήματα για το ΠΑΚΟ-ΚΠ μπορούν να βρεθούν στον παρακάτω σύνδεσμο:  
<http://fidelity.fme.aegean.gr/deopsys/pako-kp.html>

### 5.3.2. Αξιολόγηση Στοχαστικού Αλγορίθμου

Η αποτελεσματικότητα του ΣΑ σε συνθήκες πραγματικού χρόνου αξιολογείται μέσω σύγκρισης με τα Αποτελέσματα του ΓΑ. Η αποτελεσματικότητα του ΓΑ έχει ήδη αξιολογηθεί μέσω της επίλυσης του ΠΟΠ και έχει διαπιστωθεί ότι ο ΓΑ παράγει συστηματικά λύσεις υψηλής ποιότητας, φθάνοντας σε πολλές περιπτώσεις –και ξεπερνώντας σε κάποιες– τη ποιότητα των κορυφαίων λύσεων των υφιστάμενων στη βιβλιογραφία αλγορίθμων επίλυσης του ΠΟΠ. Με τον τρόπο αυτό έχει πιστοποιηθεί ότι ο ΓΑ μπορεί να παράγει πρότυπες λύσεις (*benchmark solutions*) στα προβλήματα ΠΑΚΟ και ΠΑΚΟ-ΚΠ.

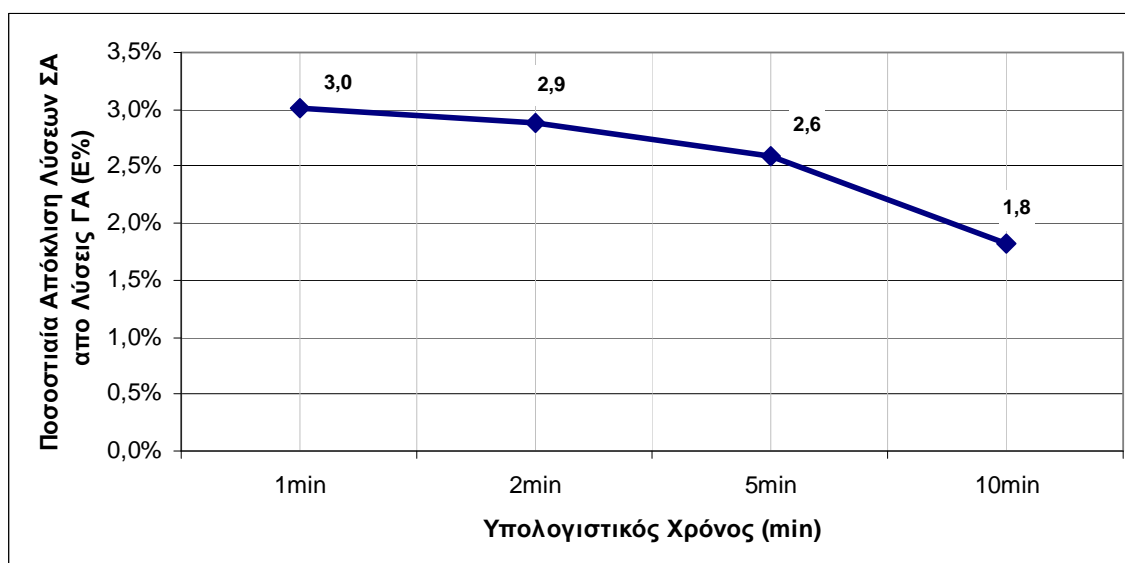
Όπως αναφέρθηκε ανωτέρω, κατά τη σύγκριση των πρότυπων λύσεων του ΓΑ με τις λύσεις του ΣΑ πραγματοποιήθηκε ανάλυση της Ποιότητας της λύσης του ΣΑ σε σχέση με τον Υπολογιστικό χρόνο σε βήματα των 1, 2, 5 και 10 min. Επισημαίνεται ότι οι χρόνοι αυτοί επιτρέπουν την πρακτική αντιμετώπιση του προβλήματος ενώ το δρομολόγιο βρίσκεται σε εξέλιξη. Ενδεικτικά, οι χρόνοι του ΓΑ κυμαίνονται (για το Πρόβλημα 3) από 150 min έως 600 –περίπου– min για 600 έως 800+ επαναλήψεις, αντίστοιχα.

Ο Πίνακας 5.3 παρουσιάζει τα Αποτελέσματα του προβλήματος 3 (31 πελάτες και 2 οχήματα). Στον Πίνακα αυτό, η μετρική  $E$  (*Efficiency*) αντιπροσωπεύει την ποσοστιαία απόκλιση της λύσης του ΣΑ των 10 min σε σχέση με τη λύση του ΓΑ. Για παράδειγμα για  $E=1.5\%$ , η λύση του ΣΑ των 10 min υστερεί κατά 1,5% της λύσης του ΓΑ. Η τελευταία σειρά του Πίνακα παρουσιάζει την μέση τιμή της ποσοστιαίας απόκλισης για το σύνολο των

τιμών του  $T_{max}$ . Το Σχήμα 5.9 παρουσιάζει την τάση της μέσης απόκλισης των αποτελεσμάτων του ΣΑ από τις λύσεις του ΓΑ όσο αυξάνεται ο υπολογιστικός χρόνος του ΣΑ.

**Πίνακας 5.3 Συγκριτικά Αποτελέσματα ΣΑ και ΓΑ για το πρόβλημα 3 ΠΑΚΟ-ΚΠ (31 πελάτες) με 2 οχήματα**

$T_{max}$	Στοχαστικός Αλγόριθμος (ΣΑ) Υπολ. Χρόνος:				ΓΑ	E(%) ΓΑ- ΣΑ (10min)
	1min	2min	5min	10min		
11,7	250	250	250	250	250	0,0
13,3	290	290	290	290	290	0,0
15	330	330	330	330	330	0,0
16,7	370	370	370	370	380	2,6
18,3	410	410	410	410	430	4,7
20	460	470	470	470	470	0,0
21,7	530	530	530	530	530	0,0
23,3	570	570	570	570	570	0,0
25	570	570	580	580	600	3,3
26,7	620	620	620	620	620	0,0
28,3	630	630	630	650	650	0,0
30	650	650	660	660	680	2,9
31,7	680	680	690	710	710	0,0
33,3	690	690	690	710	740	4,1
35	720	720	720	720	770	6,5
36,7	730	730	730	760	800	5,0
Μέση απόκλιση λύσεων ΣΑ από ΓΑ (E%)	3,0%	2,9%	2,6%	1,8%		

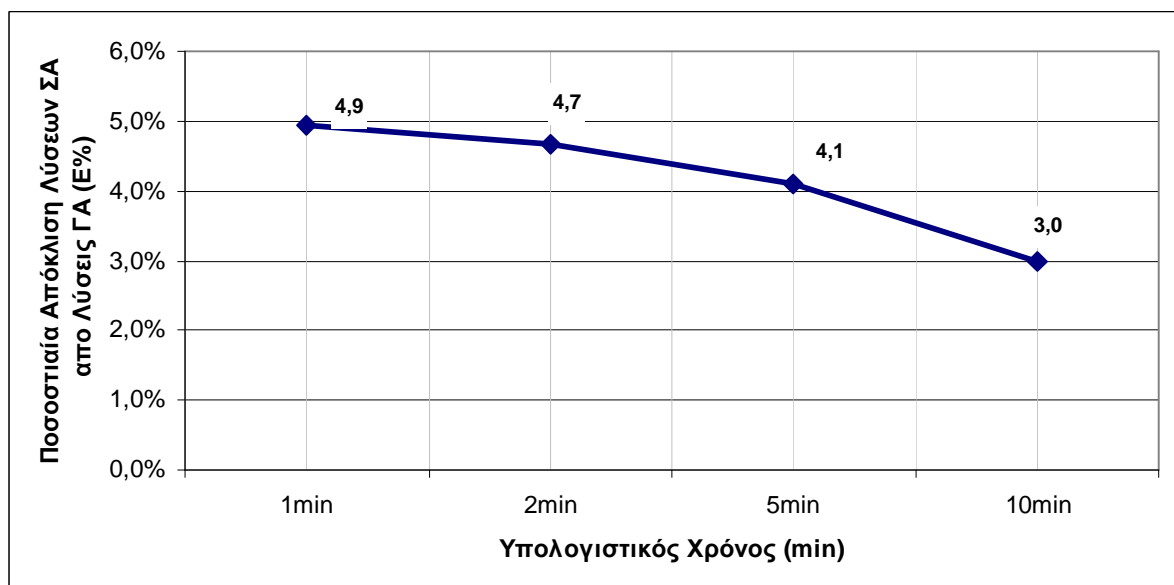


**Σχήμα 5.9 Μέση ποσοστιαία απόκλιση λύσεων ΣΑ -με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους- σε σχέση με λύσεις ΓΑ για το πρόβλημα 3 (31 πελάτες) με δύο ενεργά οχήματα**

Τα συγκεντρωτικά Αποτελέσματα της σύγκρισης του ΣΑ με τον ΓΑ για όλες τις υποπεριπτώσεις των προβλημάτων παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.4. Συγκεκριμένα, ο Πίνακας παρουσιάζει τη μέση τιμή της ποσοστιαίας απόκλισης ( $E$ ) του ΣΑ από τις λύσεις του ΓΑ για το σύνολο των υποπεριπτώσεων (τιμές του  $T_{\max}$ ) των πρότυπων Προβλημάτων ΑΚΟ-ΚΠ 3 και 5 της βιβλιογραφίας με 2, 3 και 4 οχήματα. Τα Αποτελέσματα παρουσιάζονται γραφικά στο Σχήμα 5.10. Το σύνολο των αναλυτικών αποτελεσμάτων (138 περιπτώσεις) παρουσιάζεται στο Παράρτημα Γ (Πίνακες Γ.1–Γ.6).

**Πίνακας 5.4 Απόδοση ΣΑ σε σχέση με ΓΑ στα προβλήματα ΑΚΟ ΚΠ**

Πρόβλημα	Αριθμός Πελατών	Αριθμός Οχημάτων	E (%) – Υπολογιστικός Χρόνος:			
			1min	2min	5min	10min
3	31	2	3,0	2,9	2,6	1,8
3	31	3	5,5	5,3	3,8	2,9
3	31	4	6,3	6,1	5,4	2,9
Μ.Ο. Προβλήματος 3			4,9	4,7	3,9	2,5
5	64	2	6,5	6,2	5,5	4,8
5	64	3	4,5	4,2	4,0	2,8
5	64	4	3,9	3,5	3,2	2,7
Μ.Ο. Προβλήματος 5			4,9	4,6	4,2	3,4
Μ.Ο. Προβλημάτων 3 και 5			4,9	4,7	4,1	3,0



**Σχήμα 5.10 Μέση ποσοστιαία απόκλιση λύσεων ΣΑ από τις λύσεις του ΓΑ (για όλες τις τιμές  $T_{\max}$ ) -με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους για τα προβλήματα 3 και 5 με 2, 3 και 4 ενεργά οχήματα**

Βάση του Πινάκα 5.4 και του Σχήματος 5.10, οι λύσεις της προτεινόμενης ευρετικής μεθόδου (ΣΑ), για υπολογιστικό χρόνο 10 min, παρουσιάζει:

- 2,5% μέση απόκλιση από τις λύσεις του ΓΑ στα πρότυπα προβλήματα των 31 πελατών
- 3,4% μέση απόκλιση από τις λύσεις του ΓΑ στα πρότυπα προβλήματα των 64 πελατών

Σημειώνεται ότι η στοχαστική φύση του αλγορίθμου είναι τέτοια ώστε η ποιότητα της λύσης εξαρτάται από το πλήθος των επαναληπτικών βημάτων του αλγορίθμου. Η ανάλυση του υπολογιστικού χρόνου σε σχέση με την ποιότητα της λύσης για τα πειράματα με 31 και 64 πελάτες υποδεικνύει ότι, στις περιπτώσεις που απαιτούν λύση σε 10 min, η ποιότητα του ΣΑ υπολείπεται του ΓΑ -κατά μέσο όρο- κατά 3%.

Οι παραπάνω τιμές υποδεικνύουν πως ο ΣΑ είναι αποτελεσματική μέθοδος αντιμετώπισης του Προβλήματος ΑΚΟ-ΚΠ σε πρακτικά προβλήματα αστικών διανομών που απαιτούν λύση σε σχεδόν πραγματικό χρόνο (π.χ. 10 min) ακόμα και στην περίπτωση που εμπλέκεται σημαντικός αριθμός πελατών (π.χ. 66 πελάτες) και οχημάτων (4 ενεργά οχήματα).

## 5.4. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Το Πρόβλημα Ακινητοποίησης Οχήματος σε δίκτυο διανομής Κοινού Προϊόντος (ΠΑΚΟ-ΚΠ) είναι γενίκευση του Προβλήματος Ακινητοποίησης Οχήματος (ΠΑΚΟ) για το οποίο υπάρχουν ιδιαίτερα περιορισμένες συναφείς αναφορές στη βιβλιογραφία. Για την επίλυση του νέου προβλήματος ΠΑΚΟ-ΚΠ σε –σχεδόν- πραγματικό χρόνο, αναπτύσσουμε ευρετική μέθοδο ανάθεσης πελατών σε οχήματα με στοχαστικό τρόπο, η οποία επιδοτεί επισκέψεις στους «σημαντικούς» πελάτες του δικτύου. Σε κάθε βήμα εισαγωγής πελάτη, εξασφαλίζεται η ικανοποίηση του περιορισμού χωρητικότητας και των περιορισμών του φορτίου κάθε οχήματος σε σχέση με την ζήτηση των πελατών του δρομολογίου του επιλύοντας το υποπρόβλημα εύρεσης -με αλγόριθμο labeling- του βέλτιστου πλήθους και των θέσεων των σημείων (μετα)φόρτωσης.

Για την βέλτιστη επίλυση του υποπροβλήματος του ΠΑΚΟ-ΚΠ αναπτύχθηκαν δύο αλγόριθμοι:

- i. Αλγόριθμος δυναμικού προγραμματισμού, ο υπολογιστικός χρόνος του οποίου εξαρτάται άρρηκτα από (α) το αρχικά διαθέσιμο φορτίο στο ακινητοποιημένο όχημα και (β) την χωρητικότητα των ενεργών οχημάτων.
- ii. Αλγόριθμος labeling με βάση την σχετική έρευνα των Desrochers & Soumis, (1988).

Η πειραματική ανάλυση των δύο μεθόδων σε συνάρτηση με το αρχικά διαθέσιμο φορτίο στο ακινητοποιημένο όχημα και την χωρητικότητα των ενεργών οχημάτων υπέδειξε ότι ο αλγόριθμος labeling είναι ιδιαίτερα αποτελεσματικός (σε σχέση με τον υπολογιστικό χρόνο) και δεν επηρεάζεται σημαντικά από τις παραπάνω παραμέτρους. Επομένως, είναι καταλληλότερος για τη λύση του υποπροβλήματος ανεφοδιασμού στο ΠΑΚΟ-ΚΠ.

Για την αξιολόγηση του ΣΑ προσαρμόστηκε ο Γενετικός Αλγόριθμος (ΓΑ) του Κεφαλαίου 4 για την θέσπιση πρότυπων λύσεων στο ΠΑΚΟ-ΚΠ. Η αποτελεσματικότητα του ΓΑ έχει διασφαλιστεί βάση των αποτελεσμάτων στα Πρότυπα προβλήματα Ομαδικού Προσανατολισμού που παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο 4 της διατριβής. Για την αξιολόγηση δημιουργήθηκαν πρότυπα προβλήματα μετασχηματίζοντας τα πειραματικά δεδομένα για το ΠΟΠ του Chao *et al.* (1996b) σε Προβλήματα ΑΚΟ-ΚΠ.

Η απόδοση του ΣΑ παρουσιάζει 2,5% μέση απόκλιση από τη λύση του ΓΑ για υπολογιστικό χρόνο 10 min στα πρότυπα προβλήματα των 31 πελατών και 3,4% στα πρότυπα προβλήματα των 64 πελατών. Οι παραπάνω τιμές, που προέκυψαν από την ανάλυση ευρέως φάσματος πειραματικών δεδομένων, υποδεικνύουν πως ο ΣΑ είναι αποτελεσματική μέθοδος αντιμετώπισης του Προβλήματος ΑΚΟ-ΚΠ σε πρακτικά προβλήματα αστικών διανομών που απαιτούν λύση σε σχεδόν πραγματικό χρόνο.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

### 6.1. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η παρούσα Διδακτορική Διατριβή αναπτύσσει ένα, σημαντικής πρακτικής αξίας, πλαίσιο διαχείρισης δυναμικών προβλημάτων που σχετίζονται με καθυστέρηση οχήματος ή ακινητοποίηση οχήματος μέλους στόλου διανομής. Η ανάγκη ανάπτυξης του πλαισίου αυτού βασίστηκε αφενός μεν στη βαρύτητα που δίνουν οι εταιρείες διανομής στην αντιμετώπιση -σε πραγματικό χρόνο- δυναμικών συμβάντων που επηρεάζουν το αρχικό πρόγραμμα διανομής, και αφετέρου στην ανάγκη αυστηρής μοντελοποίησης και αποτελεσματικής επίλυσης των εν πολλοίς νέων και πολύπλοκων αυτών προβλημάτων.

Συγκεκριμένα, στην Διδακτορική Διατριβή παρουσιάστηκαν, μοντελοποιήθηκαν, επιλύθηκαν και αναλύθηκαν τρία δυναμικά προβλήματα αστικών διανομών, η αντιμετώπιση των οποίων αποτελεί βασική μέριμνα των εταιρειών logistics. Τα προβλήματα αυτά απαιτείται να επιλυθούν σε πραγματικό χρόνο όταν η διανομή βρίσκεται σε εξέλιξη, και περιλαμβάνουν το Πρόβλημα Καθυστέρησης Οχήματος (ΠΚΟ), το Πρόβλημα

Ακίνητοποίησης Οχήματος (ΠΑΚΟ), και το Πρόβλημα Ακίνητοποίησης Οχήματος σε δίκτυο διανομής Κοινού Προϊόντος (ΠΑΚΟ-ΚΠ).

Το Πρόβλημα Καθυστέρησης Οχήματος (ΠΚΟ) αναφέρεται σε όχημα, το οποίο κατά τη διάρκεια εκτέλεσης του δρομολογίου καθυστερεί τόσο ώστε να μην καθίσταται δυνατή η ολοκλήρωση του αρχικού προγράμματος διανομής εντός του προγραμματισμένου χρονικού ορίζοντα. Στην περίπτωση αυτή το αρχικό πρόγραμμα πρέπει να ανασχεδιασθεί συνολικά σύμφωνα, φυσικά, με τις πρακτικές της εταιρίας διανομής και το συμφωνηθέν επίπεδο παροχής υπηρεσιών προς τους πελάτες. Ο αντικειμενικός σκοπός της αναδρομολόγησης είναι η εξυπηρέτηση επιλεγμένων πελατών εντός των ορίων της βάρδιας του οδηγού.

Η προτεινόμενη νέα μέθοδος επίλυσης του προβλήματος βασίζεται (και εκμεταλλεύεται) τα χαρακτηριστικά του περιβάλλοντος αστικών διανομών, όπως η χωρική κατανομή των πελατών σε ομάδες (προάστια ή γειτονίες -clusters-) και το υψηλό ποσοστό του διαθέσιμου χρόνου διανομής που αντιστοιχεί στην εξυπηρέτηση των πελατών. Η ομαδοποίηση των πελατών επιτρέπει την διάσπαση του κυρίου προβλήματος σε υποπροβλήματα με σκοπό την αποτελεσματικότερη και ταχύτερη αντιμετώπισή του. Για την επαλήθευση της αποτελεσματικότητας του προτεινόμενου αλγόριθμου έναντι αλγόριθμου που αντιμετωπίζει μονοδιάστατα το πρόβλημα, σχεδιάστηκαν πειραματικές διατάξεις που διαφέρουν (α) ως προς τον αριθμό πελατών και (β) ως προς την ποιότητα ομαδοποίησής τους (δηλαδή τον βαθμό συνεκτικότητας των ομάδων πελατών στον χώρο). Στις πειραματικές δοκιμές αναλύεται η ποιότητα της λύσης σε σχέση με τον χρόνο που έχει το όχημα στην διάθεση του για την ολοκλήρωση του δρομολογίου.

Τα Αποτελέσματα των δοκιμών υποδεικνύουν τα εξής:

- i. Σε προβλήματα με υψηλό πλήθος πελατών (99 πελάτες) και συνεκτική ομαδοποίηση, ο προτεινόμενος αλγόριθμος υπερτερεί σε όλα τα ποσοστά του διαθέσιμου χρόνου όσον αφορά στην ποιότητα της λύσης (κέρδος), έναντι του κλασσικού αλγόριθμου επίλυσης συναφούς προβλήματος. Όσο η ποιότητα ομαδοποίησης των πελατών μειώνεται, μειώνεται και η ποιότητα των λύσεων του αλγόριθμου: Σε περιπτώσεις μέτριας ποιότητας ομαδοποίησης, η ποιότητα της λύσης είναι παραπλήσια με αυτή του κλασσικού αλγόριθμου. Σε περιπτώσεις που η

ποιότητα ομαδοποίησης είναι κακή, η προτεινόμενη μέθοδος υπερτερεί όταν ο διαθέσιμος χρόνος του οχήματος είναι κοντά στο 100% του χρόνου που απαιτείται για την εξυπηρέτηση όλων των πελατών (όταν δηλαδή το όχημα αντιμετωπίζει μικρή αργοπορία), ενώ υστερεί ποιοτικά στις άλλες περιπτώσεις.

- ii. Στην περίπτωση προβλήματος 40 πελατών, ο προτεινόμενος αλγόριθμος υπερτερεί του κλασσικού αλγορίθμου όσον αφορά στην ποιότητα λύσης σε προβλήματα που παρουσιάζουν από πολύ καλή έως καλή ομαδοποίηση πελατών σε ολόκληρο το φάσμα του συνολικού διαθέσιμου χρονικού ορίζοντα (μικρή ή μεγάλη αργοπορία). Για προβλήματα με μέτρια ποιότητα ομαδοποίησης, ο προτεινόμενος αλγόριθμος παρουσιάζει παρόμοια Αποτελέσματα με τον κλασσικό αλγόριθμο. Μόνο στην περίπτωση κακής ποιότητας ομαδοποίησης ο προτεινόμενος αλγόριθμος υστερεί συγκριτικά με τον μονοδιάστατο αλγόριθμο
- iii. Όσον αφορά στον υπολογιστικό χρόνο επίλυσης, η προτεινόμενη μέθοδος υπερτερεί της κλασσικής μεθόδου από 22% έως 37% στις δοκιμές που εκτελέστηκαν.

Το Πρόβλημα Ακινητοποίησης Οχήματος (*ΠΑΚΟ*) αναφέρεται σε όχημα, μέλος στόλου οχημάτων διανομής, που αντιμετωπίζει απρόβλεπτο γεγονός (π.χ. βλάβη ή ατύχημα), το οποίο το αναγκάζει να ακινητοποιηθεί. Ο υπεύθυνος δρομολόγησης, για να μετριάσει τις συνέπειες της ολικής ακύρωσης των παραδόσεων στους πελάτες του ακινητοποιημένου οχήματος, αναπροσδιορίζει τα δρομολόγια των εναπομεινάντων ενεργών οχημάτων. Η αναδρομολόγηση είναι πιθανόν να περιλαμβάνει επίσκεψη στο ακινητοποιημένο όχημα για μεταφόρτωση των αγαθών και εξυπηρέτηση μέρους των πελατών του αν φυσικά η τακτική αυτή είναι προς το συμφέρον της αντικειμενικής συνάρτησης η οποία σκοπεύει στη μεγιστοποίηση μιας μετρικής «κέρδους» για το σύνολο του στόλου.

Το *ΠΑΚΟ* παρουσιάζει ομοιότητες με το *Πρόβλημα Ομαδικού Προσανατολισμού (Team Orienteering Problem, TOP)* και διατυπώνεται και μοντελοποιείται για πρώτη φορά στη βιβλιογραφία. Για την επίλυσή του αναπτύσσονται δύο νέες μέθοδοι: Η μία βασίζεται σε Γενετικό Αλγόριθμο και χρησιμοποιείται για τον καθορισμό πρότυπων λύσεων (benchmark solutions) σε πρότυπα Προβλήματα ΑΚΟ. Η δεύτερη μέθοδος στηρίζεται σε ευρετικό Στοχαστικό Αλγόριθμο και χρησιμοποιείται για την ταχεία επίλυση του προβλήματος (σχεδόν σε πραγματικό χρόνο) όπως επιβάλλεται από τη φύση του πρακτικού προβλήματος.

Η αποτελεσματικότητα της δεύτερης μεθόδου αξιολογείται μέσω των πρότυπων λύσεων της πρώτης. Συγκεκριμένα:

- i. Αναπτύσσεται Γενετικός Αλγόριθμος (*ΓΑ*) ο οποίος χρησιμοποιεί αρχές από τον *ΓΑ* του Tasgetiren (2001) για το VRP και παράγει ποιοτικές λύσεις σε βάρος του υπολογιστικού χρόνου. Ο *ΓΑ* εφαρμόζει επαναληπτικά ένα τελεστή διασταύρωσης και τέσσερις τελεστές μετάλλαξης σε σύνολο λύσεων που αρχικά παράγονται με τυχαίο τρόπο. Ο τελεστής διασταύρωσης στοχεύει σε έρευνα νέων περιοχών του διαστήματος λύσεων ενώ οι τελεστές μετάλλαξης στοχεύουν στην εύρεση τοπικών βέλτιστων. Οι καλύτερες λύσεις κάθε επαναληπτικής γενεάς μεταφέρονται στην επόμενη γενεά με σκοπό την παραγωγή συνεχώς ποιοτικότερων λύσεων. Ο *ΓΑ* τερματίζεται όταν οι τελεστές δεν καταφέρνουν να βελτιώσουν την καλύτερη λύση για συγκεκριμένο αριθμό επαναλήψεων
- ii. Αναπτύσσεται Στοχαστικός ευρετικός Αλγόριθμος (*ΣΑ*) ο οποίος χρησιμοποιεί αρχές από την στοχαστική εισαγωγή πελατών στο δρομολόγιο (Tsiligirides, 1984) και αποτελείται από δύο διακριτά βήματα: (α) Δημιουργία ενός πολυπληθούς συνόλου λύσεων καλής ποιότητας και (β) επιλογή και βελτίωση της πλέον αποτελεσματικής των λύσεων αυτών. Για την δημιουργία του συνόλου λύσεων οι πελάτες εισάγονται σταδιακά στα δρομολόγια βάση πιθανοτήτων: Η μέθοδος επιλέγει, σε κάποιες περιπτώσεις, πελάτες μικρότερης σημαντικότητας με τυχαίο τρόπο και έτσι αποφεύγεται (τουλάχιστον μερικώς) ο εγκλωβισμός σε τοπικό ελάχιστο. Για την βελτίωση της καλύτερης λύσης εφαρμόζεται η ευρετική μέθοδος *2-opt*. Από το χρόνο που εξοικονομείται από την μέθοδο αυτή εισάγονται, πιθανώς, επιπλέον πελάτες στα δρομολόγια των οχημάτων.
- iii. Στον παραπάνω αλγόριθμο, για τον προσδιορισμό, πιθανών, επισκέψεων στο ακινητοποιημένο όχημα για μεταφόρτωση αγαθών, μοντελοποιείται και επιλύεται το νέο και ενδιαφέρον αυτό πρόβλημα. Για την επίλυσή του τροποποιείται η μέθοδος δυναμικού προγραμματισμού των Tsirimpas *et al.* (2008). Η μέθοδος αυτή εφαρμόζεται στις δύο παραπάνω μεθόδους επίλυσης του *ΠΑΚΟ*.
- iv. Ο *ΓΑ* μετατρέπεται ώστε να επιλύει το *ΠΟΠ* και χρησιμοποιείται για την επίλυση υφιστάμενων πρότυπων Προβλημάτων ΟΠ. Τα σχετικά Αποτελέσματα συγκρίνονται με αυτά σειράς μεθόδων της βιβλιογραφίας για να πιστοποιηθεί η ποιότητα των λύσεων του *ΓΑ* σε ένα πρόβλημα παρόμοιο με το *ΠΑΚΟ*, και,

συνεπώς, η καταλληλότητα του *ΓΑ* για την αποτελεσματική επίλυση του *ΠΑΚΟ*. Τα Αποτελέσματα της σύγκρισης δείχνουν ότι ο *ΓΑ* είναι ιδιαίτερα αποτελεσματικός στην επίλυση των πρότυπων Προβλήματα ΟΠ μικρής, μεσαίας και υψηλής πολυπλοκότητας παρουσιάζοντας, κατά μέσο όρο, πολύ περιορισμένες αποκλίσεις από τις βέλτιστες δημοσιευμένες λύσεις (~1%) και θέτοντας μάλιστα νέες λύσεις αναφοράς σε 3 περιπτώσεις.

- v. Δημιουργούνται νέα πρότυπα Προβλήματα ΑΚΟ (31, 64 και 98 πελατών) και επιλύονται τόσο με τον *ΓΑ*, όσο και με την προτεινόμενη μέθοδο η οποία αξιολογείται συγκρίνοντας τις λύσεις αυτής, σε σχέση με τις «καλές» λύσεις του *ΓΑ* τόσο από πλευράς ποιότητας όσο και από πλευράς υπολογιστικών χρόνων επίλυσης.

Για την δοκιμή των αλγορίθμων, χρησιμοποιήθηκε υπολογιστής με CPU *Intel Pentium IV* και μνήμη RAM 2GB Η προτεινόμενη μέθοδος για υπολογιστικό χρόνο 10min, παρουσιάζει:

- 0,7% μέση απόκλιση από τις λύσεις του *ΓΑ* στα πρότυπα προβλήματα των 31 πελατών
- 1,9% μέση απόκλιση από τις λύσεις του *ΓΑ* στα πρότυπα προβλήματα των 64 πελατών
- 3,0% μέση απόκλιση από τις λύσεις του *ΓΑ* στα πρότυπα προβλήματα των 98 πελατών

Οι ποιότητες των λύσεων αυτές θεωρούνται ικανοποιητικές λαμβάνοντας υπόψη τον μικρό υπολογιστικό χρόνο (10min) επίλυσης.

Τέλος, ο προτεινόμενος *ΣΑ* αξιολογείται σε πραγματικές συνθήκες κατά την εκτέλεση δρομολογίων εταιρείας διανομής (ΝΙΚΑΣ ΑΕΒΕΕ) που εδρεύει στην Αττική. Το πρακτικό αυτό σενάριο πραγματοποιήθηκε στα πλαίσια ερευνητικού προγράμματος της ΓΓΕΤ, στο οποίο συμμετείχε το εργαστήριο Συστημάτων Σχεδιασμού, Παραγωγής και Λειτουργιών (ΣΥΣΠΑΛ) του Τμήματος Μηχανικών Οικονομίας και Διοίκησης (ΤΠΟΔ) του Πανεπιστημίου Αιγαίου.

Το Πρόβλημα Ακινήτοποίησης Οχήματος σε δίκτυο διανομής Κοινού Προϊόντος (*ΠΑΚΟ-ΚΠ*) αναφέρεται σε μια σημαντική παραλλαγή του *ΠΑΚΟ*. στην οποία το όχημα που ακινήτοποιείται ανήκει σε στόλο οχημάτων που διανέμει, βάση αρχικού προγράμματος, κοινό, για όλους τους πελάτες προϊόν, όπως π.χ. εμφιαλωμένο νερό, φιάλες υγραερίου, κλπ.

Το αρχικό πρόγραμμα των οχημάτων προβλέπει πολλαπλές επισκέψεις στην αποθήκη για ανεφοδιασμό με σκοπό την εξυπηρέτηση όλων των προγραμματισμένων πελατών. Μετά την ακινητοποίηση, τα ενεργά οχήματα του στόλου δύναται να ανεφοδιαστούν από την αποθήκη ή/και από το ακινητοποιημένο όχημα. Επισημαίνεται ότι η πολυπλοκότητα του *ΠΑΚΟ-ΚΠ* αυξάνει έναντι αυτής του *ΠΑΚΟ* λόγω (α) της δυνατότητας ανεφοδιασμού από το ακινητοποιημένο όχημα ή/και την αποθήκη και (β) στην διανομή κοινού, για όλους τους πελάτες προϊόντος.

Για την επίλυση του νέου αυτού προβλήματος αναπτύσσεται πρωτότυπο μοντέλο το οποίο, όπως και το *ΠΑΚΟ*, επιλύεται με δύο μεθόδους επίλυσης. Η πρώτη μέθοδος βασίζεται σε τροποποίηση του Γενετικού Αλγορίθμου του *ΠΑΚΟ*, όπως αυτός διαμορφώθηκε για τα χαρακτηριστικά του *ΠΑΚΟ-ΚΠ* και χρησιμοποιείται για τον καθορισμό πρότυπων λύσεων (benchmark solutions) σε πρότυπα Προβλήματα *ΑΚΟ-ΚΠ*. Η δεύτερη μέθοδος στηρίζεται σε παραλλαγή του ευρετικού Στοχαστικού Αλγόριθμου επίλυσης του *ΠΑΚΟ* και χρησιμοποιείται για την ταχεία επίλυση του προβλήματος (σχεδόν σε πραγματικό χρόνο) όπως επιβάλλεται από τη φύση του πρακτικού προβλήματος. Συγκεκριμένα:

- i. Διαμορφώνεται κατάλληλα ο Γενετικός Αλγόριθμος (*ΓΑ*) που χρησιμοποιήθηκε για την επίλυση του *ΠΑΚΟ* ώστε να επιλύει το *ΠΑΚΟ-ΚΠ*
- ii. Διαμορφώνεται ο Στοχαστικός ευρετικός Αλγόριθμος (*ΣΑ*) που χρησιμοποιήθηκε για την επίλυση του *ΠΑΚΟ* ώστε να επιλύει το *ΠΑΚΟ-ΚΠ*
- iii. Για τον προσδιορισμό, πιθανών, επισκέψεων στο ακινητοποιημένο όχημα ή την αποθήκη για μεταφόρτωση αγαθών, αρχικά μοντελοποιείται το νέο αυτό πρόβλημα και στη συνέχεια επιλύεται με δύο μεθόδους: Η 1<sup>η</sup> μέθοδος βασίζεται σε κατάλληλα διαμορφωμένο αλγόριθμο δυναμικού προγραμματισμού και η 2<sup>η</sup> μέθοδος βασίζεται σε αλγόριθμο labeling. Και οι δύο αλγόριθμοι δίνουν τις βέλτιστες λύσεις. Η ταχύτητα των δύο αυτών αλγορίθμων αναλύεται σε πειραματικές διατάξεις που αναπτύχθηκαν για το σκοπό αυτό. Βάση των αποτελεσμάτων, ο αλγόριθμος labeling εφαρμόζεται, λόγω της ταχύτερης απόκρισης του, στις δύο παραπάνω μεθόδους επίλυσης του *ΠΑΚΟ-ΚΠ*.
- iv. Δημιουργούνται νέα πρότυπα Προβλήματα *ΑΚΟ-ΚΠ* (31 και 64 πελατών) και επιλύονται τόσο με τον *ΓΑ*, όσο και με την προτεινόμενη μέθοδο.

Η μέθοδος ΣΑ αξιολογείται συγκρίνοντας τις λύσεις της με αυτές του ΓΑ. Η μελέτη επικεντρώθηκε στην ανάλυση της Ποιότητας λύσεως σε σχέση με τον Υπολογιστικό χρόνο σε βήματα των 1, 2, 5 και 10 min. Σύμφωνα με τα Αποτελέσματα, οι λύσεις της προτεινόμενης μεθόδου, για υπολογιστικό χρόνο 10 min, παρουσιάζει:

- 2,5% μέση απόκλιση από τις λύσεις του ΓΑ στα πρότυπα προβλήματα των 31 πελατών
- 3,4% μέση απόκλιση από τις λύσεις του ΓΑ στα πρότυπα προβλήματα των 64 πελατών

Οι ποιότητες των λύσεων θεωρούνται ικανοποιητικές λαμβάνοντας υπόψη τον μικρό υπολογιστικό χρόνο (10 min) επίλυσης και την αυξημένη πολυπλοκότητα του Προβλήματος ΑΚΟ-ΚΠ σε σχέση με το ΠΑΚΟ.

## 6.2. ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Στην παρούσα Διδακτορική εργασία αντιμετωπίστηκε η περίπτωση της καθυστέρησης και ακινητοποίησης οχήματος κατά τη διανομή. Οι μέθοδοι επίλυσης βασίστηκαν σε ευρετικές και μετευρετικές μεθόδους. Ωστόσο, το πρόβλημα θα μπορούσε να αντιμετωπιστεί αποτελεσματικότερα εφαρμόζοντας ακριβείς τεχνικές επίλυσης (exact methods) όπως είναι για παράδειγμα η τεχνική Δυναμικής Δημιουργίας Μεταβλητών (Column Generation). Μάλιστα, σε περίπτωση ακινητοποίησης οχήματος (ΠΑΚΟ ή ΠΑΚΟ-ΚΠ), η τεχνική αυτή μπορεί να συμπεριλάβει αυτούσια τα μαθηματικά μοντέλα και τους αλγορίθμους εισαγωγής σημείων ανεφοδιασμού όπως αυτά παρουσιάστηκαν στην παρούσα εργασία. Μια επέκταση του προβλήματος στην οποία οι παραπάνω τεχνικές θα μπορούσαν να εφαρμοστούν βέλτιστα, είναι η περίπτωση της ακινητοποίησης οχήματος σε διανομή με χρονικά παράθυρα πελατών.

Μια δεύτερη πρόταση για μελλοντική έρευνα στο ΠΑΚΟ και στο ΠΑΚΟ-ΚΠ αποτελεί η εισαγωγή δύο ή περισσότερων σημείων ανεφοδιασμού με άπειρη διαθεσιμότητα ή δύο ή περισσότερων σημείων ανεφοδιασμού με πεπερασμένη διαθεσιμότητα. Το τελευταίο αυτό πρόβλημα προσομοιώνει ταυτόχρονη ακινητοποίηση δύο οχημάτων και θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί και σε άλλες, εκτός αστικών διανομών, ερευνητικές κατευθύνσεις στις οποίες η ακινητοποίηση οχημάτων αποτελεί συχνότερο φαινόμενο (π.χ. emergency ή defence logistics).

Στο ίδιο πλαίσιο, οι δύο αλγόριθμοι επίλυσης του υποπροβλήματος εισαγωγής σημείων ανεφοδιασμού μπορούν να εφαρμοστούν σε περισσότερο δυναμικά περιβάλλοντα από ότι αυτά (*ΠΚΟ*, *ΠΑΚΟ* και *ΠΑΚΟ-ΚΠ*) που περιγράφηκαν στην Διδακτορική Εργασία. Για παράδειγμα, ένα σύστημα κατά το οποίο παρουσιάζονται πολλαπλές νέες δυναμικές απαιτήσεις εξυπηρέτησης πελατών κατά τη διάρκεια του δρομολογίου μπορεί να επωφεληθεί από την εφαρμογή των μοντέλων και αλγορίθμων που αναπτύχθηκαν στην εργασία αυτή.

**ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

Archetti, C., Hertz, A. and Speranza, M. 2007, 'Metaheuristics for the team orienteering problem', *Journal of Heuristics*, vol. 13, pp. 49–76

Ballou R. H. 2004, *Business Logistics Management*, 4th International Edition, © Prentice-Hall International Inc., Upper Saddle River, New Jersey

Baker, B. M., and Ayechev, M. A. 2003, 'A genetic algorithm for the vehicle routing problem', *Computers & Operations Research*, vol. 30, no 5, pp. 787-800.

Bertsimas, D. J. and Van Ryzin, G. 1991, 'A stochastic and dynamic vehicle routing problem in the Euclidean plane', *Operations Research*, vol. 39, no. 4, pp. 601-615

Bianchi, L. 2000, 'Notes on Dynamic Vehicle Routing - The State of Art', *Technical Report*, IDSIA-05-01, IDSIA, Switzerland

Boussier, S., Feillet, D., and Gendreau, M. 2007, 'An exact algorithm for team orienteering problems', *4OR*, vol. 5, no. 3, pp. 211-230

Bräysy O., Berger J. and Barkaoui M. 2000, 'A New Hybrid Evolutionary Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Time Windows', *Presented at the Route 2000 workshop*, Skodsborg, Denmark

Brown, G. G., Ellis, C., Graves, G. W. and Ronen, D. 1987, 'Real-time wide area dispatching of Mobil tank trucks', *Interfaces*, vol. 17, no.1, pp. 107-120.

Butt S., Cavalier, T. 1994, 'A heuristic for the multiple tour maximum collection problem', *Computers and Operations Research*, vol. 21, no.11, pp.101.

Černý, V. 1985, 'Thermodynamical approach to the traveling salesman problem: An efficient simulation algorithm', *Journal of Optimization Theory and Applications*, vol. 45, no. 1, pp. 41-51.

Chao, I., a, Golden B., and Wasil, E. 1996a, 'A fast and effective heuristic for the orienteering problem', *European Journal of Operational Research*, vol.88, no. 3, pp.475-489.

Chao, I., Golden, B. and Wasil, E. 1996b, 'The team orienteering problem', *European Journal of Operational Research*, vol.88, no. 3, pp.464-474.

Chen, Z.L. and Xu, H. 2006, 'Dynamic column generation for dynamic vehicle routing with time windows', *Transportation Science*, vol.40, no.21, pp.74–88.

Chiang, W. C. and Russell, R. 1996, 'Simulated annealing metaheuristics for the vehicle routing problem with time windows', *Annals of Operations Research*. vol. 63, no. 1, pp. 3-27

Christofides N. , Mingozzi A and Toth P. 1979, 'The vehicle routing problem', In Christofides N., Mingozzi A., Toth P. and Sandi C. editors, *Combinatorial Optimization*, New York : Willey, p.315-38

Clarke, G. and Wright, J. 1964, 'Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points', *Operations Research*, vol.12, pp.568-581.

Dantzig, G. B. and Ramser, R. H. 1959, 'The Truck Dispatching Problem', *Management Science*, vol. 6, no. 1, pp. 80–91.

Davies, D. L. and Bouldin, D. W. 1979, 'A Cluster Separation Measure', *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intelligence*, vol. 1, no. 2, pp.224–227.

- Desrochers, M. and Soumis, F. 1988, 'A generalized permanent labeling algorithm for the shortest path problem with time windows', *INFOR* vol. 26, no. 3, pp. 191–212.
- Dikas, G. and Minis, I. 2010, 'Single vehicle routing with predefined sequence and multiple depot returns. The case of two depots'. Working Paper, DEOPSYs Lab, Dept. of Financial and Management Engineering, University of the Aegean.
- Du, T. C., Li, E. Y. and Chou, D. 2005, 'Dynamic vehicle routing for online b2c delivery', *Omega-International Journal of Management Science*, vol. 33, no. 1, pp. 33–45.
- Feo T. A. and Resende MGC. 1989, 'A probabilistic heuristic for a computationally difficult set covering problem', *Operations Research Letters*, vol.8, no. 2, pp. 67–71.
- Fleischmann, B., Gietz M. and Grutzmann, S. 2004a, 'Time-varying Travel Times in Vehicle Routing', *Transportation Science*, vol.38, no.2, pp.160-174
- Garey, M. R. and Johnson, D. S. 1979, '*Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness*', Freeman, New York.
- Gendreau, M., Guertin, F., Potvin, J-Y. and Seguin, R. 2006, 'Neighborhood search heuristics for a dynamic vehicle dispatching problem with pick-ups and deliveries', *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, vol. 14, no. 3, pp. 157-174
- Gendreau; M., Francois Guertin; F., Potvin; J. and Taillard, E. 1999, 'Parallel Tabu Search for Real-Time Vehicle Routing and Dispatching', *Transportation Science*, vol. 33, no. 4, pp. 381
- Ghiani G., Guerriero, F., Laporte, G. and Musmanno, R. 2003, 'Real-time vehicle routing: Solution concepts, algorithms and parallel computing strategies', *European Journal of Operational Research*, vol. 151, no. 1, pp. 1-11
- Glover F. 1996, 'Tabu search and adaptive memory programming', *Interfaces in Computer Science and Operations Research*, Dordrecht: Kluwer, pp. 1–75.
- Glover, F. and Taillard, E. 1993, 'A user's guide to tabu search', *Annals of Operations Research*, vol. 41, no. 1, pp. 1-28
- Glover, F. 1989b, 'Candidate list strategies and tabu search', *CAAI Research Report*, University of Colorado, Boulder.

- Glover, F. 1994, 'Tabu search for nonlinear and parametric optimization (with links to genetic algorithms)', *Discrete Applied Mathematics, Special volume: viewpoints on optimization*, vol. 49, no. 1-3, pp. 231-255
- Glover, F. 1989a, 'Tabu search-Part I', *ORSA J. Computing*, vol. 1, no. 3, pp. 190-206.
- Glover, F. 1990, 'Tabu search-Part II', *ORSA J. Computing*, vol. 2, no. 1, pp. 4-32.
- Goldberg and David E. 1989, '*Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*', Reading, MA: Addison-Wesley.
- Golden, B., Raghavan, R. and Wasil, E. 2008, '*The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges*', Springer, Heidelberg, Germany.
- Gruhn, V., Hulder, M., Ijioui, R. and Schöpe, L. 2003, 'Mobile Communication Systems for Truckage Companies', In Giaglis, G. M., Werthner, H., Tschammer, V. and Froeschl, K. A. (Eds.), *Proceedings of the 2nd International Conference on Mobile Business*, pp. 337-344.
- Haghani, A. and Jung S. 2005, 'A dynamic vehicle routing problem with time-dependent travel times', *Computers & Operations Research* vol. 32, no. 11, pp. 2959-2986
- Hansen, P. and Mladenovic, N. 1999, 'An Introduction to Variable Neighborhood Search', In Voss, S. et al. (eds.), *Metaheuristics, Advances and Trends in Local Search Paradigms for Optimization*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, pp. 433-458.
- Holland, J. H. 1975, '*Adaptation in Natural and Artificial Systems*', Ann Arbor: University of Michigan Press
- Hurkens, C. A. J. and Woeginger, G. J. 2004 'On the nearest neighbor rule for the traveling salesman problem', *Oper. Res. Lett.*, vol. 32, no. 1, pp. 1-4.
- Ichoua, S., Gendreau M. and Potvin, J. Y. 2000, 'Diversion issues in real-time vehicle dispatching', *Transportation Science*, vol. 34, no. 4, pp. 426-435
- Ke, L., Archetti, C. and Feng, Z. 2008, 'Ants can solve the team orienteering problem', *Computers & Industrial Engineering*, vol.54, no. 3, pp.648-665
- Kim, S., Lewis, M. E. and White, C. C. 2005, 'Optimal vehicle routing with real-time traffic information', *IEEE Trans. Intelligent Transportation Systems*, vol. 6, no. 2, pp. 178-188.

- Kirkpatrick, S., Gelatt Jr, C. D. and Vecchi, M. P. 1983, 'Optimization by simulated annealing', *Science*, vol. 220. no. 4598, pp. 671-680
- Laguna M and Martí R. 1999, 'Grasp and path relinking for 2-layer straight line crossing minimization', *INFORMS Journal on Computing*, vol.11, no. 1, pp.44–52.
- Laporte, G., Dror, M. and Trudeau, P. 1989, 'Vehicle Routing with stochastic demands: Properties and solution frameworks', *Transportation Science*, vol. 23, no. 3, pp. 317-365
- Larsen, J. 1999, 'Vehicle Routing with Time-Windows – Finding optimal solutions efficiently', Technical paper
- Leonardo, Z. 2006, 'The Traveling Salesman Problem: A Comprehensive Survey', *Final Year project for CSE 4080*, Fall 2006
- Li, J-Q., Mirchandani, P. B. and Borenstein, D. 2008, 'Real-time vehicle rerouting problems with time windows', *European Journal of Operational Research*, vol.194, no.3, pp. 711-727.
- Lin, S. 1965, 'Computer solution of the travelling salesman problem' *Bell System Technical Journal*, vol. 44, no 1, pp. 2245-2269.
- McQueen, J. B. 1967, 'Some methods of classification and analysis of multivariate observations', In: *Proc. 5th Berkeley Symp. on Math. Statist. Probab.*, pp. 281–197
- Min H., Jayaraman, V. and Srivastava R. 1998, 'Combined location-routing problems: A synthesis and future research directions', *European Journal of Operational Research*, vol. 108, no. 1, pp. 1–15.
- Mu, Q., Fu, Q., Lygaard, J. and Eglese, R. 2010, 'Disruption management of the vehicle routing problem with vehicle breakdown', *Journal of the Operational Research Society*, vol. 2, no. 5, pp. 225-234
- Christofides, N. 1975, '*Graph theory, an algorithmic approach*', Academic Press, London.
- Ong, H. L and Huang, C. 1989, 'Asymptotic expected performance of some TSP heuristics: An empirical evaluation', *European Journal of Operational Research*, vol. 43, no. 2, pp. 231-238
- Osman I. H. and Laporte, G. 1995, 'Routing problems: A bibliography', *Annals of Operations Research*, vol.61, no. 1, pp.227-262

- Paradimitriou, C. H. 1977, 'The Euclidean travelling salesman problem is NP-complete', *Theoretical Computer Science*, vol. 4, no. 3, pp. 237-244
- Rego, C. and Roucairol, C. 1995, 'Using tabu search for solving a dynamic multi-terminal truck dispatching problem', *European Journal of Operational Research*, vol. 83, no. 2, pp. 411-429
- Rochat, Y. and Taillard, É. 1995, 'Probabilistic diversification and intensification in local search for vehicle routing', *Journal of Heuristics*, vol.1, no. 1, pp147-167
- Salhi, S., Thangiah, S. R. and Rahman, F. 1998, 'A Genetic Clustering Method of the Multi-Depot Vehicle Routing Problem', In: Smith, G. D and Steel, N. C, eds. *Artificial Neural Network and Genetic Algorithms*. Springercomputerscience . Springer, NY, Vienna, pp. 234-237. ISBN 3211830871.
- Savelsbergh, M. W. P. and Sol, M. 1991, 'Drive: Dynamic routing of independent vehicles', *Operations Research*, vol. 46, no. 4, pp. 474-490
- Souffriau, W., Vansteenwegen, P., Vanden Berghe, G. and Van Oudheusden, D. 2010, 'A Path Relinking approach for the Team Orienteering Problem', *Computers & Operations Research*, vol. 37, no. 11, pp. 1853-1859
- Spivey, M. and Powell, W. B. 2004, 'The dynamic assignment problem', *Transportation Science*, vol. 38, no. 4, pp. 399-419.
- Tang, H., and Miller-Hooks, E. 2005, 'A tabu search heuristic for the team orienteering problem' *Computer and Operations Research*, vol. 32, no. 6, pp. 1379-1407
- Tasgetiren M. 2001, 'A genetic algorithm with an adaptive penalty function for the orienteering problem', *Journal of Economic and Social Research*, vol. 4, no. 2, pp. 1-26
- Toth, P. and Vigo, D. 2001 *The vehicle routing problem*, (Eds.), Siam Monographs On Discrete Mathematics and Applications, Vol. 9, Philadelphia, PA
- Tsiligirides, T. 1984, 'Heuristic methods applied to orienteering', *Journal of the Operational Research Society*, vol.35, no. 9, pp. 797-809
- Tsirimpas P., Tatarakis A., Minis I. and Kyriakidis E.G. 2008, 'Single vehicle routing with a predefined customer sequence and multiple depot returns', *European Journal of Operational Research*, vol. 187, no. 2, pp. 483-495.

Vansteenwegen, P., Souffriau, W., Vanden Berghe, G. and Van Oudheusden D. 2009, 'A guided local search metaheuristic for the team orienteering problem', *European Journal of Operational Research*, vol. 196, no. 1, pp. 118–127

Vansteenwegen, P., Souffriau, W., Vanden Berghe, G. and Van Oudheusden, D. 'Metaheuristics for tourist trip planning. Metaheuristics in the Service Industry'. *In: Lecture notes in economics and mathematical systems*, vol. 624, Berlin: Springer; to appear

Yan, S. and Yang, D. H. 1996, 'A decision support framework for handling schedule perturbation', *Transportation Research Part B-Methodological*, vol. 30, no. 6, pp. 405–419.

Yu, G., Arguello, M., Song, G., McCowan, S.M. and White, A. 2003, 'A new era for crew recovery at continental airlines', *Interfaces*, vol. 33, no. 1, pp. 5–22.

Γιαγλής, Ι. Μίνης, Β. Ζεϊμπέκης και Αμπαζής, Ν., 'Κινητές και Ασύρματες εφαρμογές στις Μεταφορές και στην Εφοδιαστική', *e-business forum, Ε κύκλος εργασιών, Ομάδα Εργασίας ΟΕ Ε4, Γ*.

Νινίκας, Γ. 2005, 'Βελτίωση Μεθόδου Αναδρομολόγησης Οχήματος Διανομών σε Ομαδοποιημένους Πελάτες', στα πλαίσια Διπλωματικής επί πτυχίο Εργασίας, Πανεπιστήμιο Αιγαίου - ΤΜΟΔ.

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ

### ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α – ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ

#### ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΠΟΠ

Το παρόν Παράρτημα παρουσιάζει συγκριτικά Αποτελέσματα για το ΠΟΠ μεταξύ των υφιστάμενων αλγορίθμων της βιβλιογραφίας και του ΓΑ. Η μετρική  $E$  (*Efficiency*) αντιπροσωπεύει την ποσοστιαία διαφορά της καλύτερης ανταγωνιστικής λύσης σε σχέση με τη λύση του ΓΑ. Για παράδειγμα για  $E = +1.5\%$ , η καλύτερη ανταγωνιστική λύση υπερτερεί κατά 1,5% της λύσης του ΓΑ. Η παράμετρος  $T_{\max}$  αντιπροσωπεύει το χρόνο που έχουν στην διάθεση τους τα οχήματα του ΠΟΠ για την ολοκλήρωση του δρομολογίου τους. Η σταδιακή αύξηση του  $T_{\max}$  δημιουργεί κάθε φορά ένα νέο και πιο χαλαρό πρόβλημα στο οποίο τα οχήματα έχουν περισσότερο χρόνο στην διάθεση τους (και άρα μπορούν να εξυπηρετήσουν μεγαλύτερο αριθμό πελατών).

Συγκεκριμένα, οι πίνακες Α.1 έως Α.3 παρουσιάζουν τα Αποτελέσματα για το πρόβλημα 3 (31 πελάτες) με 2, 3 και 4 οχήματα αντίστοιχα. Στους Πίνακες αυτούς παρατηρούμε ότι ο ΓΑ καταφέρνει να βρει την βέλτιστη δημοσιευμένη λύση σε 42 από τα συνολικά 45

υποπροβλήματα. Παρομοίως, οι Πίνακες Α4 έως Α6 παρουσιάζουν τα Αποτελέσματα για το πρόβλημα 5 (64 πελάτες) με 2, 3 και 4 οχήματα αντίστοιχα. Στο σύνολο των υποπροβλημάτων αυτών, ο ΓΑ έχει πολύ καλή απόδοση με μέση τιμή απόκλισης 1,1% από τις καλύτερες δημοσιευμένες λύσεις του συνόλου των ανταγωνιστικών μεθόδων ενώ υπερτερεί κατά μέσο όρο 1,9% από τις χειρότερες δημοσιευμένες (σε σύγκριση με μεταερευτικές μεθόδους μόνον). Τέλος, οι Πίνακες Α7 έως Α9 παρουσιάζουν τα Αποτελέσματα για το πρόβλημα 4 (98 πελάτες) με 2, 3 και 4 οχήματα αντίστοιχα. Στο σύνολο των υποπροβλημάτων αυτών, ο ΓΑ έχει επίσης πολύ καλή απόδοση με μέση τιμή απόκλισης 1,7% από τις καλύτερες δημοσιευμένες λύσεις του συνόλου των ανταγωνιστικών μεθόδων ενώ υπερτερεί κατά μέσο όρο 2,5% από τις χειρότερες δημοσιευμένες (σε σύγκριση με μεταερευτικές μεθόδους μόνον).

Αξίζει να σημειωθεί ότι ο ΓΑ θέτει νέες λύσεις αναφοράς σε 3 προβλήματα καταφέροντας να υπερκεράσει τις καλύτερες δημοσιευμένες λύσεις στα προβλήματα 3.2.g, 4.2d και 4.3m. Η ακολουθία των κόμβων που παράγει τις λύσεις αναφοράς παρουσιάζεται στον πίνακα Α.10.

**Πίνακας Α.1 Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτεινόμενης Μεθόδου ΓΑ - Πρόβλημα 3 (31 πελάτες), 2 οχήματα**

$T_{\max}$	EXACT	SVF	ΓΑ	E (%)
15	<b>220</b>	N/A	<b>220</b>	0,0
17,5	<b>260</b>	<b>260</b>	<b>260</b>	0,0
20	<b>300</b>	<b>300</b>	<b>300</b>	0,0
22,5	360	360	<b>370</b>	-2,8
25	<b>410</b>	<b>410</b>	400	2,4
27,5	<b>460</b>	<b>460</b>	<b>460</b>	0,0
30	<b>510</b>	<b>510</b>	<b>510</b>	0,0
32,5	<b>550</b>	<b>550</b>	<b>550</b>	0,0
35	N/A	<b>620</b>	<b>620</b>	0,0
37,5	N/A	<b>660</b>	<b>660</b>	0,0
40	N/A	<b>690</b>	<b>690</b>	0,0
42,5	N/A	<b>720</b>	<b>720</b>	0,0
45	N/A	<b>760</b>	<b>760</b>	0,0
47,5	N/A	<b>790</b>	<b>790</b>	0,0
Μέση Σχετική Απόκλιση από ΓΑ	0%	0%		

Πίνακας Α.2 Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτειν. Μεθόδου - Πρόβλημα 3 (31 πελάτες), 3 οχήματα

$T_{\max}$	EXACT	SVF	ΓΑ	E (%)
13,3	230	N/A	230	0,0
15	270	N/A	270	0,0
16,7	300	N/A	300	0,0
18,3	330	N/A	330	0,0
20	380	N/A	380	0,0
21,7	440	440	440	0,0
23,3	480	480	480	0,0
25	520	520	520	0,0
26,7	570	570	550	3,5
28,3	590	590	590	0,0
30	640	640	640	0,0
31,7	680	680	680	0,0
33,3	710	N/A	710	0,0
35	N/A	720	720	0,0
36,7	N/A	760	760	0,0
Μέση Σχετική Απόκλιση από ΓΑ	0,3%	0,5%		

Πίνακας Α.3 Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτεινόμενης. Μεθόδου - Πρόβλημα 3 (31 πελάτες), 4 οχήματα

$T_{\max}$	EXACT	SVF	ΓΑ	E (%)
8,8	140	N/A	140	0,0
10	190	190	190	0,0
11,2	220	N/A	220	0,0
12,5	240	N/A	240	0,0
13,8	270	270	270	0,0
15	310	310	310	0,0
16,2	350	N/A	350	0,0
17,5	380	N/A	380	0,0
18,8	390	390	390	0,0
20	440	N/A	440	0,0
21,2	500	500	490	2,0
22,5	560	N/A	560	0,0
23,8	560	N/A	560	0,0
25	600	N/A	600	0,0
26,2	670	N/A	670	0,0

$T_{\max}$	EXACT	SVF	ΓΑ	E (%)
Μέση Σχετική Απόκλιση από ΓΑ	0,1%	0,3%		

Πίνακας Α.4 Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτεινόμενης Μεθόδου - Πρόβλημα 5 (64 πελάτες), 2 οχήματα

$T_{\max}$	TMH	SVF	GLS	ASe	SPR	ΓΑ	E (%)
12,5	-	-	-	-	-	180	-
15	-	-	-	-	-	240	-
17,5	-	-	-	-	-	320	-
20	<b>410</b>	<b>410</b>	385	<b>410</b>	<b>410</b>	390	4,9
22,5	-	-	-	-	-	480	-
25	560	<b>580</b>	<b>580</b>	<b>580</b>	<b>580</b>	570	1,7
27,5	<b>670</b>	<b>670</b>	665	<b>670</b>	<b>670</b>	<b>670</b>	0,0
30	770	<b>800</b>	760	<b>800</b>	<b>800</b>	<b>800</b>	0,0
32,5	<b>860</b>	<b>860</b>	830	<b>860</b>	<b>860</b>	<b>860</b>	0,0
35	920	<b>925</b>	920	<b>925</b>	<b>925</b>	<b>925</b>	0,0
37,5	975	<b>1020</b>	1010	<b>1020</b>	<b>1020</b>	990	2,9
40	1090	<b>1150</b>	1030	<b>1150</b>	<b>1150</b>	<b>1150</b>	0,0
42,5	1185	<b>1195</b>	1145	<b>1195</b>	<b>1195</b>	1185	0,8
45	<b>1260</b>	<b>1260</b>	1225	<b>1260</b>	<b>1260</b>	<b>1260</b>	0,0
47,5	1310	<b>1340</b>	1325	<b>1340</b>	<b>1340</b>	1305	2,6
50	1380	<b>1400</b>	1360	<b>1400</b>	<b>1400</b>	1365	2,5
52,5	1445	<b>1460</b>	<b>1460</b>	<b>1460</b>	<b>1460</b>	1450	0,7
55	1500	<b>1505</b>	1500	<b>1505</b>	<b>1505</b>	1495	0,7
57,5	<b>1560</b>	<b>1560</b>	<b>1560</b>	<b>1560</b>	<b>1560</b>	<b>1560</b>	0,0
60	<b>1610</b>	<b>1610</b>	<b>1610</b>	<b>1610</b>	<b>1610</b>	1595	0,9
62,5	1630	1635	1630	<b>1645</b>	<b>1645</b>	<b>1645</b>	0,0
65	1665	1670	<b>1680</b>	<b>1680</b>	<b>1680</b>	<b>1680</b>	0,0
Μέση Σχετική Απόκλιση από ΓΑ	-0,4%	0,9%	-1,3%	1,0%	1,0%		

Πίνακας Α.5 Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτειν. Μεθόδου - Πρόβλημα 5 (64 πελάτες), 3 οχήματα

$T_{\max}$	TMH	SVF	GLS	ASe	SPR	ΓΑ	E (%)
13,3	-	-	-	-	-	260	-
15	-	-	-	-	-	335	-
16,7	-	-	-	-	-	470	-

$T_{\max}$	TMH	SVF	GLS	ASe	SPR	ΓΑ	E (%)
18,3	<b>495</b>	<b>495</b>	470	<b>495</b>	<b>495</b>	<b>495</b>	0,0
20	575	<b>595</b>	545	<b>595</b>	<b>595</b>	585	1,7
21,7	-	-	-	-	-	650	-
23,3	<b>755</b>	<b>755</b>	720	<b>755</b>	<b>755</b>	<b>755</b>	0,0
25	835	<b>870</b>	<b>870</b>	<b>870</b>	<b>870</b>	830	4,6
26,7	-	-	-	-	-	990	-
28,3	1065	<b>1070</b>	1045	<b>1070</b>	<b>1070</b>	1065	0,5
30	1115	<b>1125</b>	1090	<b>1125</b>	<b>1125</b>	1120	0,4
31,7	1175	<b>1190</b>	1145	<b>1190</b>	<b>1190</b>	<b>1190</b>	0,0
33,3	1240	<b>1260</b>	1240	<b>1260</b>	<b>1260</b>	1255	0,4
35	1330	<b>1345</b>	1305	<b>1345</b>	<b>1345</b>	1340	0,4
36,7	1410	<b>1425</b>	<b>1425</b>	<b>1425</b>	<b>1425</b>	1420	0,4
38,3	1465	<b>1485</b>	1460	<b>1485</b>	<b>1485</b>	1465	1,3
40	1530	<b>1555</b>	1520	1540	1550	1525	1,9
41,7	1580	<b>1595</b>	1590	1590	1590	1580	0,9
43,3	<b>1635</b>	<b>1635</b>	<b>1635</b>	<b>1635</b>	<b>1635</b>	<b>1635</b>	0,0
Μέση Σχετική Απόκλιση από ΓΑ	-0,5%	0,7%	-2,1%	0,6%	0,6%		

Πίνακας Α.6 Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτεινόμενης. Μεθόδου - Πρόβλημα 5 (64 πελάτες), 4 οχήματα

$T_{\max}$	TMH	SVF	GLS	ASe	SPR	ΓΑ	E (%)
16,2	<b>555</b>	<b>555</b>	<b>550</b>	<b>555</b>	<b>555</b>	<b>555</b>	0,0
17,5	-	-	-	-	-	620	-
18,8	680	<b>690</b>	680	<b>690</b>	<b>690</b>	<b>690</b>	0,0
20	760	<b>765</b>	760	<b>765</b>	760	760	0,7
21,2	<b>860</b>	<b>860</b>	830	<b>860</b>	<b>860</b>	<b>860</b>	0,0
22,5	<b>960</b>	<b>960</b>	890	<b>960</b>	<b>960</b>	<b>960</b>	0,0
23,8	1000	<b>1030</b>	1020	<b>1030</b>	1025	1000	2,9
25	1100	<b>1160</b>	<b>1160</b>	<b>1160</b>	<b>1160</b>	1110	4,3
26,2	1275	<b>1300</b>	<b>1300</b>	<b>1300</b>	<b>1300</b>	1235	5,0
27,5	1310	<b>1320</b>	1245	<b>1320</b>	<b>1320</b>	1270	3,8
28,8	1380	<b>1390</b>	1330	<b>1390</b>	<b>1390</b>	1380	0,7
30	1410	<b>1450</b>	1410	<b>1450</b>	<b>1450</b>	1420	2,1
31,2	<b>1520</b>	<b>1520</b>	1485	<b>1520</b>	<b>1520</b>	1510	0,7
32,5	1575	<b>1620</b>	1590	<b>1620</b>	<b>1620</b>	1610	0,6
Μέση Σχετική	0,3%	1,7%	-0,9%	1,7%	1,6%		

$T_{\max}$	TMH	SVF	GLS	ASe	SPR	ΓΑ	E (%)
Απόκλιση από ΓΑ							

Πίνακας Α.7 Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτεινόμενης Μεθόδου - πρόβλημα 4 (98 πελάτες), 2 οχήματα

$T_{\max}$	TMH	SVF	GLS	ASe	SPR	ΓΑ	E (%)
40	517	526	531	531	531	<b>533</b>	-0,4
45	593	<b>618</b>	602	<b>618</b>	<b>618</b>	<b>618</b>	0,0
50	666	<b>687</b>	651	<b>687</b>	<b>687</b>	679	1,2
55	749	753	734	<b>757</b>	<b>757</b>	756	0,1
60	827	<b>835</b>	797	827	<b>835</b>	814	2,5
65	915	<b>918</b>	826	<b>918</b>	<b>918</b>	865	5,8
70	914	962	939	<b>965</b>	<b>965</b>	960	0,5
75	963	<b>1022</b>	994	<b>1022</b>	<b>1022</b>	973	4,8
80	1022	<b>1074</b>	1051	1071	<b>1074</b>	1026	4,5
85	1089	<b>1132</b>	1051	1130	<b>1132</b>	1090	3,7
90	1150	1171	1117	1168	<b>1173</b>	1123	4,3
95	1175	<b>1218</b>	1191	1215	<b>1218</b>	1211	0,6
100	1208	1241	1214	<b>1242</b>	<b>1242</b>	1239	0,2
105	1255	1263	1248	1263	1263	1253	0,9
110	1277	1286	1267	<b>1288</b>	1286	1281	0,5
115	1294	1301	1286	<b>1304</b>	1296	1296	0,6
120	<b>1306</b>	<b>1306</b>	1294	<b>1306</b>	<b>1306</b>	1304	0,2
Μέση Σχετική Απόκλιση από ΓΑ	-0,8%	1,6%	-1,5%	1,6%	1,7%		

Πίνακας Α.8 Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτεινόμενης Μεθόδου - πρόβλημα 4 (98 πελάτες), 3 οχήματα

$T_{\max}$	TMH	SVF	GLS	ASe	SPR	ΓΑ	E (%)
43,3	785	807	806	796	<b>809</b>	808	0,1
46,6	860	<b>861</b>	826	<b>861</b>	<b>861</b>	855	0,7
50	906	<b>919</b>	864	918	918	901	2,0
53,3	951	978	960	<b>979</b>	<b>979</b>	974	0,5
56,6	1005	<b>1063</b>	1030	1053	<b>1063</b>	<b>1064</b>	-0,1
60	1119	<b>1121</b>	1113	<b>1121</b>	1120	1113	0,7
63,3	1151	1170	1121	1170	1170	1128	3,8
66,6	1218	<b>1222</b>	1190	1221	1220	1160	5,1
70	1249	1251	1210	1252	<b>1253</b>	1222	2,5
73,3	1265	<b>1272</b>	1239	1267	<b>1272</b>	1241	2,4

$T_{max}$	TMH	SVF	GLS	ASe	SPR	ΓΑ	E (%)
76,6	1282	<b>1293</b>	1279	<b>1293</b>	1287	1266	2,2
80	1288	1304	1290	<b>1305</b>	1299	1291	1,1
Μέση Σχετική Απόκλιση από ΓΑ	-0,5%	1,0%	-1,6%	0,8%	0,9%		

Πίνακας Α.9 Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτεινόμενης Μεθόδου - πρόβλημα 4 (98 πελάτες), 4 οχήματα

$T_{max}$	TMH	SVF	GLS	ASe	SPR	ΓΑ	E (%)
22,5	182	<b>183</b>	<b>183</b>	<b>183</b>	<b>183</b>	<b>183</b>	0,0
25	315	<b>324</b>	312	<b>324</b>	<b>324</b>	<b>324</b>	0,0
27,5	453	<b>461</b>	<b>461</b>	<b>461</b>	<b>461</b>	<b>461</b>	0,0
30	554	<b>571</b>	565	<b>571</b>	<b>571</b>	<b>571</b>	0,0
32,5	627	<b>657</b>	<b>657</b>	<b>657</b>	<b>657</b>	<b>657</b>	0,0
35	<b>732</b>	<b>732</b>	691	<b>732</b>	<b>732</b>	704	3,8
37,5	819	<b>821</b>	815	<b>821</b>	<b>821</b>	818	0,4
40	875	<b>880</b>	852	<b>880</b>	879	876	0,5
42,5	910	<b>919</b>	910	918	<b>919</b>	904	1,6
45	<b>977</b>	968	942	961	969	966	1,1
47,5	1014	<b>1061</b>	937	1036	1057	1028	3,1
50	1056	1120	1091	1111	<b>1122</b>	-	-
52,5	1124	<b>1161</b>	1106	1145	1160	-	-
55	1165	1203	1148	1200	<b>1213</b>	-	-
57,5	1243	<b>1255</b>	1242	1249	1250	1182	6,1
60	1255	1279	1250	<b>1281</b>	1280	1250	2,7
Μέση Σχετική Απόκλιση από ΓΑ	-0,6%	1,0%	-1,8%	0,7%	0,9%		

Πίνακας Α.10 Νέες λύσεις αναφοράς στα προβλήματα ΠΟΠ

Πρόβλημα	Συμβολοσειρά λύσης
3.2.g	V1 26 19 16 12 2 22 DEPOT V2 23 21 6 4 27 13 3 5 1 31 DEPOT
4.2.d	V1 23 7 14 9 81 29 79 10 69 80 22 88 17 39 62 55 82 DEPOT V2 96 50 3 86 92 18 63 84 60 98 6 76 78 24 DEPOT
4.3.m	V1 96 41 86 92 3 50 47 23 7 34 43 87 94 18 63 84 60 98 6 76 49 89 DEPOT V2 30 57 72 77 27 95 37 61 91 25 46 5 13 1 90 75 12 17 39 62 55 82 DEPOT V3 14 67 9 79 81 29 53 42 51 59

Πρόβλημα	Συμβολοσειρά λύσης
	28 38 20 26 32 10 69 80 22 88 48 19 31 8 45 74 78 24 DEPOT

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β – ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ

### ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΠΑΚΟ

Το παρόν παράρτημα παρουσιάζει συγκριτικά Αποτελέσματα επίλυσης του ΠΑΚΟ με τους προτεινόμενους αλγορίθμους ΣΑ και ΓΑ. Η μετρική  $E$  (Efficiency) αντιπροσωπεύει την μέση ποσοστιαία διαφορά της λύσης του ΣΑ σε σχέση με τη λύση του ΓΑ. Αν για παράδειγμα,  $E = -1,5\%$ , τότε η λύση του ΣΑ υπερτερεί κατά 1,5% από τη λύση του ΓΑ. Η μετρική  $T_{\max}$  αντιπροσωπεύει το χρόνο που έχουν στην διάθεση τους τα οχήματα του ΠΑΚΟ για την ολοκλήρωση του δρομολογίου τους. Η σταδιακή αύξηση του  $T_{\max}$  δημιουργεί κάθε φορά ένα νέο και πιο χαλαρό πρόβλημα στο οποίο τα οχήματα έχουν περισσότερο χρόνο στην διάθεση τους (και άρα μπορούν να εξυπηρετήσουν μεγαλύτερο αριθμό πελατών).

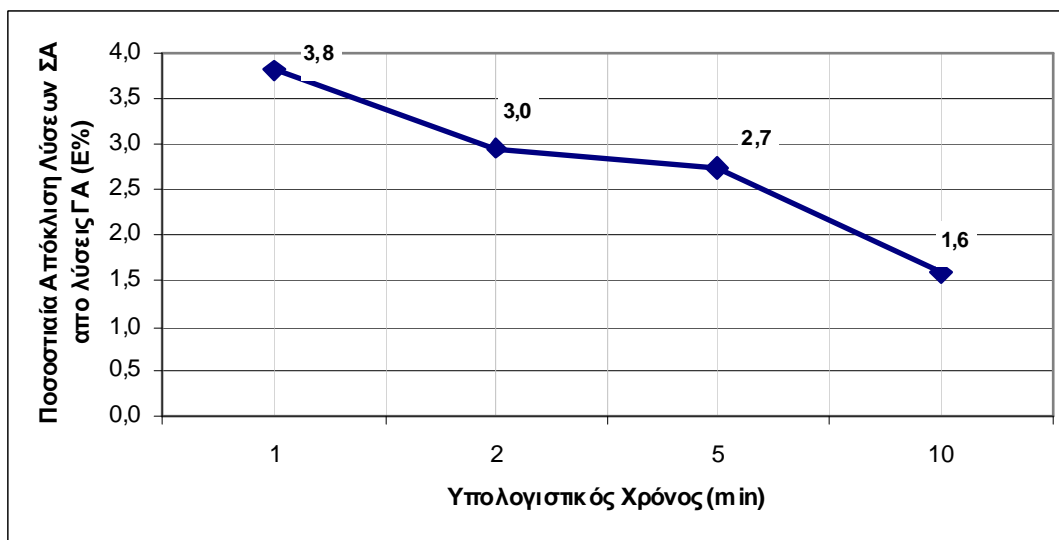
Οι Πίνακες Β.1 έως Β.3 παρουσιάζουν τα Αποτελέσματα για το πρόβλημα 3 (31 πελάτες) με 2, 3 και 4 οχήματα, αντίστοιχα. Στους Πίνακες αυτούς παρατηρούμε ότι ο ΓΑ υπερτερεί του ΣΑ κατά μέσο όρο 0,7% (στην λύση με υπολογιστικό χρόνο 10 min). Η απόκλιση του ΣΑ σε σχέση με την απόδοση του ΓΑ για το πρόβλημα 3 συνοψίζεται και στα Σχήματα Β1 έως Β3. Στα Σχήματα αυτά παρουσιάζεται η μέση απόκλιση του ΣΑ με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους 1, 2, 5 και 10 min σε σχέση με την απόδοση του ΓΑ για όλα τα χρονικά υποπροβλήματα (διαφορετικό  $T_{\max}$ ) του προβλήματος 3.

Παρομοίως, οι Πίνακες Β4 έως Β6 παρουσιάζουν τα Αποτελέσματα για το πρόβλημα 5 (64 πελάτες) με 2, 3 και 4 οχήματα αντίστοιχα. Στους Πίνακες αυτούς παρατηρούμε ότι ΓΑ υπερτερεί του ΣΑ κατά μέσο όρο 1,9% (στην λύση των 10 min). Η απόκλιση του ΣΑ σε σχέση με την απόδοση του ΓΑ για το πρόβλημα 5 συνοψίζεται και στα Σχήματα Β4 έως Β6. Στα Σχήματα αυτά παρουσιάζεται η μέση απόκλιση του ΣΑ με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους 1, 2, 5 και 10 min σε σχέση με την απόδοση του ΓΑ για όλα τα χρονικά υποπροβλήματα (διαφορετικό  $T_{\max}$ ) του προβλήματος 5.

Τέλος, οι Πίνακες Β7 έως Β9 παρουσιάζουν τα Αποτελέσματα για το πρόβλημα 4 (98 πελάτες) με 2, 3 και 4 οχήματα αντίστοιχα. Στους Πίνακες αυτούς παρατηρούμε ότι ΓΑ υπερτερεί του ΣΑ κατά μέσο όρο 3,0% (στην λύση των 10 min). Η απόκλιση του ΣΑ σε σχέση με την απόδοση του ΓΑ για το πρόβλημα 4 συνοψίζεται και στα Σχήματα Β7 έως Β9. Στα Σχήματα αυτά παρουσιάζεται η μέση απόκλιση του ΣΑ με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους 1, 2, 5 και 10 min σε σχέση με την απόδοση του ΓΑ για όλα τα χρονικά υποπροβλήματα (διαφορετικό  $T_{\max}$ ) του προβλήματος 4.

**Πίνακας Β.1 Συγκριτικά Αποτελέσματα –ΣΑ και ΓΑ. Πρόβλημα 3 (31 πελάτες), 2 οχήματα**

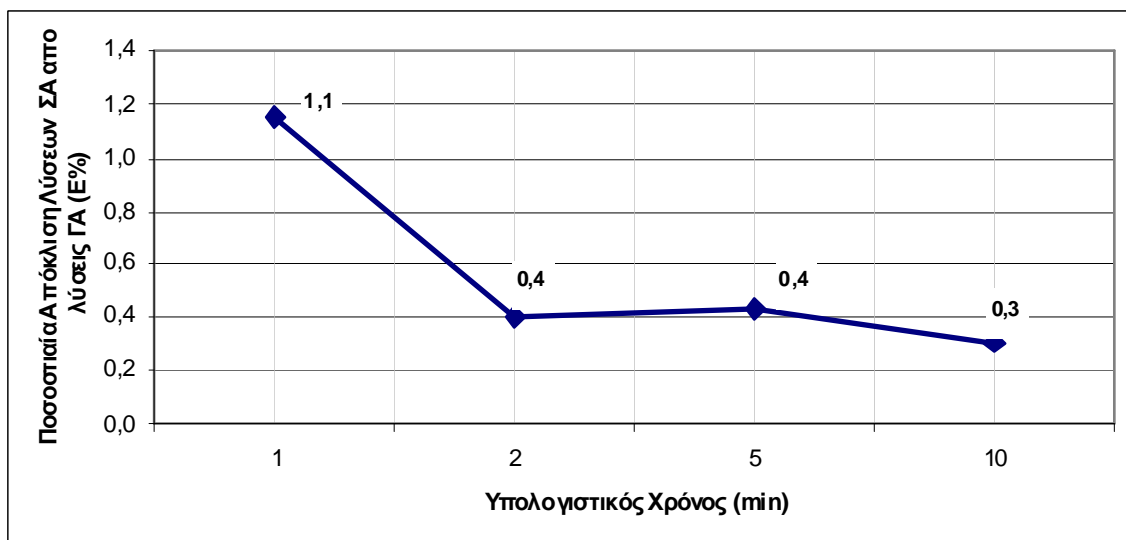
$T_{\max}$	Στοχαστικός Αλγόριθμος (ΣΑ) Λύση με Υπολογιστικό Χρόνο:				ΓΑ	E(%) ΓΑ-max(ΣΑ)
	1 min	2 min	5 min	10 min		
17,5	<b>200</b>	<b>200</b>	<b>200</b>	<b>200</b>	<b>200</b>	0,0
20	<b>260</b>	<b>260</b>	<b>260</b>	<b>260</b>	<b>260</b>	0,0
22,5	<b>290</b>	<b>290</b>	<b>290</b>	<b>290</b>	<b>290</b>	0,0
25	330	340	340	340	<b>350</b>	2,9
27,5	370	370	370	370	<b>390</b>	5,1
30	390	<b>400</b>	390	<b>400</b>	<b>400</b>	0,0
32,5	<b>430</b>	<b>430</b>	<b>430</b>	<b>430</b>	<b>430</b>	0,0
35	460	460	<b>470</b>	<b>470</b>	<b>470</b>	0,0
37,5	470	490	480	470	<b>500</b>	2,0
40	490	500	500	<b>510</b>	510	0,0
42,5	520	520	520	520	<b>540</b>	3,7
45	540	540	550	560	<b>580</b>	3,4
47,5	560	570	570	570	<b>590</b>	3,4
50	580	590	600	600	<b>620</b>	3,2
52,5	610	620	630	620	<b>640</b>	1,6
55	630	640	630	<b>690</b>	<b>690</b>	0,0
Μέση Σχετική Διαφορά με ΓΑ	3,8%	3,0%	2,7%	1,6%	-	



Σχήμα Β.1 Μέση διαφορά ΣΑ -με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους- σε σχέση με ΓΑ για το πρόβλημα 3 (31 πελάτες) με δύο ενεργά οχήματα

Πίνακας Β.2 Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτεινόμενης Μεθόδου - ΠΑΚΟ πρόβλημα 3 (31 πελάτες), 3 οχήματα

$T_{\max}$	Στοχαστικός Αλγόριθμος (ΣΑ) Τελική λύση μετά από:				ΓΑ	E(%) ΓΑ-max(ΣΑ)
	1 min	2 min	5 min	10 min		
11,7	150	150	150	150	150	0,0
13,3	180	180	180	180	180	0,0
15	200	200	200	200	200	0,0
16,7	250	250	250	250	250	0,0
18,3	280	280	280	280	280	0,0
20	320	320	320	320	320	0,0
21,7	320	330	330	330	330	0,0
23,3	340	340	340	340	340	0,0
25	380	390	380	380	390	0,0
26,7	380	390	390	390	390	0,0
28,3	420	420	420	410	420	0,0
30	420	420	420	420	420	0,0
31,7	440	440	440	450	450	0,0
33,3	460	460	470	480	480	0,0
35	490	490	490	490	490	0,0
36,7	500	520	520	520	520	0,0
Μέση Σχετική Διαφορά με ΓΑ	1,1%	0,4%	0,4%	0,3%	-	



Σχήμα Β.2 Μέση διαφορά ΣΑ -με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους- σε σχέση με ΓΑ για το πρόβλημα 3 (31 πελάτες) με τρία ενεργά οχήματα

Πίνακας Β.3 Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτεινόμενης Μεθόδου - ΠΑΚΟ πρόβλημα 3 (31 πελάτες), 4 οχήματα

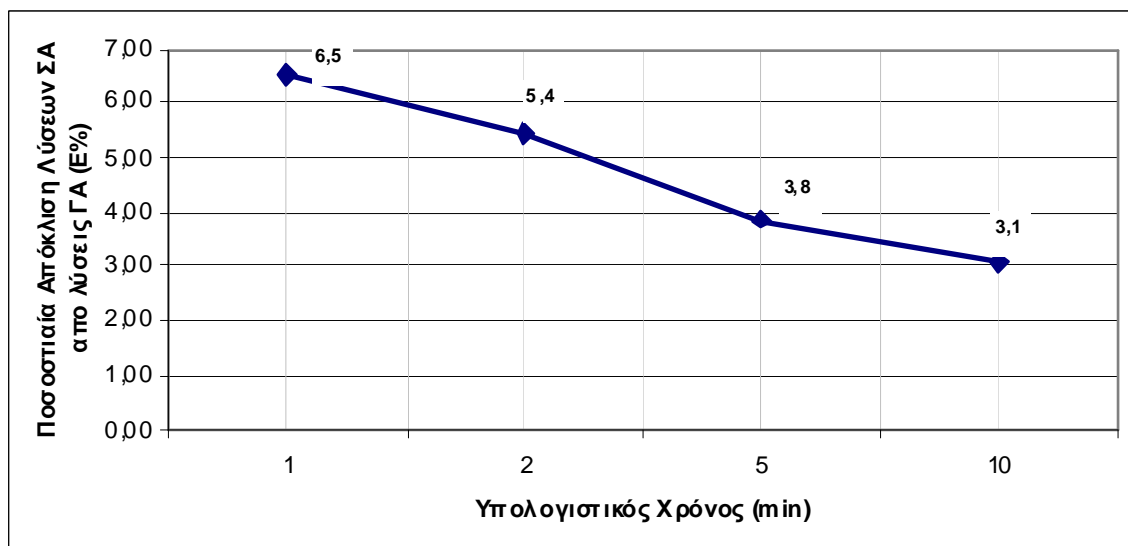
$T_{\max}$	Στοχαστικός Αλγόριθμος (ΣΑ) Τελική λύση μετά από:				ΓΑ	E(%) ΓΑ-max(ΣΑ)
	1 min	2 min	5 min	10 min		
8,8	150	150	150	150	150	0,0
10	180	180	180	180	180	0,0
11,2	200	200	200	200	200	0,0
12,5	250	250	250	250	250	0,0
13,8	280	280	280	280	280	0,0
15	320	320	320	320	320	0,0
16,2	320	330	330	330	330	0,0
17,5	340	340	340	340	340	0,0
18,8	380	390	380	380	390	0,0
20	380	390	390	390	390	0,0
21,2	420	420	420	410	420	0,0
22,5	420	420	420	420	420	0,0
23,8	440	440	440	450	450	2,6
25	460	460	470	480	480	2,4
26,2	490	490	490	490	490	0,0
27,5	500	520	520	520	520	0,0
<b>Μέση Σχετική Διαφορά με ΓΑ</b>	2,0%	1,5%	1,1%	0,3%	-	



Σχήμα Β.3 Μέση διαφορά ΣΑ - με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους- σε σχέση με ΓΑ για το πρόβλημα 3 (31 πελάτες) με τέσσερα ενεργά οχήματα

Πίνακας Β.4 Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτεινόμενης Μεθόδου - ΠΑΚΟ πρόβλημα 5 (64 πελάτες), 2 οχήματα

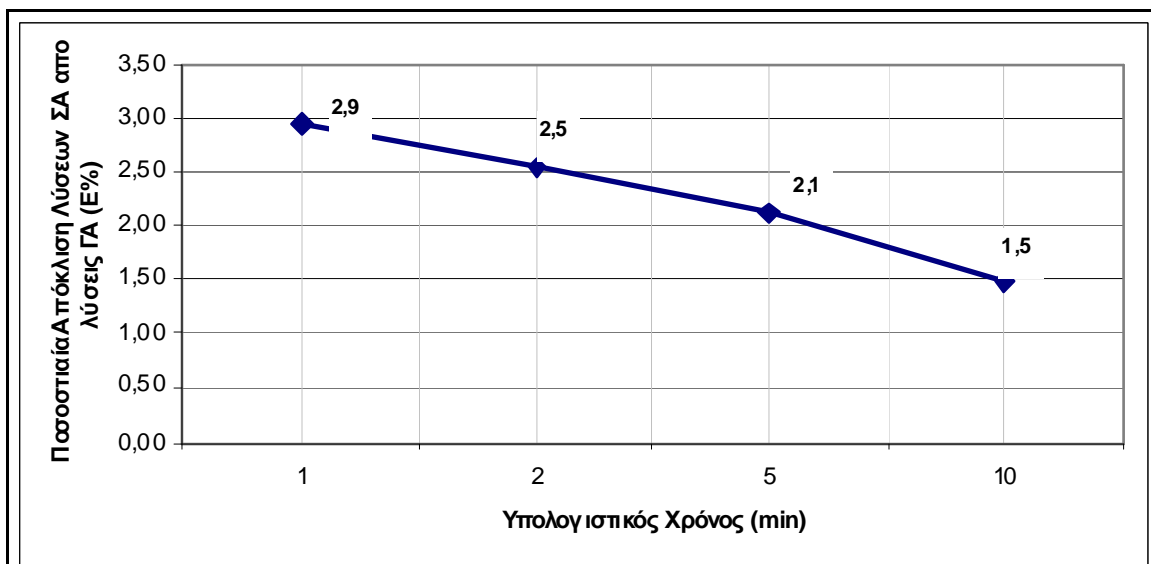
$T_{\max}$	Στοχαστικός Αλγόριθμος (ΣΑ) Τελική λύση μετά από:				ΓΑ	E(%) ΓΑ-max(ΣΑ)
	1 min	2 min	5 min	10 min		
12,5	<b>120</b>	<b>120</b>	<b>120</b>	<b>120</b>	<b>120</b>	0,0
15	<b>160</b>	<b>160</b>	<b>160</b>	<b>160</b>	<b>160</b>	0,0
17,5	230	225	225	230	<b>250</b>	8,0
20	285	295	295	295	<b>305</b>	3,3
22,5	365	365	375	375	<b>385</b>	2,6
25	425	430	430	430	<b>450</b>	4,4
27,5	460	460	460	460	<b>480</b>	4,2
30	510	510	520	510	<b>530</b>	1,9
32,5	590	550	565	580	<b>590</b>	0,0
35	605	615	615	620	<b>650</b>	4,6
37,5	635	665	685	685	<b>690</b>	0,7
40	695	735	735	735	<b>755</b>	2,6
42,5	740	760	770	770	<b>785</b>	1,9
45	770	780	805	805	<b>835</b>	3,6
47,5	860	835	870	840	<b>910</b>	4,4
50	885	<b>945</b>	930	925	<b>945</b>	0,0
52,5	875	910	960	<b>1000</b>	<b>1000</b>	0,0
55	955	975	1010	1005	<b>1060</b>	4,7
57,5	990	1045	1070	1095	1120	2,2
60	1080	1080	1095	1155	<b>1185</b>	2,5
62,5	1145	1105	1165	1215	<b>1235</b>	1,6
65	1130	1165	1190	1220	<b>1285</b>	5,1
Μέση Σχετική Διαφορά με ΓΑ	6,5%	5,4%	3,8%	3,1%	-	



Σχήμα Β.4 Μέση διαφορά ΣΑ -με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους- σε σχέση με ΓΑ για το πρόβλημα 5 (64 πελάτες) με δύο ενεργά οχήματα

Πίνακας Β.5 Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτεινόμενης Μεθόδου - ΠΑΚΟ πρόβλημα 5 (64 πελάτες), 3 οχήματα

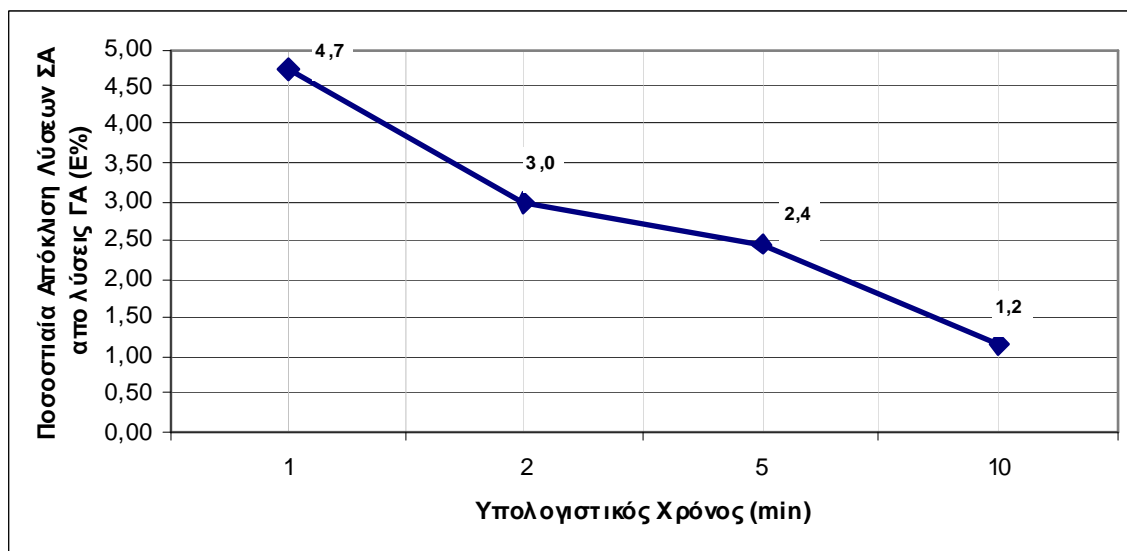
$T_{\max}$	Στοχαστικός Αλγόριθμος (ΣΑ) Τελική λύση μετά από:				ΓΑ	E(%) ΓΑ-max(ΣΑ)
	1 min	2 min	5 min	10 min		
8,3	<b>50</b>	<b>50</b>	<b>50</b>	<b>50</b>	<b>50</b>	0,0
10	<b>70</b>	<b>70</b>	<b>70</b>	<b>70</b>	<b>70</b>	0,0
11,7	<b>115</b>	<b>115</b>	<b>115</b>	<b>115</b>	<b>115</b>	0,0
13,3	135	135	135	135	<b>140</b>	3,6
15	<b>175</b>	<b>175</b>	<b>175</b>	<b>175</b>	<b>175</b>	0,0
16,7	<b>250</b>	<b>250</b>	<b>250</b>	<b>250</b>	<b>250</b>	0,0
18,3	270	270	<b>280</b>	<b>280</b>	<b>280</b>	0,0
20	345	345	345	345	<b>355</b>	2,8
21,7	395	405	405	410	<b>415</b>	1,2
23,3	480	465	475	480	<b>490</b>	2,0
25	<b>570</b>	<b>570</b>	<b>570</b>	<b>570</b>	<b>570</b>	0,0
26,7	570	570	585	585	<b>605</b>	3,3
28,3	615	635	635	640	<b>660</b>	3,0
30	695	710	730	715	<b>740</b>	1,4
31,7	715	715	715	740	<b>750</b>	1,3
33,3	765	780	755	780	<b>810</b>	3,7
35	800	815	790	810	<b>820</b>	0,6
36,7	835	825	855	865	<b>875</b>	1,1
Μέση Σχετική Διαφορά με ΓΑ	<b>2,9%</b>	<b>2,5%</b>	<b>2,1%</b>	<b>1,5%</b>		



Σχήμα Β.5 Μέση διαφορά ΣΑ -με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους- σε σχέση με ΓΑ για το πρόβλημα 5 (64 πελάτες) με τρία ενεργά οχήματα

Πίνακας Β.6. Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτεινόμενης Μεθόδου - ΠΑΚΟ πρόβλημα 5 (64 πελάτες), 4 οχήματα

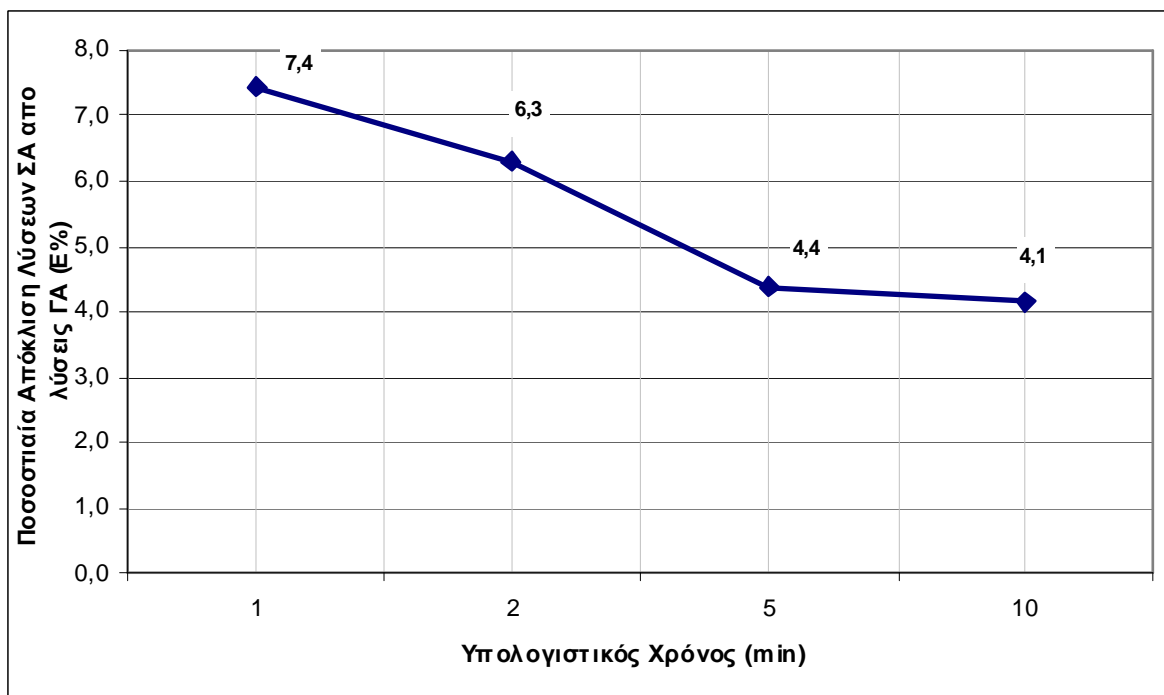
$T_{\max}$	Στοχαστικός Αλγόριθμος (ΣΑ) Τελική λύση μετά από:				ΓΑ	E(%) ΓΑ-max(ΣΑ)
	1 min	2 min	5 min	10 min		
6,2	<b>170</b>	<b>170</b>	<b>170</b>	<b>170</b>	<b>170</b>	0,0
7,5	190	190	<b>195</b>	<b>195</b>	<b>195</b>	0,0
8,8	230	235	<b>245</b>	<b>245</b>	<b>245</b>	0,0
10	270	275	270	270	<b>280</b>	1,8
11,2	305	315	320	320	<b>325</b>	1,5
12,5	340	345	345	<b>380</b>	370	-2,7
13,8	405	425	405	<b>435</b>	<b>435</b>	0,0
15	465	455	465	455	<b>475</b>	2,1
16,2	470	495	500	520	<b>535</b>	2,8
17,5	510	560	580	570	<b>595</b>	2,5
18,8	615	630	630	650	<b>675</b>	3,7
<b>Μέση Σχετική Διαφορά με ΓΑ</b>	<b>4,7%</b>	<b>3,0%</b>	<b>2,4%</b>	<b>1,2%</b>	-	



Σχήμα Β.6 Μέση διαφορά ΣΑ -με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους- σε σχέση με ΓΑ για το πρόβλημα 5 (64 πελάτες) με τέσσερα ενεργά οχήματα

Πίνακας Β.7 Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτεινόμενης Μεθόδου - ΠΑΚΟ πρόβλημα 4 (98 πελάτες), 2 οχήματα

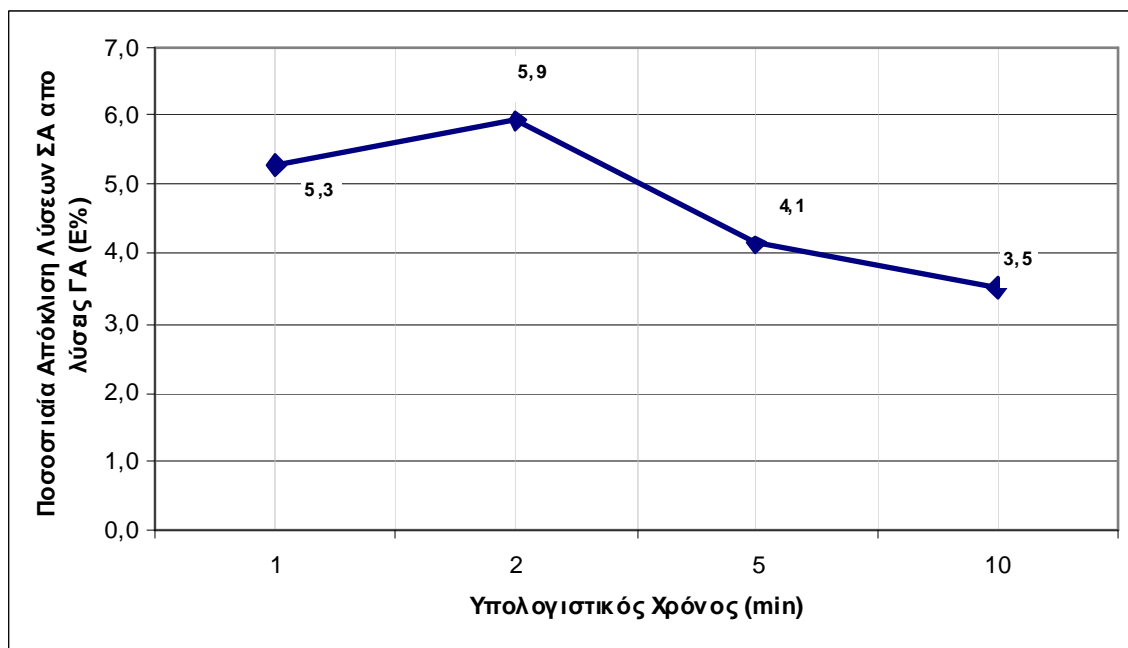
$T_{max}$	Στοχαστικός Αλγόριθμος (ΣΑ) Τελική λύση μετά από:				ΓΑ	E(%) ΓΑ-max(ΣΑ)
	1 min	2 min	5 min	10 min		
45	364	372	<b>396</b>	375	<b>396</b>	0,0
50	397	434	<b>444</b>	433	442	-0,5
55	443	476	469	489	<b>490</b>	0,2
60	512	513	<b>524</b>	522	523	-0,2
65	557	549	569	561	<b>598</b>	4,8
70	632	590	586	610	<b>634</b>	0,3
75	637	629	631	638	<b>669</b>	4,6
80	699	653	674	682	<b>726</b>	3,7
85	701	701	719	736	<b>771</b>	4,5
90	769	783	759	772	<b>817</b>	4,2
95	761	790	801	804	<b>861</b>	6,6
100	799	848	838	853	<b>887</b>	3,8
105	862	835	905	902	<b>924</b>	2,1
110	846	937	940	920	<b>967</b>	2,8
115	958	882	975	950	<b>1020</b>	4,4
120	919	984	976	1001	<b>1034</b>	3,2
<b>Μέση Σχετική Διαφορά</b>	<b>7,4%</b>	<b>6,3%</b>	<b>4,4%</b>	<b>4,1%</b>	-	



Σχήμα Β.7 Μέση διαφορά της ποιότητας λύσης του ΣΑ (με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους) σε σχέση με τη λύση του ΓΑ για το πρόβλημα 4 (98 πελάτες) με δύο ενεργά οχήματα

Πίνακας Β.8 Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτεινόμενης Μεθόδου - ΠΑΚΟ πρόβλημα 4 (98 πελάτες), 3 οχήματα

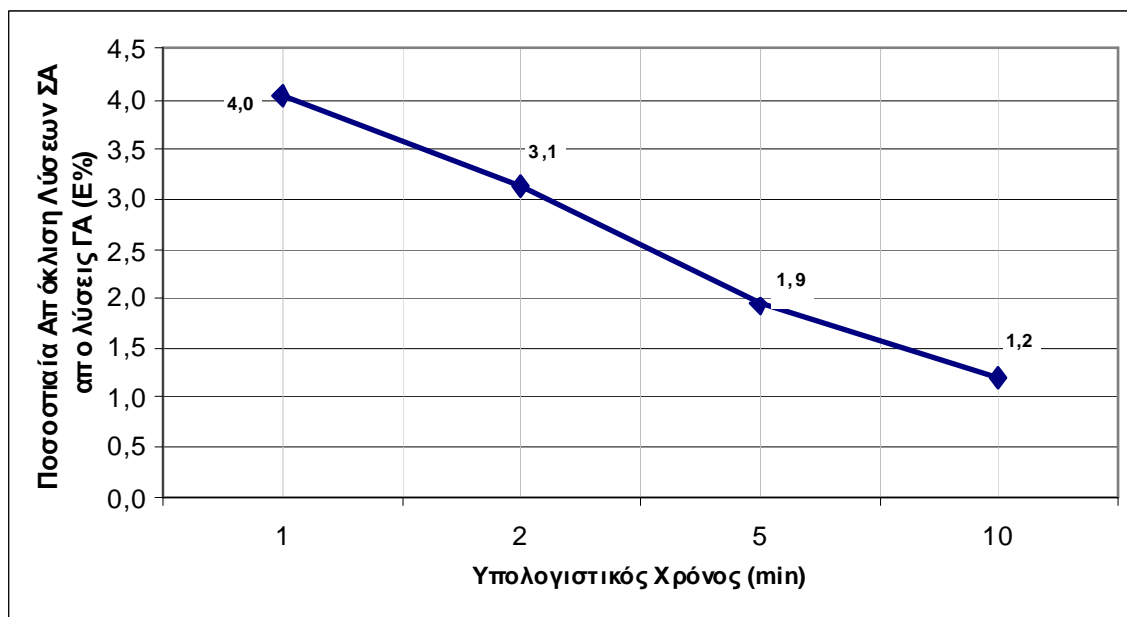
$T_{max}$	Στοχαστικός Αλγόριθμος (ΣΑ) Τελική λύση μετά από:				ΓΑ	E(%) ΓΑ-max(ΣΑ)
	1 min	2 min	5 min	10 min		
30	<b>288</b>	<b>288</b>	<b>288</b>	<b>288</b>	<b>288</b>	0,0
33,3	339	346	339	346	<b>350</b>	1,1
36,6	382	375	375	382	<b>389</b>	1,8
40	412	415	411	424	<b>426</b>	0,5
43,3	451	449	<b>464</b>	454	461	-0,7
46,6	501	486	506	489	<b>510</b>	0,8
50	<b>550</b>	523	521	523	<b>550</b>	0,0
53,3	555	547	582	567	<b>593</b>	1,9
56,6	601	586	619	626	<b>642</b>	2,5
60	643	631	631	647	<b>688</b>	6,0
63,3	678	655	<b>715</b>	675	714	-0,1
66,6	688	681	693	737	<b>753</b>	2,1
70	755	720	755	774	<b>811</b>	4,6
73,3	755	786	769	814	<b>843</b>	3,4
76,6	744	844	816	812	<b>888</b>	5,0
80	852	818	861	861	<b>909</b>	5,3
Μέση Σχετική Διαφορά	5,3%	5,9%	4,1%	3,5%	-	



Σχήμα Β.8 Μέση διαφορά ΣΑ -με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους- σε σχέση με ΓΑ για το πρόβλημα 4 (98 πελάτες) με τρία ενεργά οχήματα

Πίνακας Β.9 Συγκριτικά Αποτελέσματα Προτεινόμενης Μεθόδου - ΠΑΚΟ πρόβλημα 4 (98 πελάτες), 4 οχήματα

$T_{max}$	Στοχαστικός Αλγόριθμος (ΣΑ) Τελική λύση μετά από:				ΓΑ	E(%) ΓΑ-max(ΣΑ)
	1 min	2 min	5 min	10 min		
22,5	85	85	85	85	85	0,0
25	153	153	153	153	153	0,0
27,5	241	254	254	254	254	0,0
30	315	315	331	331	331	0,0
32,5	351	361	364	358	366	0,5
35	396	408	413	408	416	0,7
37,5	429	447	451	451	463	2,6
40	470	499	503	512	519	1,3
42,5	541	538	547	553	556	0,5
45	562	568	573	586	590	0,7
47,5	641	617	627	629	648	1,1
50	650	652	655	661	664	0,5
52,5	670	663	673	682	691	1,3
55	684	684	701	709	721	1,7
57,5	711	712	718	740	749	1,2
60	750	737	749	772	791	2,4
<b>Μέση Σχετική Διαφορά</b>	<b>4,0%</b>	<b>3,1%</b>	<b>1,9%</b>	<b>1,2%</b>	-	



Σχήμα Β.9 Μέση διαφορά SA -με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους- σε σχέση με GA για το πρόβλημα 4 (98 πελάτες) με τέσσερα ενεργά οχήματα

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ – ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ

### ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΠΑΚΟ-ΚΠ

Το παρόν Παράρτημα παρουσιάζει Αποτελέσματα επίλυσης του Προβλήματος *ΑΚΟ-ΚΠ* με τις προτεινόμενες μεθόδους *ΣΑ* και *ΓΑ*. Τα Αποτελέσματα αυτά συγκρίνονται μεταξύ τους για να διαπιστωθεί η αποτελεσματικότητα του *ΣΑ*. Η μετρική  $E$  και η μεταβλητή  $T_{\max}$  έχουν ήδη ορισθεί για το Πρόβλημα *ΑΚΟ* του Παραρτήματος Β. Συγκεκριμένα, η μετρική  $E$  (*Efficiency*) αντιπροσωπεύει την ποσοστιαία διαφορά της καλύτερης λύσης του *ΣΑ* σε σχέση με τη λύση του *ΓΑ*, και η μεταβλητή  $T_{\max}$  αντιπροσωπεύει το χρόνο που έχουν στην διάθεση τους τα οχήματα του *ΠΑΚΟ-ΚΠ* για την ολοκλήρωση του δρομολογίου τους.

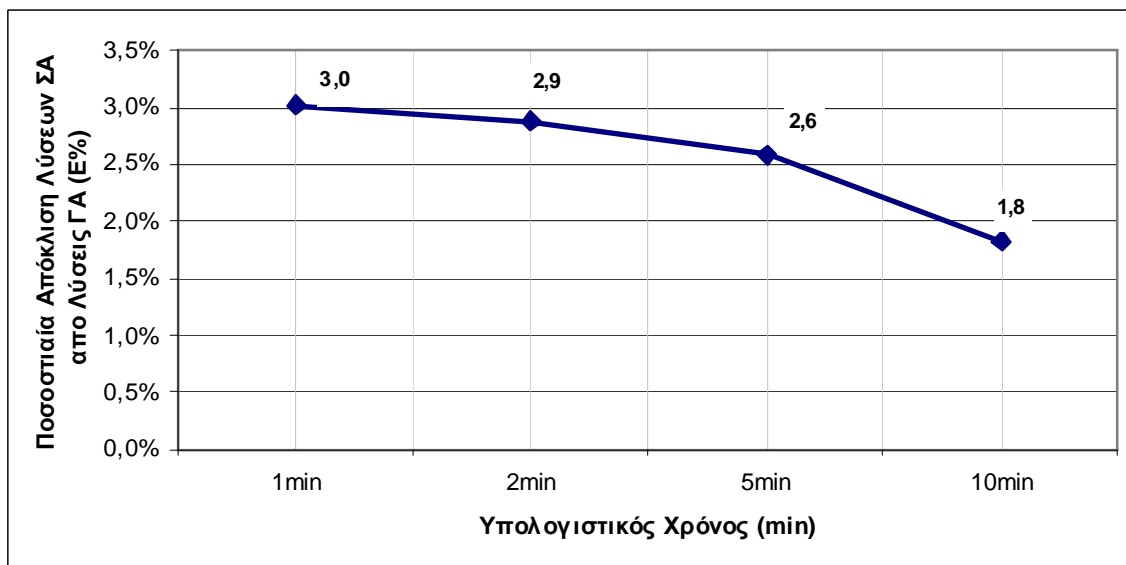
Οι Πίνακες Γ.1 έως Γ.3 παρουσιάζουν τα Αποτελέσματα για το πρόβλημα 3 (31 πελάτες) με 2, 3 και 4 οχήματα αντίστοιχα. Από τους Πίνακες αυτούς παρατηρείται ότι τα Αποτελέσματα του *ΣΑ* υπολείπονται αυτών του *ΓΑ* κατά μέσο όρο 3% (στην λύση των 10 min). Η απόδοση του *ΣΑ* σε σχέση με την απόδοση του *ΓΑ* για το πρόβλημα 3 συνοψίζεται και στα Σχήματα Γ1 έως Γ3, τα οποία παρουσιάζουν τη μέση ποσοστιαία απόκλιση των λύσεων του *ΣΑ* με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους 1, 2, 5 και 10 min από τις λύσεις

του  $GA$  για όλα τα υποπροβλήματα (με διαφορετικό  $T_{max}$ ) του προβλήματος 3. Επισημαίνεται ότι εξαιτίας της φύσης του στοχαστικού αλγορίθμου, ο αριθμός των επαναλήψεων καθορίζει και την ποιότητα της λύσης οπότε και η λύση συγκλίνει προς την λύση του  $GA$ . Για παράδειγμα, ενδεικτικά, στο σχήμα Γ1, ο στοχαστικός αλγόριθμος αποκλίνει κατά 1,8% από την λύση του  $GA$  αν ο υπολογιστικός του χρόνος είναι 10min από ότι στην περίπτωση που ο υπολογιστικός του χρόνος είναι 1min (3% απόκλιση).

Παρομοίως, οι πίνακες Γ4 έως Γ6 παρουσιάζουν τα Αποτελέσματα για το πρόβλημα 5 (64 πελάτες) με 2, 3 και 4 οχήματα αντίστοιχα. Από τους Πίνακες αυτούς παρατηρείται ότι τα Αποτελέσματα του  $SA$  υπολείπονται αυτών του  $GA$  κατά μέσο όρο 3,5% (στην λύση των 10 λεπτών). Η απόδοση του  $SA$  σε σχέση με την απόδοση του  $GA$  για το πρόβλημα 5 συνοψίζεται στα Σχήματα Γ4 έως Γ6, τα οποία παρουσιάζουν τη μέση ποσοστιαία απόκλιση των λύσεων του  $SA$  με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους 1,2,5 και 10 min από τις λύσεις του  $GA$  για όλα τα υποπροβλήματα (διαφορετικό  $T_{max}$ ) του προβλήματος 5.

**Πίνακας Γ.1 Απόδοση Προτεινόμενης Μεθόδου για το πρόβλημα 3 (31 πελάτες) με 2 οχήματα**

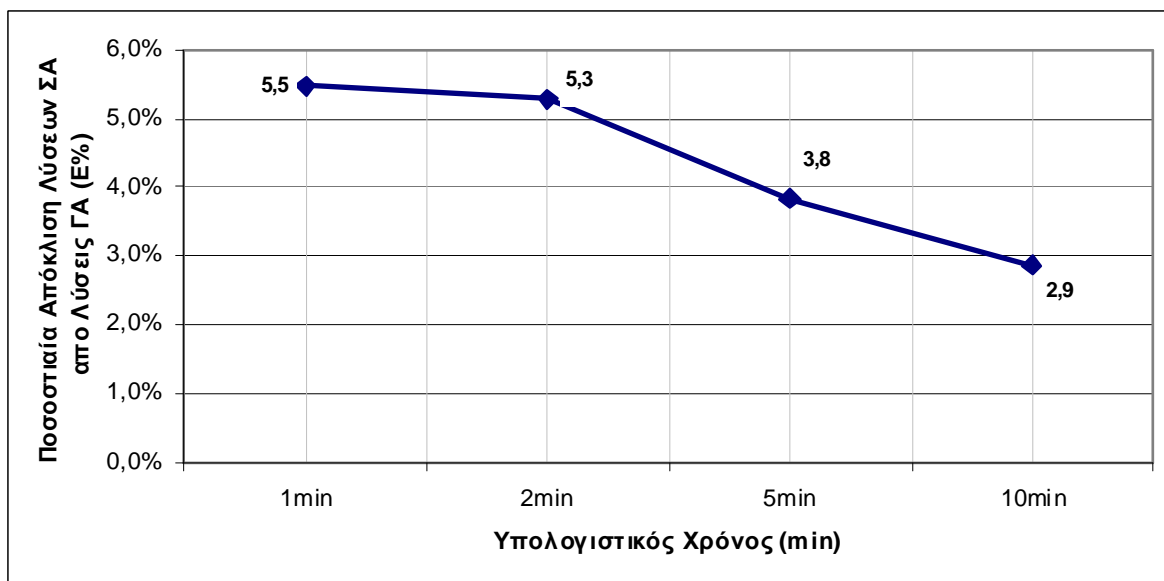
$T_{max}$	Στοχαστικός Αλγόριθμος (SA)				$GA$	E(%) GA- SA (10min)
	Υπολ. Χρόνος:					
	1min	2min	5min	10min		
17,5	250	250	250	250	250	0,0
20	290	290	290	290	290	0,0
22,5	330	330	330	330	330	0,0
25	370	370	370	370	380	2,6
27,5	410	410	410	410	430	4,7
30	460	470	470	470	470	0,0
32,5	530	530	530	530	530	0,0
35	570	570	570	570	570	0,0
37,5	570	570	580	580	600	3,3
40	620	620	620	620	620	0,0
42,5	630	630	630	650	650	0,0
45	650	650	660	660	680	2,9
47,5	680	680	690	710	710	0,0
50	690	690	690	710	740	4,1
52,5	720	720	720	720	770	6,5
55	730	730	730	760	800	5,0
Μέση Σχετική Διαφορά με GA	3,0%	2,9%	2,6%	1,8%		



Σχήμα Γ.1 Μέση ποσοστιαία απόκλιση λύσεων ΣΑ -με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους- σε σχέση με λύσεις ΓΑ για το πρόβλημα 3 (31 πελάτες) με δύο ενεργά οχήματα

Πίνακας Γ.2 Απόδοση Προτεινόμενης Μεθόδου – ΠΑΚΟ-ΚΠ πρόβλημα 3 (31 πελάτες) με 3 οχήματα

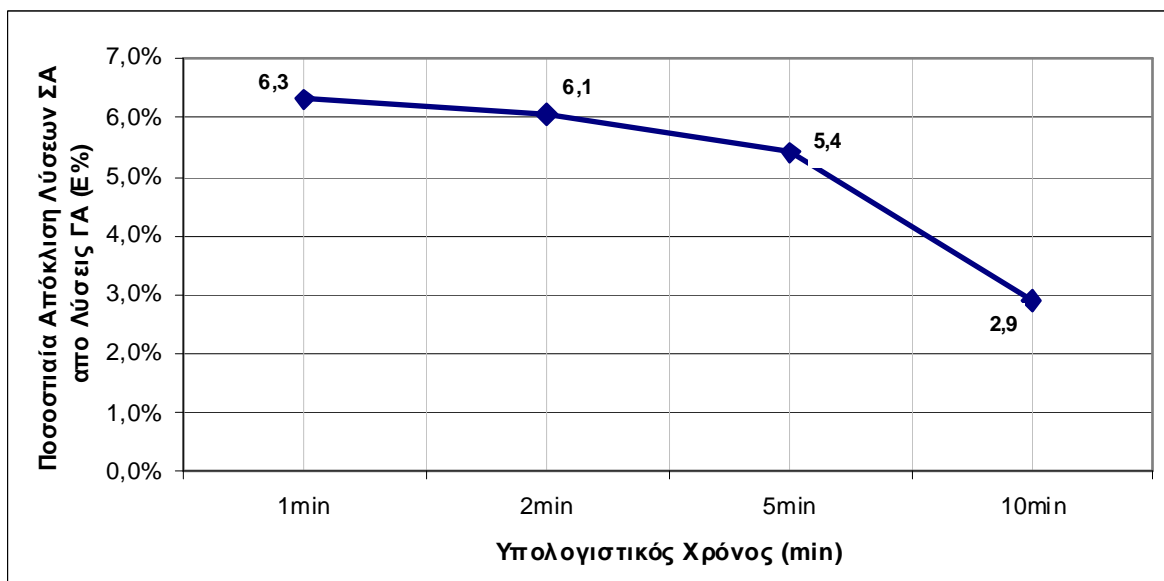
$T_{\max}$	Στοχαστικός Αλγόριθμος (ΣΑ)				ΓΑ	E(%) ΓΑ- ΣΑ (10min)
	Υπολ. Χρόνος:					
	1min	2min	5min	10min		
11,7	180	180	180	180	190	5,3
13,3	210	210	220	220	230	4,3
15	230	230	240	240	250	4,0
16,7	290	290	300	300	300	0,0
18,3	310	310	320	320	330	3,0
20	360	360	370	370	370	0,0
21,7	400	400	400	400	410	2,4
23,3	430	430	440	450	460	2,2
25	460	460	470	470	490	4,1
26,7	500	500	500	530	530	0,0
28,3	530	530	540	540	570	5,3
30	580	580	580	590	610	3,3
31,7	610	610	610	620	650	4,6
33,3	630	640	640	640	660	3,0
35	640	640	640	670	670	0,0
36,7	670	680	680	680	710	4,2
Μέση Σχετική Διαφορά με ΓΑ	5,5%	5,3%	3,8%	2,9%		



Σχήμα Γ.2 Μέση ποσοστιαία απόκλιση λύσεων ΣΑ -με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους- σε σχέση με λύσεις ΓΑ για το πρόβλημα 3 (31 πελάτες) με τρία ενεργά οχήματα

Πίνακας Γ.3 Απόδοση Προτεινόμενης Μεθόδου – ΠΑΚΟ-ΚΠ πρόβλημα 3 (31 πελάτες) με 4 οχήματα

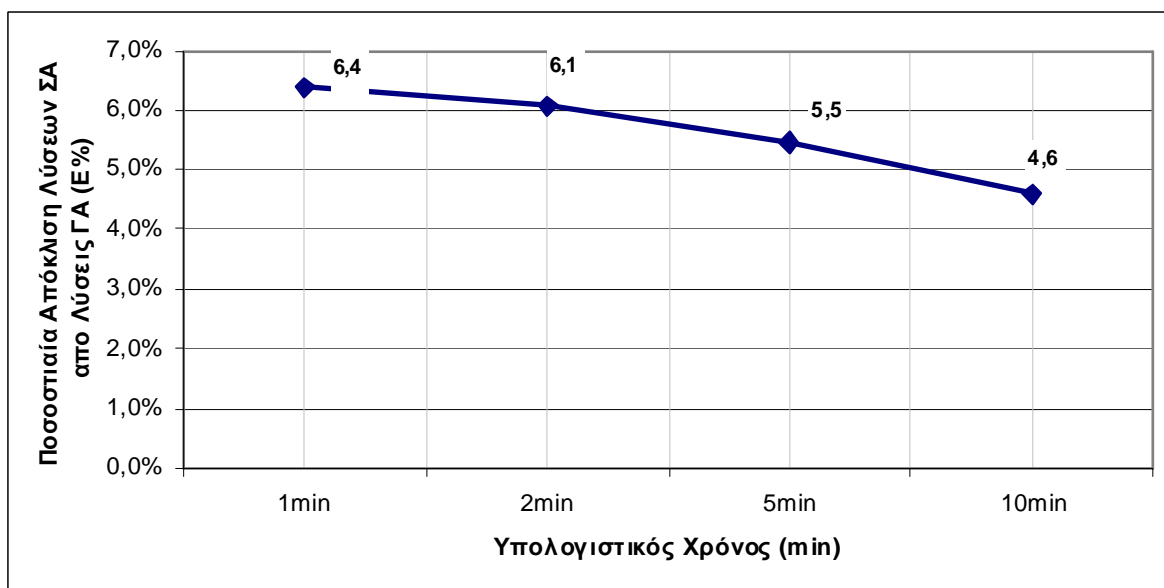
$T_{max}$	Στοχαστικός Αλγόριθμος (ΣΑ)				ΓΑ	E(%) ΓΑ- ΣΑ (10min)
	Υπολ. Χρόνος:					
	1min	2min	5min	10min		
8,8	140	140	140	140	140	0,0
10	180	180	180	180	180	0,0
11,2	200	200	200	200	200	0,0
12,5	230	230	230	230	240	4,2
13,8	240	240	240	240	260	7,7
15	280	280	280	280	300	6,7
16,2	310	310	310	330	350	5,7
17,5	340	340	340	340	360	5,6
18,8	360	370	370	370	380	2,6
20	410	410	410	440	440	0,0
21,2	430	430	440	480	480	0,0
22,5	480	480	480	500	520	3,8
23,8	500	500	500	540	560	3,6
25	530	530	540	570	570	0,0
26,2	550	550	570	590	620	4,8
27,5	590	600	620	620	630	1,6
Μέση Σχετική Διαφορά με ΓΑ	6,3%	6,1%	5,4%	2,9%		



Σχήμα Γ.3 Μέση ποσοστιαία απόκλιση λύσεων ΣΑ -με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους- σε σχέση με λύσεις ΓΑ για το πρόβλημα 3 (31 πελάτες) με τέσσερα ενεργά οχήματα

Πίνακας Γ.4 Απόδοση Προτεινόμενης Μεθόδου – ΠΑΚΟ-ΚΠ πρόβλημα 5 (64 πελάτες) με 2 οχήματα

$T_{max}$	Στοχαστικός Αλγόριθμος (ΣΑ) Υπολ. Χρόνος:				ΓΑ	E(%) ΓΑ- ΣΑ (10min)
	1min	2min	5min	10min		
12,5	155	155	165	165	165	0,0
15	200	200	200	205	235	12,8
17,5	315	315	315	315	320	1,6
20	375	385	385	385	390	1,3
22,5	440	440	445	445	445	0,0
25	530	530	530	530	550	3,6
27,5	600	600	600	600	660	9,1
30	690	700	700	700	740	5,4
32,5	745	745	755	765	825	7,3
35	840	840	840	840	910	7,7
37,5	915	915	915	935	975	4,1
40	985	985	985	985	1080	8,8
42,5	1070	1080	1080	1080	1155	6,5
45	1135	1140	1150	1150	1230	6,5
47,5	1200	1200	1220	1230	1290	4,7
50	1255	1255	1260	1265	1355	6,6
52,5	1295	1295	1300	1365	1390	1,8
55	1310	1325	1335	1335	1420	6,0
57,5	1360	1360	1365	1435	1445	0,7
60	1405	1410	1410	1415	1455	2,7
62,5	1465	1465	1475	1500	1525	1,6
65	1535	1540	1550	1560	1600	2,5
Μέση Σχετική Διαφορά με ΓΑ	6,4%	6,1%	5,5%	4,6%		

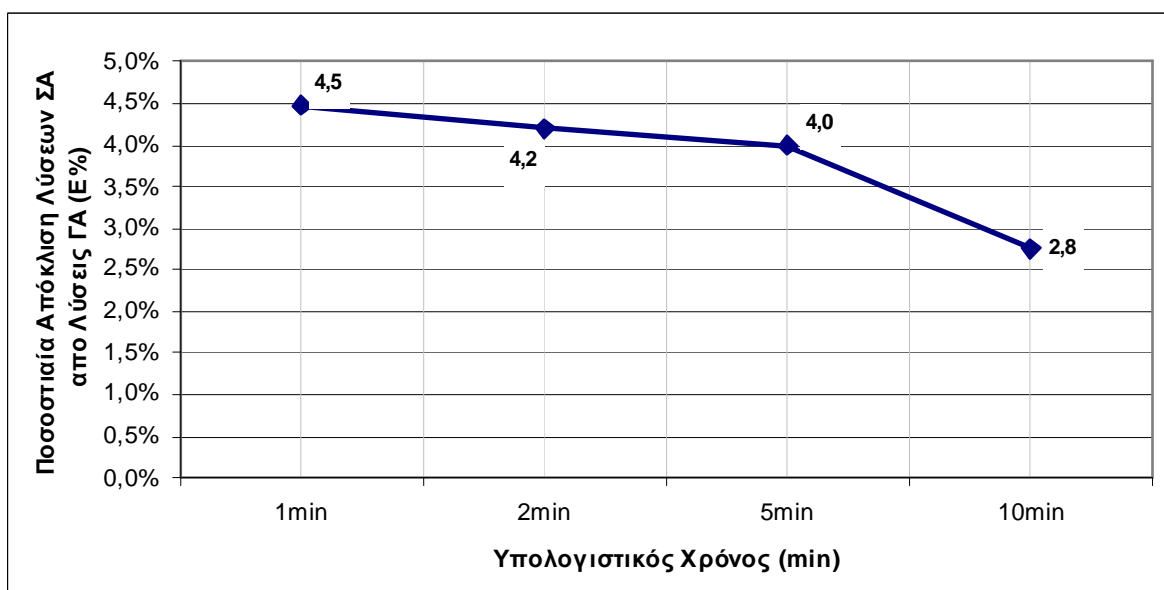


Σχήμα Γ.4 Μέση ποσοστιαία απόκλιση λύσεων ΣΑ -με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους- σε σχέση με λύσεις ΓΑ για το πρόβλημα 5 (64 πελάτες) με δύο ενεργά οχήματα

Πίνακας Γ.5 Απόδοση Προτεινόμενης Μεθόδου – ΠΑΚΟ-ΚΠ πρόβλημα 5 (64 πελάτες) με 3 οχήματα

$T_{\max}$	Στοχαστικός Αλγόριθμος (ΣΑ)				ΓΑ	E(%) ΓΑ- ΣΑ (10min)
	Υπολ. Χρόνος:					
	1min	2min	5min	10min		
8,3	90	90	90	90	95	5,3
10	110	110	110	110	110	0,0
11,7	185	185	185	185	185	0,0
13,3	260	260	260	260	260	0,0
15	310	310	310	330	335	1,5
16,7	435	435	435	435	465	6,5
18,3	470	470	470	470	480	2,1
20	565	570	570	575	575	0,0
21,7	645	645	650	650	650	0,0
23,3	695	695	695	700	715	2,1
25	780	780	780	780	805	3,1
26,7	850	860	860	865	940	8,0
28,3	915	920	935	945	1010	6,4
30	1010	1015	1020	1030	1080	4,6
31,7	1070	1090	1090	1100	1155	4,8
33,3	1155	1155	1165	1255	1260	0,4
35	1215	1215	1220	1250	1305	4,2
36,7	1290	1295	1300	1310	1365	4,0
38,3	1340	1340	1345	1355	1395	2,9

$T_{max}$	Στοχαστικός Αλγόριθμος (ΣΑ)				ΓΑ	E(%) ΓΑ- ΣΑ (10min)
	Υπολ. Χρόνος:					
	1min	2min	5min	10min		
40	1390	1395	1395	1445	1445	0,0
41,7	1440	1440	1440	1450	1495	3,0
43,3	1460	1465	1465	1485	1515	2,0
Μέση Σχετική Διαφορά με ΓΑ	4,5%	4,2%	4,0%	3,2%		

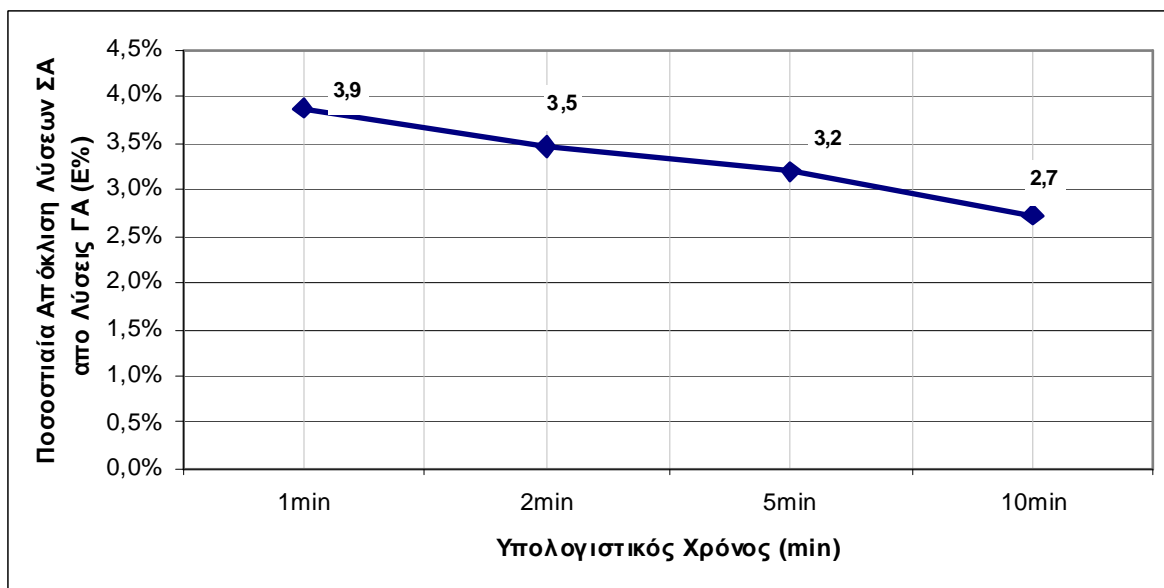


Σχήμα Γ.5 Μέση ποσοστιαία απόκλιση λύσεων ΣΑ -με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους- σε σχέση με λύσεις ΓΑ για το πρόβλημα 5 (64 πελάτες) με τρία ενεργά οχήματα

Πίνακας Γ.6 Απόδοση Προτεινόμενης Μεθόδου – ΠΑΚΟ-ΚΠ πρόβλημα 5 (64 πελάτες) με 4 οχήματα

$T_{max}$	Στοχαστικός Αλγόριθμος (ΣΑ)				ΓΑ	E(%) ΓΑ- ΣΑ (10min)
	Υπολ. Χρόνος:					
	1min	2min	5min	10min		
6,2	20	20	20	20	20	0,0
7,5	80	80	80	80	80	0,0
8,8	140	140	140	140	140	0,0
10	140	140	140	140	140	0,0
11,2	210	210	215	215	240	10,4
12,5	315	315	315	315	335	6,0
13,8	340	340	340	340	340	0,0
15	410	410	410	410	420	2,4
16,2	515	525	525	525	550	4,5
17,5	600	620	620	620	620	0,0
18,8	665	665	665	665	670	0,7
20	725	725	725	760	760	0,0

21,2	815	825	825	835	860	2,9
22,5	875	875	875	875	890	1,7
23,8	955	955	960	965	1000	3,5
25	1025	1030	1030	1040	1100	5,5
26,2	1075	1080	1090	1095	1130	3,1
27,5	1130	1135	1145	1150	1245	7,6
30	1280	1290	1300	1310	1330	1,5
31,2	1315	1315	1315	1325	1390	4,7
Μέση Σχετική Διαφορά με ΓΑ	3,9%	3,5%	3,2%	2,7%		



Σχήμα Γ.6 Μέση ποσοστιαία απόκλιση λύσεων ΣΑ -με διαφορετικούς υπολογιστικούς χρόνους- σε σχέση με λύσεις ΓΑ για το πρόβλημα 5 (64 πελάτες) με τέσσερα ενεργά οχήματα (Μεσαίας πολυπλοκότητας)